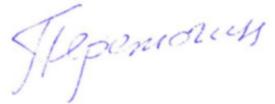


Российская академия наук  
Дальневосточное отделение  
Институт космических исследований  
и распространения радиоволн



На правах рукописи

Пережогин Андрей Сергеевич

## **Моделирование зон геоакустической эмиссии в условиях деформационных возмущений**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

п. Паратунка, Елизовский район, Камчатский край  
2009 г.

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН (ИКИР ДВО РАН)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор Шевцов Борис Михайлович

Официальные оппонен-  
ты:

Ведущая организация:

# Общая характеристика работы

## Актуальность работы

Акустическая эмиссия – явление генерации упругих волн, вызванных внезапной перестройкой в структуре материалов, находящихся в напряженно-деформированном состоянии. Источником акустической энергии служит поле упругих напряжений. Упругие колебания наблюдаются в разнообразных условиях и в широком диапазоне длин волн (от тысяч километров сейсмических волн в земной коре до нанометров дислокационных подвижек и связанных с ними колебаний в различных средах). Если речь идет об упругих колебаниях в частотном диапазоне примерно 10-20000 Гц, то их называют акустическими.

В лабораторных условиях акустико-эмиссионный контроль позволяет изучать процессы деформации и разрушения материалов. Он дает возможность вести наблюдение за поведением сред при изменении нагрузки. В науке и инженерных дисциплинах по контролю состояния технических систем метод акустической эмиссии используется очень широко, поскольку современная регистрирующая аппаратура чрезвычайно чувствительна к любым видам структурных изменений материалов.

В геофизике метод акустико-эмиссионного контроля применяется при изучении состояния горных пород [1, 2, 3]. На камчатском геодинамическом полигоне ИКИР ДВО РАН (Камчатский край, Елизовский район, п. Паратунка) проводит исследование высокочастотной геоакустической эмиссии в открытых водоемах с помощью систем направленных гидрофонов и векторно-фазового приемника. В экспериментах [2] было установлено, что за несколько часов до землетрясения происходит повышение интенсивности геоакустической эмиссии на пунктах наблюдений, расположенных на расстоянии сотен км от будущего очага. При этом направленность геоакустических сигналов обладают ярко выраженной анизотропией, что позволяют определить направление на источник напряжений. Одним из методов наблюдения за подготовкой сейсмического события может быть измерение интенсивности геоакустической эмиссии, вариации которой можно рассматривать как предвестник землетрясения. Исследование изменений в различных геофизических полях имеет большое практическое значение для разработки методов оценки сейсмической опасности.

Вариации интенсивности геофизических полей в сейсмоактивных регионах связывают с изменением напряженно-деформированного состояния в окрестности очагов землетрясений. Поля напряжений и деформаций горных пород земной коры исследовали Теркот Д., Шуберт Дж., Николаевский В.Н., Алексеев А.С., Добровольский И.П., Okada Y., Ка-

сахара М., Аки К. В работе [4] предложена модель дилатансии горных пород с источником напряжений в виде простой силы. В работах [5, 6] строится модель поля деформаций поверхности земной коры с мягким включением.

Необходимость обоснования того, что геоакустическая эмиссия является следствием деформационного процесса в области подготовки землетрясения, требует исследования зон дилатансии для случая двойной силы, как возможного источника напряжений в очаге землетрясения, и расчета зон геоакустической эмиссии, определяемых уровнями деформаций земной коры.

**Целью работы** является математическое моделирование областей геоакустической эмиссии на основе расчета полей напряженного состояния земной коры в условиях деформационных возмущений.

**Предмет исследования** – характеристики акустической эмиссии: пространственное распределение источников, направленность и интенсивность излучения, которые определяются полем деформаций. Сами акустические сигналы не рассматриваются.

Для достижения цели необходимо было решить следующие **задачи**:

- выбор и обоснование модели среды в приближении упругого однородного полупространства с двумя типами источников напряжений: простая сосредоточенная сила и двойная сила;
- выполнение расчетов напряженно-деформированного состояния горных пород с использованием критериев максимальных касательных напряжений и дилатансии;
- определение ориентации источников сигналов и построение диаграммы направленности акустического излучения на основе расчетов напряженно-деформированного состояния пород;
- исследование характера диссипативных процессов в геологической среде, описывающих интенсивность геоакустической эмиссии, в рамках вязкоупругой модели Максвелла;
- построение обобщенной вязкоупругой модели Максвелла в трехмерном случае с использованием математического аппарата дробного дифференцирования;

## Научная новизна исследования

1. Впервые модели напряженного состояния упругой среды применены для построения зон акустической эмиссии горных пород и описания

направленности ее источников.

