

УДК 519.254, 519.21, 519.651, 519.654

Научная статья

Аппроксимация законов распределения времён ожидания форшоков на основе дробной модели деформационной активности

О. В. Шереметьева, Б. М. Шевцов

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7, Россия
E-mail: sheremeteva@ikir.ru

В статье рассматриваются два алгоритма построения последовательностей форшоков, связанных с главным событием заданной энергии, на основе ранее разработанной авторами статистической модели деформационного процесса. Для исследования используется каталог землетрясений КФ ЕГС РАН (01.01.1962 – 31.12.2002, зона субдукции Курило-Камчатской островной дуги). К последовательностям форшоков применяется метод наложения «эпох» для получения эмпирического закона распределения форшоков в зависимости от времени до главного события. Эмпирические кумулятивные законы распределения времён ожидания форшоков аппроксимированы функцией Миттаг–Леффлера на основании разработанной авторами дробной модели деформационного процесса и экспоненциальной функцией. Показано, что точность аппроксимации функцией Миттаг–Леффлера выше, чем экспоненциальной. Проведён сравнительный анализ трёх параметров аппроксимирующих функций для законов, полученных по результатам выполнения двух алгоритмов построения последовательностей форшоков. Исходя из полученных значений параметров функции Миттаг–Леффлёра деформационный процесс в рассматриваемой области можно считать нестационарным и близким к стандартному пуассоновскому.

Ключевые слова: форшоки, аппроксимация, дробный процесс Пуассона, функция Миттаг–Леффлера, нелокальные эффекты, нестационарность, статистическая модель, дробная модель.

 DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-137-152

Поступила в редакцию: 12.10.2022

В окончательном варианте: 29.10.2022

Для цитирования. Шереметьева О. В., Шевцов Б. М. Аппроксимация законов распределения времён ожидания форшоков на основе дробной модели деформационной активности // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки.* 2022. Т. 40. № 3. С. 137-152.  DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-137-152

Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Шереметьева О. В., Шевцов Б. М., 2022

Финансирование. Работа выполнялась в рамках гос. задания по теме «Физические процессы в системе ближнего космоса и геосфер при солнечных и литосферных воздействиях» (№ АААА-А21-121011290003-0).

Введение

Исследования рядов сейсмических событий позволили выявить статистические закономерности и наличие корреляций между событиями [1]-[4]. Хорошо известны законы Гутенберга–Рихтера [5] и Омори–Уцу [6], свойство кластеризации в последовательностях афтершоков и форшоков, а также роях землетрясений, и т.д. [7]-[9]. Для изучения корреляций и определения критериев связности сейсмических событий используются блочно-иерархический подход [4], ETAS модель [3, 10], методы определения основных энергетических ветвей [11]-[16], методы изучения сложных сетей [17] и др., которые используют общепринятый подход к рассмотрению сейсмического процесса как потока случайных событий в некотором объеме. Также в таких исследованиях широко применяется теория фракталов и дробных процессов. Характеристики среды, структура сетей разломов [18] и набор эпицентров землетрясений [19] имеют фрактальную природу и определяются дробными законами [3, 17, 20].

Результатом большого количества построенных статистических моделей стал вывод о том, что существует корреляция между сейсмическими событиями в рассматриваемых каталогах на основе выбранных критериев [3, 7, 9], [14]-[16], [20]-[23]. В этом случае представление сейсмического процесса как потока независимых событий и его описание стандартным пуассоновским процессом становится некорректным [2, 21, 24]. Корреляции между событиями в этих последовательностях приводят к появлению свойств наследственности (нелокальность во времени, «память», эредитарность). Использование дробного процесса Пуассона для описания процесса необратимых сейсмических деформаций является логическим продолжением этого подхода, который учитывает свойства нелокальности [25, 26].

Эта статья является продолжением работ [13, 14], [25]-[27]. Для верификации дробной модели процесса деформации в фазе активизации (фазе форшоков) используются последовательности форшоков, построенные на основе данных сейсмического каталога [28] с помощью статистической модели [14, 27]. Именно фаза форшоков представляет интерес для целей прогноза землетрясений, а также предшествующая ей фаза замираний [29]. По времени замирания можно оценить энергию разрядки напряжений, а по периоду форшоков прогнозируется скорость развития деформационного возмущения, что дает время краткосрочного прогноза. Использование трёхпараметрического дробного пуассоновского процесса расширяет возможности описания деформационных изменений. Можно учитывать не только экспоненциальные, но и степенные корреляции между сейсмическими событиями, что позволяет моделировать как нормальные, так и аномальные процессы активизации [26].

В данной статье предложены два алгоритма выделения последовательностей форшоков. С их помощью получены две совокупности, которые используются для построения эмпирических законов распределения частоты появления форшоков фиксированного энергетического класса в зависимости от времени до главного события заданного класса. Законы распределения аппроксимируются экспоненциальной функцией и возрастающей дробной функцией Миттаг–Леффлёра с пара-

метрами $\tilde{\mu}$, ν и $\tilde{\nu}$ на основании дробной модели деформационного процесса [26]:

$$E_{\nu}([\tilde{\mu}(t-t^*)]^{\tilde{\nu}}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{([\tilde{\mu}(t-t^*)]^{\tilde{\nu}})^k}{\Gamma(\nu k + 1)} \quad (1)$$

где $\tilde{\mu}$ – средний поток событий в деформационном возмущении, ν – показатель дробной производной (дробного процесса Пуассона), числовая характеристика свойства эредитарности процесса ($0 < \nu \leq 1$), $\tilde{\nu}$ – показатель степени аргумента функции Миттаг–Леффлёра, характеризующий нестационарные свойства процесса ($0 < \tilde{\nu} \leq 1$), t^* – момент времени главного удара ($t < t^*$). Проводится анализ точности и сравнение параметров функции Миттаг–Леффлёра полученных приближений.

Статистическая модель режима форшоков

Алгоритмы построения форшоковых последовательностей. Для построения статистической модели используем критерии определённые в работах [13, 14]. Два события считаем коррелированными между собой, если они удовлетворяют пространственному критерию, который определяется неоднородностью среды [30], временному критерию, выводимому из закона повторяемости событий Гутенберга–Рихтера [31], и энергетическому критерию, согласно которому предшествующие главному удару события имеют меньшую энергию (магнитуду или энергетический класс). Построение последовательности коррелированных (связанных) сейсмических событий, образующих кластер, определяется близостью предшествующих событий к событию, которое они инициируют, на основании вводимых критериев.

