

РАСЧЕТ АТМОСФЕРНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, ПРОНИКАЮЩИХ ИЗ ИОНОСФЕРЫ

¹В.В. Денисенко, ²В.В. Бычков, ¹Е.В. Помозов

CALCULATION OF ATMOSPHERIC ELECTRIC FIELDS, PENETRATING FROM THE IONOSPHERE

¹V.V. Denisenko, ²V.V. Bychkov, ¹E.V. Pomozov

Рассчитаны пространственные распределения электрических полей и токов в атмосфере Земли. В ионосфере задаются распределения электрического потенциала, характерные для суббурь и спокойных геомагнитных условий. Земля считается идеальным проводником. Атмосфера рассматривается как шаровой слой с заданным высотным ходом проводимости. При выбранной модели проводимости и потенциале ионосферы относительно Земли, равном 300 кВ, электрическое поле вблизи поверхности Земли вертикально и достигает 110 В/м. При разности значений потенциала 60 кВ в полярной шапке ионосферы в атмосфере получаются возмущения электрического поля с вертикальной компонентой до 13 В/м, максимальные вблизи поверхности Земли. При горизонтальных масштабах неоднородности поля более ста километров вертикальную компоненту электрического поля вблизи поверхности Земли можно вычислять в рамках одномерной модели. Распределения полей и токов в верхней атмосфере могут быть получены только из трехмерной модели. Используемый численный метод решения задачи электропроводности позволяет учесть неоднородности проводимости и рельеф поверхности Земли.

Spatial distributions of electric fields and currents in the Earth atmosphere are calculated. In the ionosphere, electric potential distributions typical of substorms and quiet geomagnetic conditions are specified. The Earth is deemed to be an ideal conductor. The atmosphere is considered as a spherical layer with the given height dependence of conductivity. Given the chosen conductivity method and ionospheric parameter, equal to 300 kV, relative to the Earth, the electric field near the Earth surface is vertical and may be as much as 110 V/m. With the 60 kV potential difference in the polar cap of the ionosphere, in the atmosphere the electric field with the vertical component up to 13 V/m may be disturbed. These disturbances are maximal near the Earth surface. If horizontal scales of field nonuniformity are over 100 km, the electric field vertical component near the Earth surface may be calculated in the framework of the one-dimensional model. Distributions of fields and currents in the upper atmosphere may be obtained only from the three-dimensional model. The numerical method for solving electroconductivity problems allows taking into account conductivity inhomogeneities and the Earth surface relief.

Модель атмосферного проводника

Крупномасштабные атмосферные электрические поля и токи с характерными временами изменений более 10 мин можно рассматривать как стационарные поля и токи в проводнике [1]. При известном пространственном распределении проводимости σ напряженность электрического поля \mathbf{E} и плотность тока \mathbf{J} могут быть найдены как решение системы уравнений электропроводности

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{J} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0, \\ \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

состоящей из закона сохранения заряда, уравнения индукции и закона Ома. Второе уравнение позволяет ввести такой электрический потенциал V , что $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V$, и свести систему (1) к уравнению электропроводности

$$-\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} V) = 0. \quad (2)$$

На рис. 1 представлено типичное высотное распределение атмосферной проводимости [2]. Характерная проводимость приземного слоя составляет $3 \cdot 10^{-14}$ (Ом·м)⁻¹, что на много порядков меньше проводимости морской воды 3 (Ом·м)⁻¹, влажной земли 10^{-2} (Ом·м)⁻¹ и даже таких пород, как мрамор, 10^{-8} (Ом·м)⁻¹. Поэтому поверхность Земли обычно рассматривается как идеальный проводник, что соответствует граничному условию

$$V|_{r=R_E} = 0, \quad (3)$$

где R_E – радиус Земли; r, θ, φ – сферические координаты.

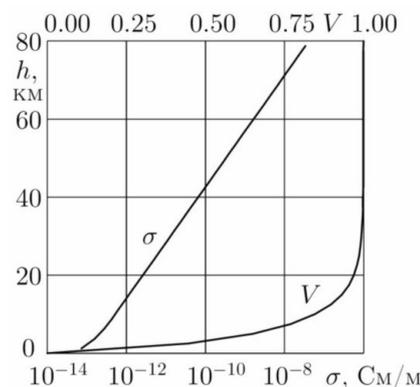


Рис. 1. Высотное распределение атмосферной проводимости σ из [2] и одномерное решение задачи электропроводности V .