2. Впервые на основе вычислений поля деформаций с помощью критерия максимальных сдвиговых напряжений выделены *зоны геоакустической эмиссии* по отличающимся уровням интенсивности сигналов, и в каждой точке пространства определены диаграммы направленности акустического излучения относительно оси наибольшего сжатия. Этот результат позволяет по данным акустических наблюдений определять направление на источники деформационных возмущений и осуществлять локацию эпицентров готовящихся землетрясений.
3. Впервые проведено модельное сравнение зон геоакустической эмиссии и дилатансии.
4. Впервые рассмотрено обобщение трехмерной вязкоупругой модели Максвелла на среды с фрактальными свойствами с целью описания релаксационных процессов, сопровождаемых акустической эмиссией. Учет этих свойств в упругой модели позволил уточнить пространственные размеры зон акустической эмиссии.

## Достоверность результатов

В работе применяются методы линейной теории упругости для математического моделирования напряженно-деформированного состояния полупространства. Используются известные принципы формирования диаграмм направленности акустического излучения в случаях дислокаций и сдвиговых источников. Используется линейная вязкоупругая модель Максвелла для трехмерных сред. Для обобщения классических моделей теории упругости на среды с фрактальными свойствами использован хорошо разработанный аппарат дробного дифференцирования. Получено хорошее согласие расчетов с данными геоакустических наблюдений в отношении размеров пространственных зон эмиссии и распределения акустического излучения по направлениям.

## Практическая ценность

Работа выполнена по планам научных исследований Института космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 16 и проекта Президиума ДВО РАН №06-1-П16-070. Результаты работы заложили основу понимания процессов формирования высокочастотной геоакустической эмиссии в областях деформационных возмуще-

ний и используются при анализе экспериментальных данных. Установленная связь диаграммы направленности геоакустического излучения с осью наибольшего сжатия может быть использована в технических системах акустического контроля для локации источников напряжений и оценки уровня сейсмической опасности.

## **Личный вклад**

Автором работы созданы алгоритмы и программы для вычисления полей напряжений в различных случаях сосредоточенных источников. В явном виде получены выражения компонент тензора напряжений для задачи Миндлина в случае двойной сосредоточенной силы. Найдено аналитическое решение для напряжений в рамках трехмерной реологической модели Максвелла. На основе модели Миндлина и реологической модели Максвелла дано объяснение наблюдаемым особенностям геоакустической эмиссии.

## **Основные положения, выносимые на защиту**

- модель зон геоакустической эмиссии, объясняющая особенности пространственного распределения источников сигналов в условиях деформационных возмущений
- механизм формирования анизотропии направленности геоакустических сигналов в упругом однородном пространстве
- оценка интенсивности геоакустической эмиссии в вязкоупругом приближении среды с учетом фрактальных свойств

## **Презентация работы**

Основные результаты и выводы, приведенные в диссертации, докладывались на 7 российских конференциях: VI Всероссийская выставка научно-технического творчества молодежи, Москва, 2006; Региональная молодежная научная конференция "Исследование в области наук о Земле (география, геология, геофизика, геоэкология, вулканология)", г. Петропавловск-Камчатский, 2006; IV Международной конференции "Солнечно-земные связи и предвестники землетрясений", Камчатский край, Елизовский район, п. Паратунка, 2007; IX Всероссийская конференция с участием иностранных ученых "Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф", г. Барнаул, 2007; I Научно-техническая конференция "Проблемы

комплексного геофизического мониторинга Дальнего Востока России", г. Петропавловск-Камчатский, 2007; Региональная молодежная научная конференция "Исследование в области наук о Земле (география, геология, геофизика, геоэкология, вулканология) – 2008", г. Петропавловск-Камчатский, 2008; VII Всероссийская конференция молодых ученых "Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии", г. Новосибирск, 2009.