Идентификация предшествующих событий как форшоков проводится по следующему алгоритму. Пространственно-временная область подготовки главного события определяется масштабами в пространстве R_d и во времени R_t , зависящими от энергетического класса готовящегося события [13, 14]. Предшествующее землетрясение считаем форшоком и включаем в последовательность (кластер), если выполнены следующие условия:

1. промежуток времени между главным событием с номером j и предшествующим ему с номером i не превышает временной масштаб R_t : $\Delta t = (t_j - t_i) \leq R_t$;
2. расстояние между главным событием и предшествующим ему не превышает пространственный масштаб R_d : $\Delta d = |r_j - r_i| \leq R_d$, где r – радиус-вектор гипоцентра события из выбранной точки отсчёта;
3. энергетический класс K_f предшествующего события меньше класса K главного события.

Алгоритм 1. Последовательность форшоков главного события составляется на основании критериев 1–3, т. е. рассматриваются события коррелирующие только с главным событием на основании принятых критериев и включаются в кластер.

Попадание в область подготовки события с большей энергией останавливает работу алгоритма.

Алгоритм II. Если на основании критериев 1–3 событие маркируется как форшок главного события, то этот же алгоритм применяем к нему, т. е. переходим на меньший энергетический уровень и ищем форшоки уже для него, и т. д. спускаемся по уровням (таким образом учитываем ветвление процесса). Алгоритм работает, если в область подготовки рассматриваемого события попадает событие (форшок) меньшей энергии. В противном случае, алгоритм возвращается на один энергетический уровень выше. Эта процедура продолжается до достижения исходного (главного) события. Данный алгоритм продолжает работу до исчерпания связанных событий (форшоков) меньшей энергии.

Обработка исходных данных каталога. Для исследования был использован каталог землетрясений Камчатского филиала единой геофизической службы РАН за период с 1 января 1962 г. по 31 декабря 2002 г. для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (область $46^\circ - 62^\circ$ с.ш., $158^\circ - 174^\circ$ в.д.) [28]. Объём выборки составляет $n = 79282$, в каталоге представлены события энергетических классов 4.1 – 16.1.

Статистика количества землетрясений в зависимости от их энергетического класса показала, что выборка для землетрясений с энергией меньше 8.5 класса и больше 15 класса не представительна. В связи с этим, события таких классов в исследовании не используются.

Параметр $\bar{\mu}$ аппроксимирующей функции Миттаг–Леффлёра (1) определяет среднюю плотность потока событий в деформационном возмущении. Оцениваем этот параметр с помощью закона Гутенберга–Рихтера [31], полученного в результате обработки используемого каталога [28]. При увеличении значений энергетических классов событий от 8.5 до 12.9, оценочные значения интенсивности изменяются соответственно в пределах $\sim 10^{-1} \div 10^{-3}$.

Для исследования и построения эмпирических законов распределения времён ожидания форшоков $P^*(\tau)$ рассматривались главные события классов 12.0 – 12.9 ($\approx 5 - 5.5$ магнитуды Рихтера). Использование событий данных классов определялось достаточно большими объёмами их выборок (более 50 событий), пространственно–временными областями подготовки землетрясений и объёмами выборок форшоков, разложенных по энергиям. Для землетрясений более высоких энергий выборка значительно меньше, например, для класса 13.0 она составляет всего 32 события.

Наиболее часто регистрируемыми являются события классов 8.5 – 10, поэтому именно они оказывают влияние на вид эмпирических функций распределения. Отметим, что несмотря на большой объём каталога и объёмы выборок форшоков для главных событий заданной энергии (1000 – 4000 форшоков), объёмы выборок форшоков распределённых по энергиям не превышают 200 – 300 событий. В таблице 1 приведены основные характеристики выборок форшоков фиксированного класса K_f для главных событий с энергетическими классами 12.0, 12.3, 12.7, 12.9.

Таблица 1

Характеристики форшоковых последовательностей [Characteristics of foreshock sequences]

Класс главного удара, К	Объём выборки главных ударов	Объём выборки всех форшоков		Класс форшока, К _ф	Объём выборки форшоков К _ф	
		алг. I	алг. II		алг. I	алг. II
12.0	116	943	963	8.5	88	88
				8.9	68	71
12.3	95	1222	1245	8.5	104	107
				9.1	75	75
12.7	63	2255	2390	8.6	159	174
				9.0	134	140
12.9	62	3575	3875	8.5	290	322
				8.8	238	262
				9.0	213	236
				9.8	128	137

Методика построения эмпирической функции распределения $P^*(\tau)$ форшоков для главного события с заданной энергией.

Считаем, что главное событие с энергией К произошло в момент времени t^* . Тогда аргумент τ эмпирической функции распределения $P^*(\tau)$ для форшока, произошедшего в момент времени t , где $t < t^*$, определяется как

$$\tau = t - t^*, \tau < 0. \quad (2)$$

Заметим, что отрицательные значения аргумента τ используются исключительно для наглядности и смысловая нагрузка знака «минус» состоит в том, что наступление форшоков по времени происходит раньше главного удара (левее по оси времени относительно нуля).

Для построения закона распределения $P^*(\tau)$ относительной частоты появления форшоков в зависимости от времени τ до главного события с энергией К использовался метод наложения «эпох». Все события, входящие в полученные кластеры форшоков для главных событий энергетического класса К, распределялись по временной оси с шагом дискретизации в один день. Если интервал содержал менее пяти событий, то он объединялся со смежным временным интервалом [32]. На основании полученной статистики составлялись эмпирические законы распределения $P^*(\tau)$ как для выборки форшоков всех рассматриваемых энергий (рис.1), так и форшоков фиксированного класса К_ф (раскладывали по энергетическим масштабам), которые были получены в результате применения двух вышеописанных алгоритмов (алгоритм I (рис.2, 3), алгоритм II (рис.2, 4)).

Аппроксимация эмпирических законов на основании дробной модели деформационного процесса

На рисунке 1 в логарифмическом масштабе построены эмпирические функции $P^*(\tau)$ распределения относительной частоты появления форшоков всех классов в зависимости от времени до главного события. На горизонтальной оси отложен аргумент τ – приращение времени (2) в днях до главного события. Главному событию соответствует значение $\tau = 0$. Графики, полученные в логарифмическом масштабе, нелинейны, но есть часть графика, близкая к линейной. В двойном логарифмическом масштабе линейность отсутствует. Полученные закономерности показывают, что статистические распределения ближе к экспоненциальной закономерности, чем степенной.