По сравнению с атмосферой ионосфера тоже является хорошим проводником, и поэтому распределение потенциала в ней можно считать заданным:

$$V|_{r=R_E+H} = V_{\text{ion}}(\theta, \varphi), \quad (4)$$

где H – некоторая высота, $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$ – заданная функция, которая строится по результатам измерений или определяется из решения задач электропроводности ионосферы, в которых атмосфера приближенно рассматривается как идеальный изолятор [3].

Численный метод решения задачи электропроводности

Решение краевой задачи (2)–(4) эквивалентно отысканию минимума функционала энергии

$$W(V) = \int \sigma (\operatorname{grad} V)^2 r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi \quad (5)$$

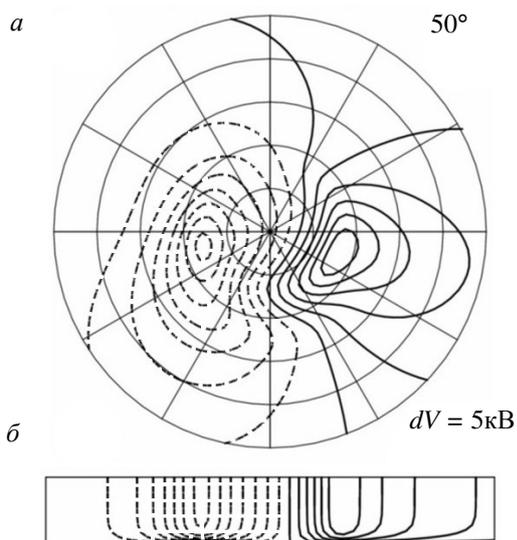


Рис. 2. Распределение электрического потенциала в атмосфере в спокойных геомагнитных условиях: *a* – потенциал в ионосфере $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$ (направление вверх соответствует направлению на Солнце); *б* – распределение потенциала V в вертикальной плоскости, проведенной через точки минимума и максимума $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$. Шаг между соседними эквипотенциалами составляет 5 кВ. Штриховой линией показаны отрицательные значения.

на функциях V , удовлетворяющих условиям (3), (4) [4]. Значение $W(V)$, когда V есть точное решение, равно джоулевой диссипации. Этот вариационный принцип позволяет построить метод конечных элементов для численного решения задачи. Разбиваем расчетную область на элементарные тетраэдры и рассматриваем кусочно-линейные аппроксимирующие решения функции V_h . Значения V_h в граничных узлах определены условиями (3), (4). Система линейных алгебраических уравнений для значений V_h во внутренних узлах получается как совокупность условий минимума значения $W(V_h)$ по каждому из узловых значений V_h . Матрица этой системы симметрична и положительно определена при естественных ограничениях для используемой сетки [4]. Решаем систему с помощью многосеточного метода Федоренко.

Если проводимость σ зависит только от высоты, $\sigma = \sigma(r)$ и потенциал ионосферы постоянен, $V_{\text{ion}} = V_0$, задача (2)–(4) становится одномерной:

$$-\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \sigma(r) \frac{dV(r)}{dr}) = 0, \quad V|_{r=R_E} = 0, \quad V|_{r=R_E+H} = V_0. \quad (6)$$

Решение такой задачи приведено на рис. 1. В масштабе рисунка оно не отличается от решения этой задачи в пренебрежении сферичностью Земли, когда уравнение приобретает вид

$$-\frac{d}{dr} (\sigma(r) \frac{dV(r)}{dr}) = 0. \quad (7)$$

Это одномерное решение используется для построения начального приближения V_h в качестве функции для интерполяции значений потенциала по вертикали от нуля до $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$.

Задача (2)–(4) при $\sigma = \sigma(r)$ также сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению, если $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$ является сферической функцией. С помощью разложения $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$ по сферическим функци-

ям таким путем можно аналитически строить достаточно общие решения задачи. Мы их использовали для тестирования численного метода.

