

Деформационные изменения земной коры в области повышенных тектонических напряжений

БОВРОВА М.Е., ПЕРЕЖОГИН А.С.

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
Россия

d72156@gmail.com

Процессы деформационных изменений земной коры в пределах сейсмоактивных зон связаны с подготовкой землетрясений. Выявление размеров областей влияния готовящихся землетрясений исследовалось в работе [3]. В настоящей работе с помощью математического моделирования построена зона деформационного влияния японского землетрясения 11.03.2011 г. В основе положена статическая модель деформационного поля в рамках теории упругости [2].

Рассмотрим модель земной коры в приближении упругого однородного изотропного полупространства. Во введенной декартовой системе координат полупространство совпадает с положительным направлением оси OZ. Тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} и вектор смещения u_i удовлетворяют системе уравнений:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{ii} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

где X_i – массовые силы внутри полупространства, λ, μ – коэффициенты Ламэ, δ_{ij} – символ Кронекера. Граничным условием для системы (1) - (3) является свободная граница $z = 0$: $\sigma_{zx}|_{z=0} = \sigma_{zy}|_{z=0} = \sigma_{zz}|_{z=0} = 0$.

Источник в виде комбинации девяти двойных сил помещен в точку с на оси OZ [1].

Для нахождения поля напряжений можно воспользоваться представлением Галеркина. Компоненты тензора напряжений в упругом изотропном полупространстве могут быть выражены через частные производные вектора Галеркина [?]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial x} \Delta X + \left(\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{yy} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial y} \Delta Y + \left(\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{zz} &= 2(1-\nu) \frac{\partial}{\partial z} \Delta Z + \left(\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{yz} &= (1-\nu) \left(\frac{\partial}{\partial z} \Delta Y + \frac{\partial}{\partial y} \Delta Z \right) - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{zx} &= (1-\nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \Delta X \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{xy} &= (1-\nu) \left(\frac{\partial}{\partial y} \Delta X + \frac{\partial}{\partial x} \Delta Y \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \operatorname{div} \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (4)$$

где X, Y, Z – координаты вектора Галеркина \mathbf{H} ; $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$ – компоненты тензора напряжений; Δ – оператор Лапласа, ν – коэффициент Пуассона.

Проведем моделирование максимальных касательных напряжений. Для выделения не только критических, но и всех других возможных уровней напряжений, воспользуемся величиной $\sigma_{\max} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)/2$ – критерием максимальных касательных напряжений, где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные значения тензора напряжений. С помощью значения максимального касательного напряжения определим относительные деформации сдвига:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{(1 + \nu)}{E} \sigma_{\max} \quad (5)$$

В упругом полупространстве определим следующие уровни сдвиговых деформаций ε_{\max} : $10^{-8} - 10^{-7}; 10^{-7} - 10^{-6}; 10^{-6} - 10^{-5}; > 10^{-5}$. Значение $< 10^{-8}$ величины ε_{\max} соответствует уровню приливной деформации земной коры, а значение больше чем 10^{-5} – образованию области разуплотнения и достижению предела прочности пород. При численном моделировании для дальнейшего анализа установим уровень сдвиговых деформаций – 10^{-5} .

Программная реализация математической модели выполнена в системе Maxima [9].

Используя (4) и суммы векторов Галеркина для двойных сил без момента [6] получены явные решения для тензора напряжений и сдвиговых деформаций с помощью пакета аналитических вычислений Maxima [9]:

1) Задаем коэффициенты Ламэ: λ , μ , глубину гипоцентра, компоненты тензора сейсмического момента.

2) Вычисляем компоненты тензора напряжения $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xz}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$ с помощью представления Галеркина. Представим источник как комбинацию девяти двойных сил (двойная сила в направлении оси x , двойная сила в направлении оси y , двойная сила в направлении оси z , двойная сила в направлении оси x с моментом относительно оси y , двойная сила в направлении оси x с моментом относительно оси z , двойная сила в направлении оси y с моментом относительно оси x , двойная сила в направлении оси y с моментом относительно оси z , двойная сила в направлении оси z с моментом относительно оси x , двойная сила в направлении оси z с моментом относительно оси y) [6].

3) Вычисляем суперпозицию решений для единичных векторов.

4) Вычислим компоненты тензора напряжения $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xz}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$ в каждой точке пространства, умножив на величину сейсмического момента для соответствующей силы.

5) Приведем матрицу к диагональному виду и вычислим максимальную полуразность главных компонент тензора. Сдвиговые компоненты определяются по формуле (5).

6) Вычисляем радиус влияния землетрясения – максимальный радиус от эпицентра до границы области со значением деформации порядка 10^{-8} .

Для моделирования области деформации использовались следующие параметры земной коры: $\nu=0.25$, $\lambda=3.5 \cdot 10^{10}$ Па, $\mu=3.48 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho=2900$ кг/м³, $g=9.8$ м/с², $S=3 \cdot 10^6$ Па, $\alpha=0.5$. Задана глубина источника $c=20$ км и тензор сейсмического момента для японского землетрясения 11.02.2011 г. Данные получены из Гарвардского каталога землетрясений [10].

$$M = \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{pt} & M_{pr} \\ M_{tp} & M_{tt} & M_{tr} \\ M_{rp} & M_{rt} & M_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.450 & -0.657 & 4.550 \\ -0.657 & -0.281 & 2.120 \\ 4.550 & 2.120 & 1.730 \end{bmatrix} \cdot 10^{22} \text{Н м}$$

Тензор сейсмического момента задан в Н м. Координата r направлена по радиусу к центру Земли, t – на юг и p – на восток. Ориентация сторон света выбрана следующим образом: координата r соответствует z , координата t соответствует y и координата p соответствует x в декартовой системе координат.