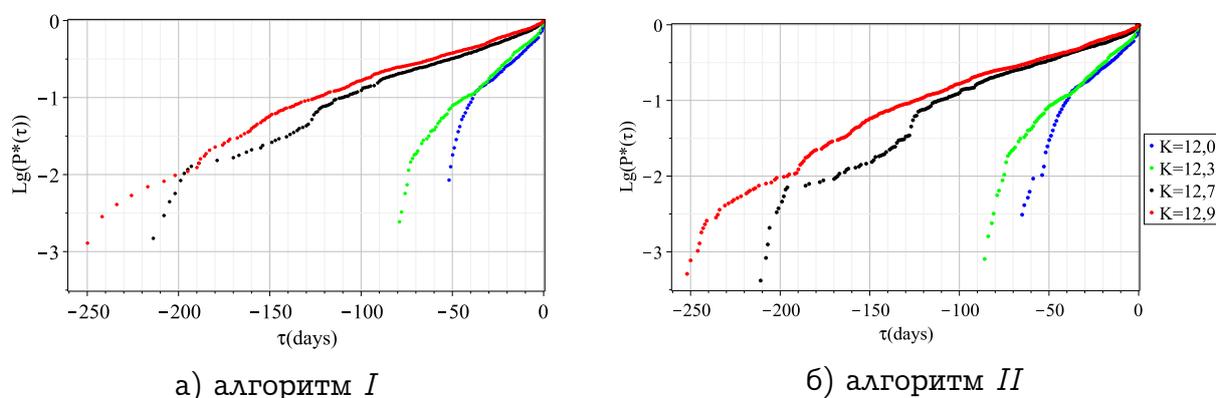


Рис. 1. Графики эмпирических функций $P^*(\tau)$ распределения частоты появления форшоков в зависимости от времени до главного удара с энергетическим классом 12.0, 12.3, 12.7, 12.9 в логарифмическом масштабе. События (форшоки) связаны с главным ударом на основании: а) алгоритма I, б) алгоритма II.

[Figure 1. The plots of empirical distribution functions $P^*(\tau)$ of the occurrence frequency of foreshocks depending on the time before the mainshocks with the energy classes 12.0, 12.3, 12.7, 12.9 on a logarithmic scale. Foreshocks are related to the mainshock based on: a) algorithm I, b) algorithm II.]

На основании дробной модели деформационного процесса [26] эмпирические законы $P^*(\tau)$ распределения относительной частоты форшоков для землетрясений энергетических классов 12.0, 12.3, 12.7, 12.9 аппроксимировали функцией Миттаг–Леффлёра (1) и экспонентой $e^{\mu\tau}$ (рис. 2–4).

Функция Миттаг–Леффлёра представлена в виде разложения в ряд, включающий 201 член. Для определения параметров $\check{\mu}$, $\check{\nu}$, $\check{\tilde{\nu}}$ аппроксимирующей функции Миттаг–Леффлёра и параметра μ экспоненты использован метод наименьших квадратов. Параметры функции Миттаг–Леффлёра выбирались путём перебора значений из заданных промежутков с шагом 0.01 для $\check{\nu}$ и $\check{\tilde{\nu}}$ и с шагом 0.001 для $\check{\mu}$ на основании минимизации как квадрата отклонения S_{\min} , так и ошибки аппрок-

симиации ε . Результаты приведены в таблице 2 и на рис. 2–4, где точечный график соответствует эмпирической функции $P^*(\tau)$, график функции Миттаг–Леффлёра изображён сплошной линией, график экспоненты – штриховой линией.