Атмосферные электрические поля, проникающие из спокойной ионосферы

В работе [3] построены глобальные модели ионосферных электрических полей, создаваемых продольными токами в авроральной зоне во время магнитосферных суббурь и в спокойных геомагнитных условиях. Здесь мы рассмотрим вклад этих полей в атмосферное электрическое поле в спокойных условиях. Для возмущенных условий результаты аналогичны.

Распределение электрического потенциала $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$ из [3] воспроизведено на рис. 2, *a*. В результате численного решения задачи электропроводности (2)–(4) получено пространственное распределение $V(r, \theta, \varphi)$. На рис. 2, *б* показано распределение V в вертикальной плоскости, проведенной через точки минимума и максимума $V_{\text{ion}}(\theta, \varphi)$, видные на рис. 2, *a*. Поскольку горизонтальный размер, соответствующий $\theta = \pm 50^\circ$, много больше толщины атмосферного слоя H , размер по вертикали увеличен в 20 раз. Ионосферный потенциал задан на высоте $H = 80$ км. Как показали расчеты, при изменении H на ± 10 км приведенный рисунок практически не изменяется.

На рис. 3, *a* приведены распределения вертикальной компоненты электрического поля на поверхности Земли и на высоте 40 км. Они различаются между собой в основном масштабом и близки результатам одномерной модели. В последней получают рисунки, идентичные рис. 2, *a*, только с соответствующим масштабированием интервала между линиями уровня. Например, интервал $\delta V = 5$ кВ на рис. 2, *a* превращается в интервал $\delta E_r = 1.2$ мВ/м на высоте 40 км и $\delta E_r = 1.85$ мВ/м на поверхности Земли. Именно такие интервалы между линиями уровня выбраны на рис. 3, *a*.

На рис. 3, *б* представлена вертикальная компонента электрического поля на высоте 60 км. Это распределение мало похоже на получающееся в одномерной модели.

В частности, поля в области максимумов оказываются втрое больше, и поэтому интервал между линиями уровня выбран втрое больший.

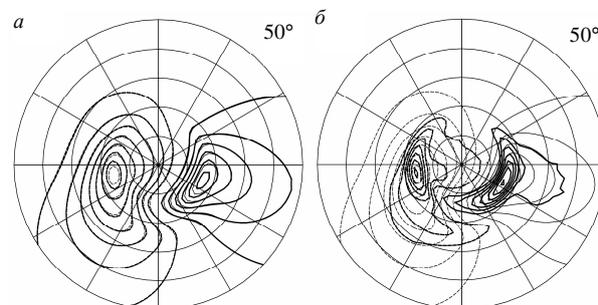


Рис. 3. Распределения вертикальной компоненты электрического поля в спокойных геомагнитных условиях: *a* – на поверхности Земли с интервалом $\delta E_r = 1.85$ мВ/м (тонкие линии) и на высоте 40 км с интервалом $\delta E_r = 1.2$ мВ/м (жирные линии); *б* – на высоте 60 км с интервалом $\delta E_r = 0.15$ мВ/м (жирные линии). Тонкие линии – результат одномерной модели с интервалом $\delta E_r = 0.05$ мВ/м.

Заключение

При разности потенциалов в ионосфере около 60 кВ на поверхности Земли получается вертикальное поле до 13 В/м, что составляет порядка одной десятой от среднего по поверхности Земли поля. При выбранной модели проводимости последнее поле равно 110 В/м, если разность потенциалов между землей и ионосферой равна 300 кВ.

Анализ построенных решений задачи электропроводности атмосферы показал, что электрическое поле в нижней атмосфере можно строить в рамках одномерной модели, если рассматривать поля с горизонтальными размерами не менее 100 км. Для верхней атмосферы необходимо использовать трехмерную модель электропроводности. Созданный численный метод позволяет учесть пространственные неоднородности проводимости и рельеф местности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 07-05-00135) и программ РАН 2.16 и 16.3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Park C.G. Downward mapping of high-latitude ionospheric electric field to the ground. // JGR. 1976. V. 81, N 1. P. 168–174.
2. Справочник по геофизике. М.: Наука, 1965. 572 с.
3. Denisenko V.V., Zamay S.S. Electric field in the equatorial ionosphere // Planet. Space Sci. 1992. V. 40, N 7. P. 941–952.
4. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике М.: Гостехиздат, 1957. 378 с.

¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Паратунка