Визуализация результатов моделирования выполнена с помощью пакета построения графиков gnuplot [8]. Пространственное распределение области деформационного влияния

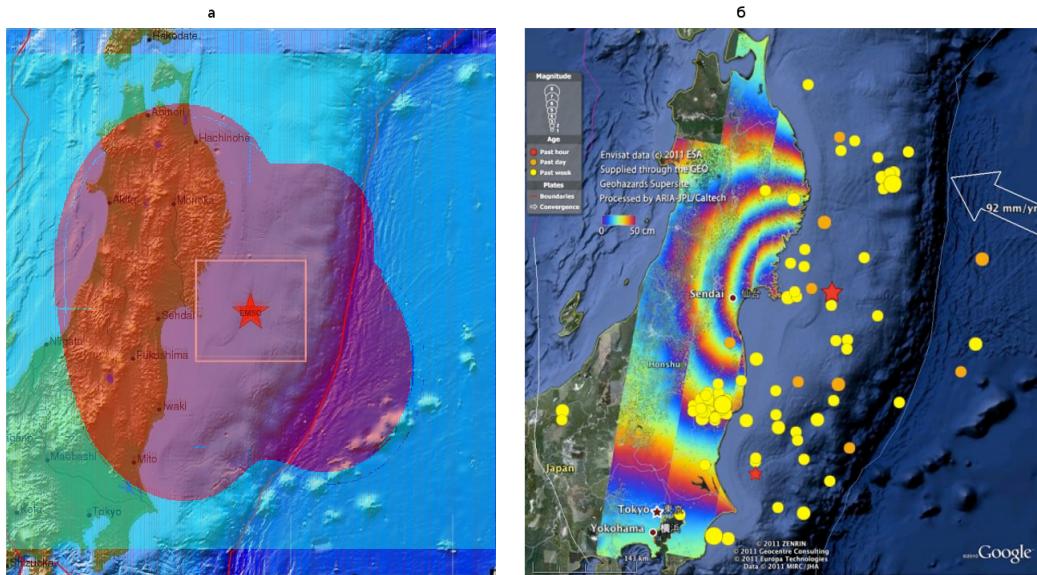


Рис. 1. Зона относительных деформаций 10^{-5} на поверхности полупространства (а), данные спутника Envisat [7] (б)

по результатам моделирования хорошо согласуется с результатами радарных наблюдений за смещением земной коры. Механизм очага сейсмического события, который заложен в математическую модель, указывает на качественное совпадение с реально наблюдаемой картиной деформационных возмущений земной поверхности.

Результаты применения статической модели теории упругости для моделирования областей деформационного влияния землетрясений качественно согласуют с экспериментальными данными о смещениях земной поверхности. В связи с этим появляется возможность оценок размеров областей подготовки землетрясений в пределах сейсмоактивных регионов.

Литература

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. // М.:Мир, 1983. Т. 1. 520 с.
2. Боброва М.Е., Пережогин А.С. Моделирование поля деформаций и зон дилатансии в упругом полупространстве с комбинацией двойных сил // Вестник КРАУНЦ. Физмат науки. 2011. № 1 (1). С. 29-34.
3. Добровольский И.П. Математическая теория подготовки и прогноза тектонического землетрясения. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2009. 240 с.
4. Новацкий В. Теория упругости. М.:Мир, 1975. С. 302.
5. Пережогин А.С., Шевцов Б.М. Модели напряженно-деформированного состояния горных пород при подготовке землетрясений и их связь с геоакустическими наблюдениями // Вычислительные технологии. 2009. Т. 14. № 3. С. 48-58.
6. Mindlin R.D., Cheng D.H. Nuclei of Strain in the Semi-Infinite Solid. // Journal of Applied Physics. Vol. 21. 1950. P. 926-930.
7. http://www.esa.int/esaCP/SEM9PL6UPLG_index_0.html

8. <http://www.gnuplot.info>
9. <http://maxima.sourceforge.net/ru>
10. <http://www.globalcmt.org/CMTsearch.html>

Deformation changes of the Earth's crust in the area of high tectonic stress

Bobrova M.E., Perezhogin A.S.

Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation FEB RAS, Russia

At present, radio interferometry methods are actively used to determine Earth's surface deformations. The strongest displacements are caused by earthquakes, volcanic eruptions and great landslides. Such tasks require an adequate mathematical model for the stress-strain state of the Earth crust rocks.

The paper presents one of the possible approaches to describe deformation changes in the result of big seismic events. As the Earth crust model the approximation in the form of homogeneous isotropic elastic half-space with a combination of double forces, which correspond to earthquake mechanism, is chosen.

The model calculates the area of surface deformations, using maximum shear stress and dilatancy. Numerical modeling of surface deformations of the Earth's crust is carried out for the Japanese earthquake on March 11, 2011. The simulation results are compared with the displacement of the Earth's crust, obtained by radar measurement of ALOS and Envisat satellites.