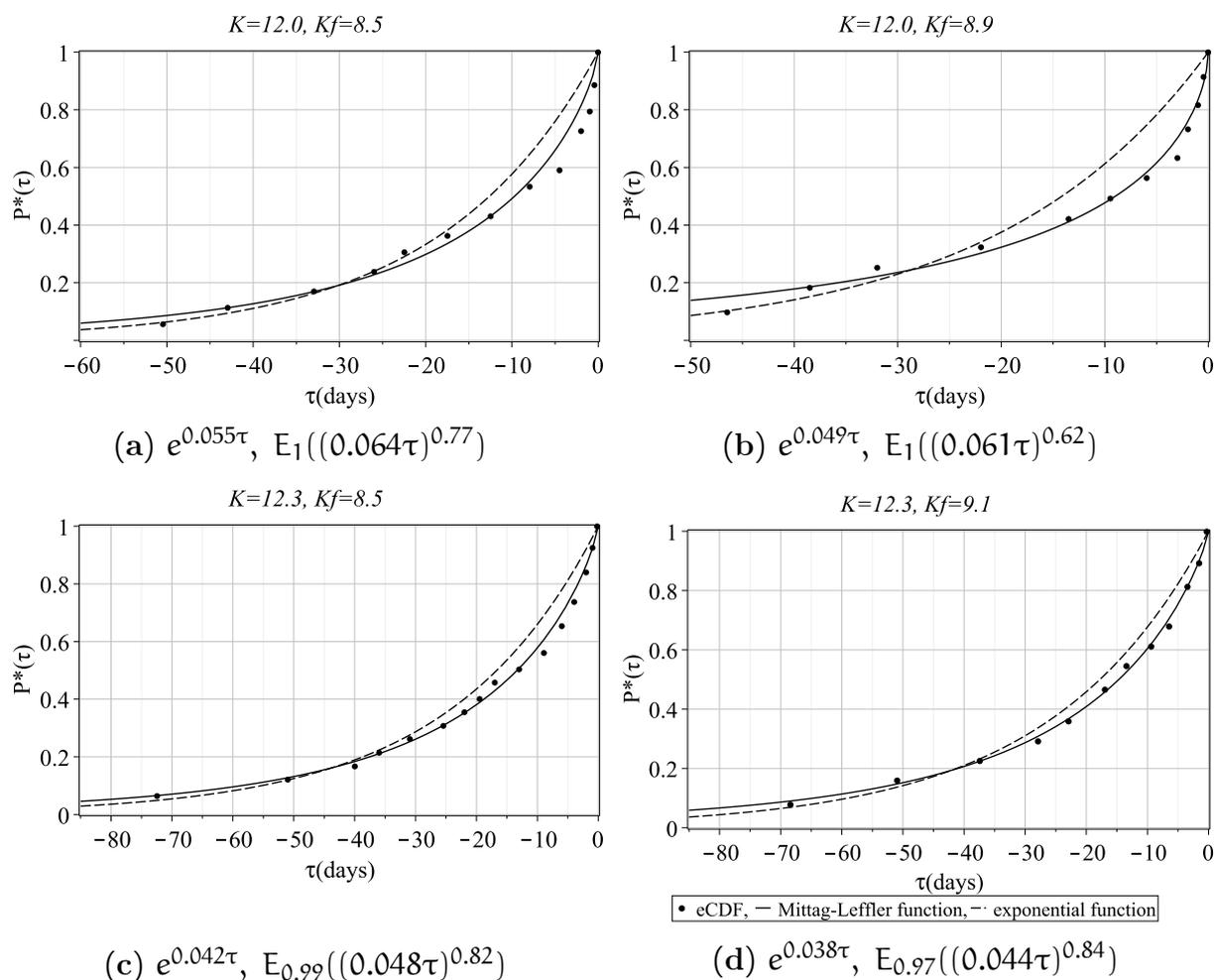


Рис. 2. Аппроксимация эмпирического закона $P^*(\tau)$ распределения времён ожидания форшоков (класс K_f) для главного события (класс $K = 12.0, 12.3$) функцией Миттаг–Леффлёра $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$ (1) и экспонентой $e^{\mu\tau}$.

[Figure 2. Approximation of the eCDF $P^*(\tau)$ of waiting time of foreshocks (class K_f) for the mainshock (class $K = 12.0, 12.3$) by the exponential function $e^{\mu\tau}$ and the Mittag-Leffler function $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$.]

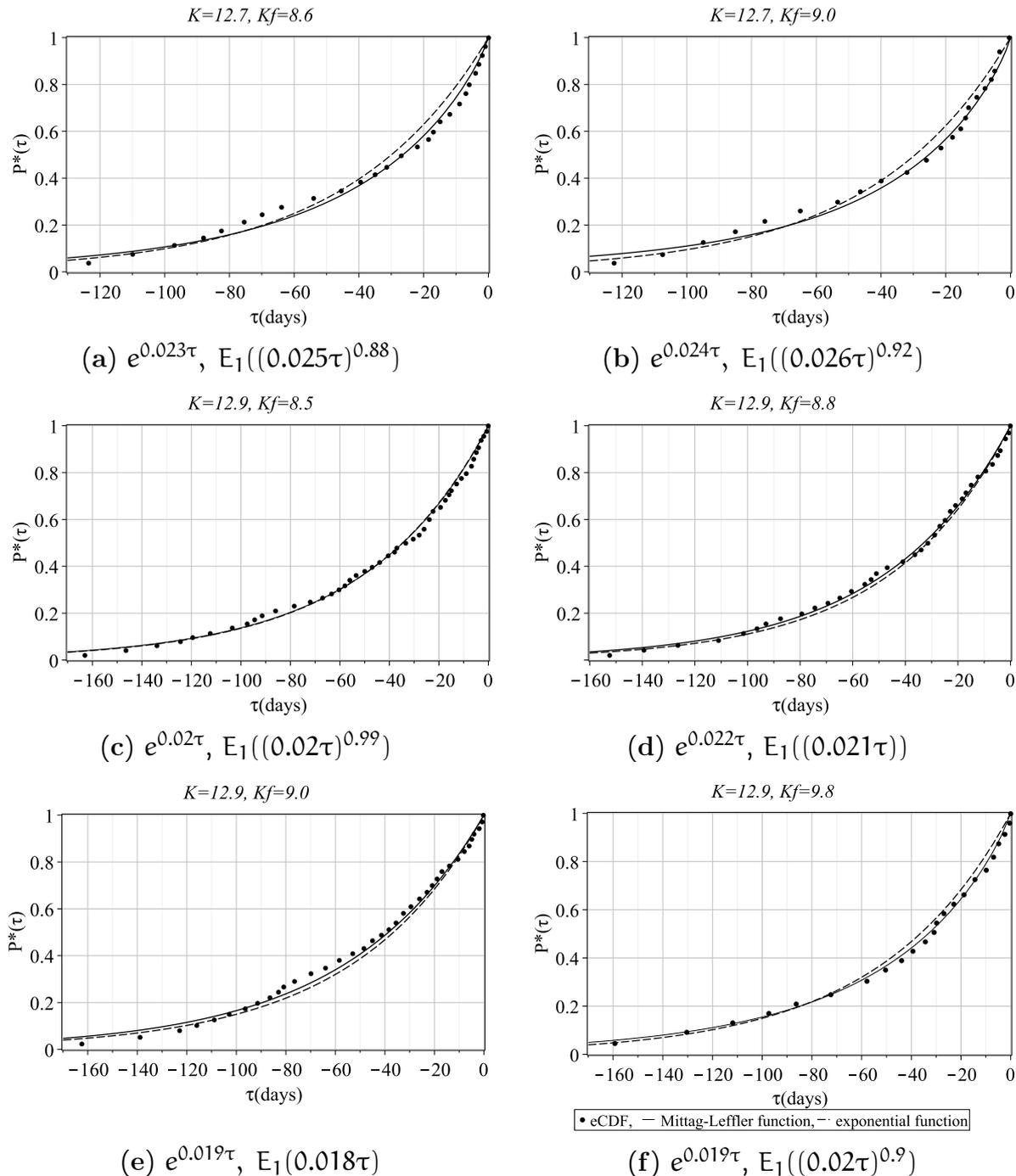


Рис. 3. Аппроксимация эмпирического закона $P^*(\tau)$ распределения времён ожидания форшоков (класс K_f) для главного события (класс $K = 12.7, 12.9$) экспонентой $e^{\mu\tau}$ и функцией Миттаг–Леффлера $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$ (1). Эмпирический закон получен по алгоритму I.

[Figure 3. Approximation of the eCDF $P^*(\tau)$ of waiting time of foreshocks (class K_f) for the mainshock (class $K = 12.7, 12.9$) by the exponential function $e^{\mu\tau}$ and the Mittag-Leffler's function $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$. The eCDF $P^*(\tau)$ is obtained by the algorithm I.]

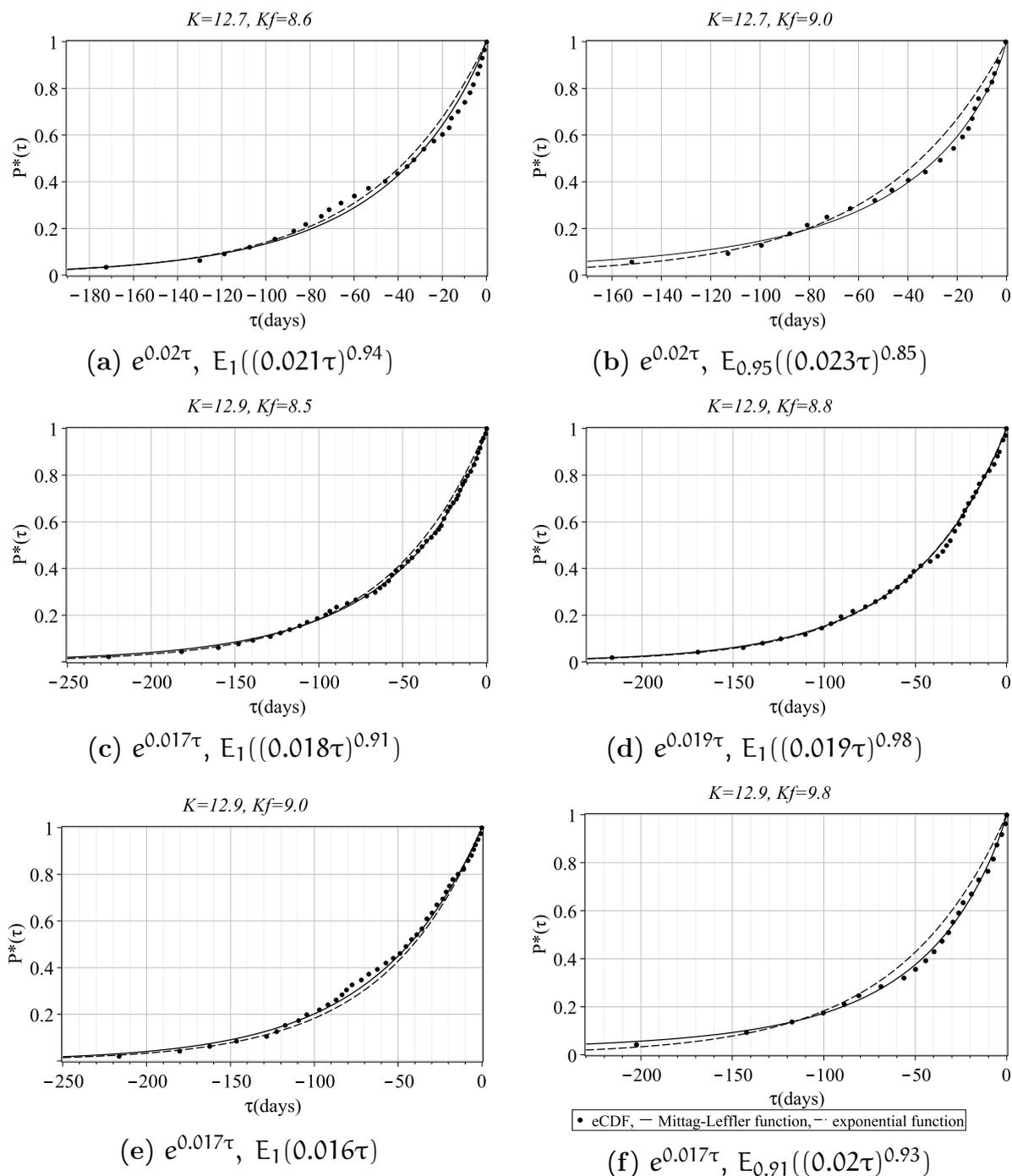


Рис. 4. Аппроксимация эмпирического закона $P^*(\tau)$ распределения времён ожидания форшоков (класс K_f) для главного события (класс $K = 12.7, 12.9$) экспонентой $e^{\mu\tau}$ и функцией Миттаг–Леффлёра $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$ (1). Эмпирический закон получен по алгоритму II.

[Figure 4. Approximation of the eCDF $P^*(\tau)$ of waiting time of foreshocks (class K_f) for the mainshock (class $K = 12.7, 12.9$) by the exponential function $e^{\mu\tau}$ and the Mittag-Leffler's function $E_\nu((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$. The eCDF $P^*(\tau)$ is obtained by the algorithm II.]

Таблица 2

Характеристики функций, аппроксимирующих эмпирический закон $P^*(\tau)$
 [The parameters of functions approximating the eCDF $P^*(\tau)$]

К	К _f	P(τ)	S _{min}		Ошибка ε, %		Плотность потока μ, $\tilde{\mu}$		ν		$\tilde{\nu}$	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
12.0	8.5	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.113		12.57		0.055					
			0.03		9.55		0.064		1		0.77	
12.0	8.9	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.171		17,63		0.049					
			0.012		8.34		0.061		1		0.62	
12.3	8.5	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.064		11,07		0.042					
			0.007		3.48		0.048		0.99		0.82	
12.3	9.1	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.033		9.97		0.038					
			0.003		3.54		0.044		0.97		0.84	
12.7	8.6	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.071	0.057	10.94	7.27	0.023	0.02				
			0.021	0.033	9.03	6.84	0.025	0.021	1	1	0.88	0.94
12.7	9.0	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.043	0.069	11.08	9.35	0.024	0.02				
			0.022	0.01	9.99	6.58	0.026	0.023	1	0.95	0.92	0.85
12.9	8.5	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.016	0.022	6.68	5.01	0.02	0.017				
			0.014	0.004	6.47	4.99	0.02	0.018	1	1	0.99	0.91
12.9	8.8	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.016	0.012	7.18	2.99	0.022	0.019				
			0.009	0.009	7	2.79	0.021	0.019	1	1	1	0.98
12.9	9.0	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.043	0.022	10.89	6.54	0.019	0.017				
			0.017	0.012	10.49	6.22	0.018	0.016	1	1	1	1
12.9	9.8	$e^{\mu\tau}$ $E_{\nu}((\tilde{\mu}\tau)^{\tilde{\nu}})$	0.026	0.054	6.43	9.23	0.019	0.017				
			0.005	0.005	3.97	4.06	0.02	0.02	1	0.91	0.9	0.93

I – эмпирический закон получен по алгоритму I; II – эмпирический закон получен по алгоритму II.

[I – the eCDF is obtained by the algorithm I, II – the eCDF is obtained by the algorithm II]

Результаты и обсуждение

По результатам обработки каталога с использованием двух алгоритмов, сведённым в табл. 1, закономерно получаем по второму алгоритму больший объём выборки форшоков. Объёмы выборки форшоков для главных событий с энергиями меньше класса 12.5 в обоих случаях отличаются незначительно, что объясняется малой пространственно-временной областью их влияния. Общая тенденция для обоих алгоритмов – увеличение объёма выборки форшоков при увеличении класса главного события в связи с увеличением пространственно-временной области подготовки землетрясения и уменьшение объёмов выборки форшоков при увеличении класса форшоков.

Использование метода наложения «эпох» позволило построить эмпирические законы распределения времён ожидания форшоков. Эмпирические законы, полученные по двум алгоритмам, для главных событий одинакового класса мень-

шего 12.5 совпали. Также необходимо отметить уменьшение частоты появления форшоков на отдельных интервалах времени для выборок главных событий более высокого класса, что связано с уменьшением объёмов выборок и увеличением временного масштаба главных событий, несмотря на увеличение количества форшоков в целом. Кроме того, при удалении по времени (с шагом в один день) от главного события количество событий на промежутках уменьшается и в «хвосте» распределения наблюдается не более одного события на интервал. При увеличении объёмов выборок главных событий частота форшоков в «хвосте» распределения увеличивается, что соответственно приводит к уменьшению значений параметров ν и/или $\tilde{\nu}$.

Сравнение результатов аппроксимации функцией Миттаг–Леффлёра и экспонентой показало более высокую точность приближения функцией Миттаг–Леффлёра (табл. 2). Погрешность аппроксимации для функции Миттаг–Леффлёра составляет единицы процентов и меньше ошибки аппроксимации экспоненциальной функцией, за исключением случаев, когда экспонента является наилучшим приближением ($\nu = \tilde{\nu} = 1$). Эмпирические законы, полученные в результате применения второго алгоритма, имеют более точную аппроксимацию функцией Миттаг–Леффлёра.

На основании полученных приближений эмпирических законов $P^*(\tau)$ функцией Миттаг–Леффлёра (1) получены значения средней плотности $\tilde{\mu}$ потока событий в деформационном возмущении порядка 10^{-2} , что не противоречит оценкам по данным каталога. Отметим, что оба алгоритма дали эмпирические законы с близкими значениями параметра $\tilde{\mu}$ аппроксимирующей функции (1) при фиксированных значениях энергетических классов главного события и форшоков. Значения $\tilde{\mu}$ уменьшаются при увеличении класса K главного события (таб.2), что соответствует уменьшению потока более сильных землетрясений по сравнению с более слабыми.

При увеличении класса главного события появляется тенденция к увеличению значений параметра $\tilde{\nu}$ (стремление к единице), характеризующего нестационарность деформационного процесса. Таким образом, при увеличении класса главного события процесс становится ближе к стационарному случаю. Что касается параметра ν , то чаще его значения равны единице. Это говорит об отсутствии или слабой «памяти» у процесса, т.е. это процесс по своему характеру ближе к стандартному пуассоновскому. Однако присутствуют значения параметра ν и меньше единицы, что говорит о наличии свойств эредитарности и дробности пуассоновского процесса. Отметим, что на полученные результаты влияет как выбор алгоритма, так и критериев. Поэтому изменение или уточнение критериев может привести и к уточнению результатов аппроксимации.

Заключение

В работе на основании критериев, связанных с характеристиками среды области подготовки и энергией землетрясения, построены форшоковые последова-

тельности (кластеры). Получены функции распределения относительной частоты появления форшоков в зависимости от времени до главного удара.

Функции распределения аппроксимированы с помощью дробной функции Миттаг–Леффлёра со степенным аргументом, которая учитывает свойства эрмитарности (историю процесса) и нестационарности. Варьирование фрактальных параметров ν и $\tilde{\nu}$ и масштабного коэффициента $\tilde{\mu}$ функции Миттаг–Леффлёра позволило получить приближение для эмпирических функций с более высокой точностью, чем с помощью экспоненты.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о процессе деформации в рассматриваемой области как о нестационарном и близком к стандартному пуассоновскому процессу.

Следует отметить, что в связи с небольшим объемом данных сейсмология статистически недостаточна для строгого решения проблемы выбора модели деформации в пользу дробного пуассоновского процесса. Однако он остается предпочтительным из-за его универсального характера.

Конкурирующие интересы. Конфликтов интересов в отношении авторства и публикации нет.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы внесли свой вклад в написание статьи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной версии статьи в печатном виде. Окончательный вариант рукописи был одобрен всеми авторами.

Список литературы

1. Mogi K. Active periods in the world's shieft seismic belts, *Tectonophysics*, 1974. no. 22, pp. 265-282.
2. Kagan Y., Knopoff L. Earthquake risk prediction as a stochastic process, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1977. no. 14, pp. 97-108.
3. Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T. Unified scaling law for earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 2002. vol. 88, no. 17, pp. 178501-1–178501-4.
4. Keilis-Borok V. I., Soloviev A. A. *Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction*. Springer-Verlag: Berlin-Heidelberg, 2003. 337 pp.
5. Gutenberg B., Richter C. F. Seismicity of the Earth, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 1944. no. 34, pp. 185-188.
6. Utsu T., Ogata Y., Matsu'ura R. S. The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershocks activity, *J. Phys. Earth*, 1995. no. 43, pp. 1-33.
7. Pisarenko V. F., Rodkin M. V. Declustering of Seismicity Flow: Statistical Analysis, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2019. no. 55, pp. 733-745, DOI: 10.31857/S0002-33372019538-52.
8. Zaliapin I., Gabrielov A., Keilis-Borok V., Wong H. Clustering Analysis of Seismicity and Aftershock Identification, *Phys. Rev. Lett.*, 2008. no. 101, pp. 018501.
9. Zaliapin I., Ben-Zion Y. Earthquake declustering using the nearest-neighbor approach in space-time-magnitude domain, *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 2020. no. 125, pp. 1-33, DOI: 10.1029/2018JB017120.
10. Manna S. S. Two-state model of self-organized criticality, *J. Phys. A.: Math. Gen.*, 1991. no. 125, pp. L363-L369, DOI: 10.1088/0305-4470/24/7/009.
11. Шебалин П. Н. Цепочки эпицентров как индикатор возрастания радиуса корреляции сейсмичности перед сильными землетрясениями, *Вулканология и сейсмология*, 2005. № 1, С. 3-15.
12. Шебалин П. Н. Методология прогноза сильных землетрясений с периодом ожидания меньше года, *Алгоритмы прогноза землетрясений. Выч. сейсмология.*, 2006. № 37, С. 5-180.
13. Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Statistical analysis of seismic processes on the basis of the diffusion approach, *Doklady Earth Sciences*, 2009. vol. 426, no. 1, pp. 642-644.

14. Шевцов В. М., Сагитова Р. Н. Диффузионный подход в статистическом анализе сейсмичности Камчатки, *Вулканология и сейсмология*, 2012. Т. 6, № 2, С. 56-66.
15. Shebalin P. N., Narteau C. Depth Dependent Stress Revealed by Aftershocks, *Nat. Commun.*, 2017. no. 8, pp. 1317-1318, DOI: 10.1038/s41467-017-01446-y.
16. Shebalin P. N., Narteau C., Baranov S. V. Earthquake Productivity Law, *Geophys. J. Int.*, 2020. no. 222, pp. 1264-1269, DOI: 10.1093/gji/ggaa252.
17. Baiesi M., Paczuski M. Complex networks of earthquakes and aftershocks, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2005. no. 12, pp. 1-11.
18. Davy P., Sornette A., Sornette D. Some consequences of a proposed fractal nature of continental faulting, *Nature*, 1990. no. 348, pp. 56-58.
19. Kagan Y. Y., Knopoff L. Spatial distribution of earthquakes: The two-point correlation function, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 1980. no. 62, pp. 303-320.
20. Saichev A. I., Zaslavsky G. M. Fractional kinetic equations: solutions and applications, *Chaos*, 1997. vol. 7, no. 4, pp. 753-764.
21. Kagan Y. Y. Observational evidence for earthquakes as nonlinear dynamic process, *Physica D.*, 1994. no. 77, pp. 160-192.
22. Metzler R., Klafter J. The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach, *Physics Reports*, 2000. no. 339, pp. 1-77.
23. Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I. Unified scaling law for waiting times between seismic events, *Europhys. Lett.*, 2005. vol. 71, no. 6, pp. 1036-1042 DOI: 10.1209/epl/i2005-10185-0.
24. Turcotte D. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. 2nd ed., Cambridge University Press: Cambridge, London, 1997. 221 pp.
25. Shevtsov B. M., Sheremetyeva O. V. Fractional models of seismoacoustic and electromagnetic activity, *E3S Web of Conferences: Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors*, 2017. vol. 20, pp. 02013, DOI: 10.1051/e3sconf/20172002013.
26. Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Fractional Model of the Deformation Process, *Fractal Fract.*, 2022. vol. 6, pp. 372, DOI: 10.3390/fractalfract6070372.
27. Шереметьева О. В. Степенные закономерности в последовательностях статистически связанных событий, предшествующих главному событию, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2020. Т. 33, № 4, С. 102-109, DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-102-109.
28. *The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: <http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/>.*
29. Федотов С. А. О закономерностях распределения сильных землетрясений Камчатки, Курильских островов и северо-восточной Японии / *Тр. ИФЗАН СССР*. М., Наука, 1968, С. 121-150.
30. Dobrovolsky I. R., Zubkov S. I., Myachkin V. I. Estimation of the size of earthquake preparation zones, *Pageoph.*, 1979. no. 117, pp. 1025-1044.
31. Попова А. В., Шереметьева О. В., Сагитова Р. Н. Анализ параметров выборки данных Global CMT Catalog для построения статистической модели сейсмического процесса на примере зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги, *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*, 2012. Т. 5, № 2, С. 23-32, DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-23-32.
32. Davis J. C. *Statistics and data analysis in geology*. New York: J. Wiley & Sons. Inc., 1986. 267 pp.



Шереметьева Ольга Владимировна ✉ – кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории моделирования физических процессов, Паратунка, Елизовский район, Камчатский край, Россия,  ORCID 0000-0001-9417-9731.



Шевцов Борис Михайлович ✉ – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник лаборатории электромагнитных излучений, Паратунка, Елизовский район, Камчатский край, Россия,  ORCID 0000-0003-0625-0361.

MSC 60G22, 37M10, 60J80, 33E12

Research Article

Approximation of the waiting times distribution laws for foreshocks based on a fractional model of deformation activity

O. V. Sheremetyeva, B. M. Shevtsov

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS,
684034, Paratunka, Mirnaya str., 7, Russia

E-mail: sheremeteva@ikir.ru

The article discusses two algorithms for constructing sequences of foreshocks associated with the main event of a given energy, based on the statistical model of the deformation process previously developed by the authors. Catalog of the Kamchatka Branch of the Geophysical Survey of Russia Academy of Sciences for the period from 1 January 1962 to 31 December 2002 for the Kuril-Kamchatka island arc subduction zone is used for research (area 46° – 62° N, 158° – 174° E) [28]. The method of «epochs» is applied to the sequences of foreshocks to obtain an empirical cumulative distribution function (eCDF) $P^*(\tau)$ of relative frequency of foreshocks occurrence depending on the time before the mainshock. Based on the fractional model of the deformation process developed by the authors, the empirical cumulative distribution function $P^*(\tau)$ of foreshocks waiting time are approximated by the Mittag-Leffler function and the exponential function. It is shown that the accuracy of the approximation by the Mittag-Leffler function is higher than the exponential one. A comparative analysis of three parameters of approximating functions for the empirical distributions obtained from the results of two algorithms for constructing sequences of foreshocks is carried out. Based on the obtained values of the parameters of the Mittag-Leffler function, the deformation process in the considered region can be considered non-stationary and close to the standard Poisson process.

Key words: foreshocks, approximation, fractional Poisson process, Mittag-Leffler function, non-local effect, non-stationarity, statistical model, fractional model.

 DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-137-152

Original article submitted: 12.10.2022

Revision submitted: 29.10.2022

For citation. Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Approximation of the waiting times distribution laws for foreshocks based on a fractional model of deformation activity. *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki.* 2022, 40: 3, 137-152.  DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-137-152

Competing interests. The authors declare that there are no conflicts of interest regarding authorship and publication.

Funding. The work was carried out within the framework of the state assignment on the topic «Physical processes in the system of near space and geospheres under solar and lithospheric influences» (No. AAAA-A21-121011290003-0).

Contribution and Responsibility. All authors contributed to this article. Authors are solely responsible for providing the final version of the article in print. The final version of the manuscript was approved by all authors.

The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

© Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M., 2022

References

- [1] Mogi K. Active periods in the world's shift seismic belts, *Tectonophysics*, 1974, 22, 265-282.
- [2] Kagan Y., Knopoff L. Earthquake risk prediction as a stochastic process, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1977, 14, 97-108.
- [3] Bak P., Christensen K., Danon L., Scanlon T. Unified scaling law for earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, 88:17, 178501-1-178501-4.
- [4] Keilis-Borok V. I., Soloviev A. A. *Nonlinear Dynamics of the Lithosphere and Earthquake Prediction*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2003, 337.
- [5] Gutenberg B., Richter C. F. Seismicity of the Earth, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 1944, 34, 185-188.
- [6] Utsu T., Ogata Y., Matsu'ura R. S. The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershocks activity, *J. Phys. Earth*, 1995, 43, 1-33.
- [7] Pisarenko V. F., Rodkin M. V. Declustering of Seismicity Flow: Statistical Analysis, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2019, no. 55, pp. 733-745. DOI: 10.31857/S0002-33372019538-52
- [8] Zaliapin I., Gabrielov A., Keilis-Borok V., Wong H. Clustering Analysis of Seismicity and Aftershock Identification, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, 101, 018501.
- [9] Zaliapin I., Ben-Zion Y. Earthquake declustering using the nearest-neighbor approach in space-time-magnitude domain, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2020, 125, 1-33. DOI: 10.1029/2018JB017120
- [10] Manna S. S. Two-state model of self-organized criticality, *J. Phys. A.: Math. Gen.*, 1991, 125, L363-L369. DOI: 10.1088/0305-4470/24/7/009
- [11] Shebalin P. N. Chains of epicenters as an indicator of increasing radius of correlation of seismicity before strong earthquakes, *Vulkanologiya i Seysmologiya [Volcanology and Seismology]*, 2005, 1, 3-15. (In Russian)
- [12] Shebalin P. N. Methodology for forecasting strong earthquakes with a waiting period of less than a year, *Algoritmy prognoza zemletryaseni. Vychislitel'naya seysmologiya*, 2006, 37, 5-180. (In Russian)
- [13] Shevtsov B. M., Sagitova R. N. Statistical analysis of seismic processes on the basis of the diffusion approach, *Doklady Earth Sciences*, 2009, 426:1, 642-644. (In Russian)
- [14] Shevtsov B. M., Sagitova R. N. A diffusion approach to the statistical analysis of Kamchatka Seismicity, *Journal of Volcanology and Seismology*, 2012. 6:2, 116-125.
- [15] Shebalin P. N., Narteau C. Depth Dependent Stress Revealed by Aftershocks, *Nat. Commun.*, 2017, 8, 1317-1318. DOI: 10.1038/s41467-017-01446-y
- [16] Shebalin P. N., Narteau C., Baranov S. V. Earthquake Productivity Law, *Geophys. J. Int.*, 2020, 222, 1264-1269. DOI: 10.1093/gji/ggaa252
- [17] Baiesi M., Paczuski M. Complex networks of earthquakes and aftershocks, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2005, 12, 1-11.
- [18] Davy P., Sornette A., Sornette D. Some consequences of a proposed fractal nature of continental faulting, *Nature*, 1990, no. 348, pp. 56-58.
- [19] Kagan Y. Y., Knopoff L. Spatial distribution of earthquakes: The two-point correlation function, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 1980, 62, 303-320.

- [20] Saichev A. I., Zaslavsky G. M. Fractional kinetic equations: solutions and applications, *Chaos*, 1997, 7:4, 753-764.
- [21] Kagan Y. Y. Observational evidence for earthquakes as nonlinear dynamic process, *Physica D.*, 1994, 77, 160-192.
- [22] Metzler R., Klafter J. The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach, *Physics Reports*, 2000, 339, 1-77.
- [23] Carbone V., Sorriso-Valvo L., Harabaglia P., Guerra I. Unified scaling law for waiting times between seismic events, *Europhys. Lett.*, 2005, 71:6, 1036-1042. DOI: 10.1209/epl/i2005-10185-0
- [24] Turcotte D. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. 2nd ed., Cambridge University Press: Cambridge, London, 1997, 221 pp.
- [25] Shevtsov B. M., Sheremetyeva O. V. Fractional models of seismoacoustic and electromagnetic activity, *E3S Web of Conferences: Solar-Terrestrial Relations and Physics of Earthquake Precursors*, 2017, 20, 02013. DOI: 10.1051/e3sconf/20172002013
- [26] Sheremetyeva O. V., Shevtsov B. M. Fractional Model of the Deformation Process, *Fractal& Fract.*, 2022, 6, 372. DOI: 10.3390/fractalfract6070372
- [27] Sheremetyeva O. V. Power-law patterns in sequences of statistically related events preceding to the main event, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki*, 2020, vol. 33, no. 4, pp. 102-109. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-33-4-102-109 (In Russian).
- [28] The Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences. Available online: <http://www.gsras.ru/new/eng/catalog/>
- [29] Fedotov S. A. O zakonomernostyakh raspredeleniya sil'nykh zemletryasenyi Kamchatki, Kuril'skikh ostrovov i severo-vostochnoy Yaponii. Pr. IPE of the USSR Academy of Sciences [Tr. IFZAN SSSR]. Moscow, Nauka, 1968, 121-150. (In Russian).
- [30] Dobrovolsky I. R., Zubkov S. I., Myachkin V. I. Estimation of the size of earthquake preparation zones, *Pageoph.*, 1979, 117, 1025-1044.
- [31] Popova A. V., Sheremetyeva O. V., Sagitova R. N. Analysis of the data sampling parameters Global CMT Catalog to build a statistical model of the seismic process by the example of the subduction zone of the Kuril-Kamchatka island arc, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki*, 2012, 5(2), 23-32. DOI: 10.18454/2079-6641-2012-5-2-23-32 (In Russian).
- [32] Davis J. C. *Statistics and data analysis in geology*. N-Y, J. Wiley & Sons. Inc., 1986, 267



Sheremetyeva Olga Vladimirovna ✉ – Ph.D.(Tech.), Research Scientist, Laboratory of Physical Process Modeling, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia,  ORCID 0000-0001-9417-9731.



Shevtsov Boris Mikhaylovich ✉ – D. Sci. (Phys. & Math.), Chief Scientific Officer, Laboratory of Electromagnetic Radiation, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, Paratunka, Kamchatka, Russia,  ORCID 0000-0003-0625-0361.