## Публикации

По теме диссертации опубликовано 10 научных работ, в том числе 4 статьи в ведущих рецензируемых журналах, входящих в список ВАК, 5 статьи в материалах и трудах конференций и 1 программная разработка, зарегистрированная в Отраслевом фонде алгоритмов и программ.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и библиографического указателя, содержащего 79 ссылок. Объем диссертации – 104 листа, включая 48 рисунков и 2 таблицы.

## Основное содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель исследования и основные задачи, указаны методы исследования, научная новизна и практическая значимость работы, личный вклад автора. Кратко изложены структура и содержание работы.

В **первой главе** рассматривается модель упругого однородного полупространства с сосредоточенными источниками двух типов: простая сила и двойная сила.

В задачах линейной теории упругости важную роль играет решение Кельвина для сосредоточенной силы в упругом пространстве. В практических задачах распределение напряжений описывается суперпозицией решений типа Кельвина для неограниченного упругого пространства.

В настоящей работе рассматривается задача Миндлина [13]. Упругое полупространство ограничено плоскостью  $z = 0$  и совпадает с положительным направлением оси  $OZ$ . Граница полупространства свободная. Сосредоточенный источник расположен вблизи свободной границы. Простая сосредоточенная сила находится в точке  $(0, 0, c)$  рис. 1 а. Уравнение

эластостатики

$$\Delta \mathbf{u} + k \mathbf{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} + \frac{\mathbf{X}}{\mu} = 0, k = \frac{\lambda + \mu}{\mu} \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор смещения,  $\lambda, \mu$  – коэффициенты Ламэ,  $\mathbf{X}$  – вектор массовых силы.

В упругом изотропном теле вектор смещения и тензор напряжений могут быть представлены через производные трех функций [13].

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{2G} \left( 2(1 - \nu) \Delta X + \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \mathbf{H} \right), \\ u_2 &= \frac{1}{2G} \left( 2(1 - \nu) \Delta Y + \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{div} \mathbf{H} \right), \\ u_3 &= \frac{1}{2G} \left( 2(1 - \nu) \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \mathbf{H} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2(1 - \nu) \frac{\partial}{\partial x} \Delta X + \left( \nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{yy} &= 2(1 - \nu) \frac{\partial}{\partial y} \Delta Y + \left( \nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{zz} &= 2(1 - \nu) \frac{\partial}{\partial z} \Delta Z + \left( \nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{yz} &= (1 - \nu) \left( \frac{\partial}{\partial z} \Delta Y + \frac{\partial}{\partial y} \Delta Z \right) - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{zx} &= (1 - \nu) \left( \frac{\partial}{\partial x} \Delta Z + \frac{\partial}{\partial z} \Delta X \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \operatorname{div} \mathbf{H}, \\ \sigma_{xy} &= (1 - \nu) \left( \frac{\partial}{\partial y} \Delta X + \frac{\partial}{\partial x} \Delta Y \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \operatorname{div} \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $X, Y, Z$  – координаты вектора Галеркина  $\mathbf{H}$ ;  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{xy}$  – компоненты тензора напряжений;  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - c)^2}$ ,  $R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + c)^2}$ .

Аналитическое решение для тензора напряжений в точке полупространства  $(x, y, z)$  получается подстановкой вектора Галеркина, соответствующего типу сосредоточенного источника, в систему (3). Вектор Га-

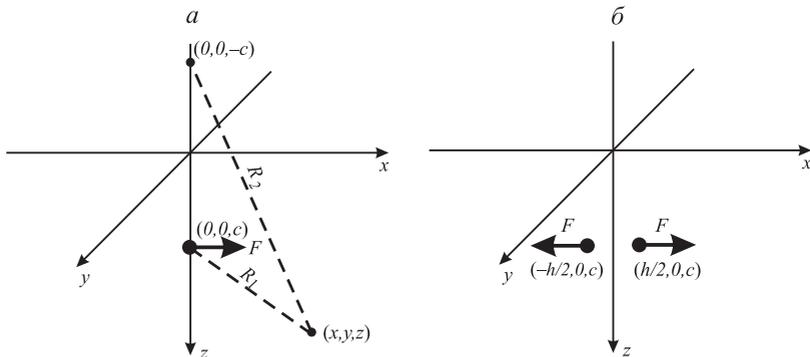


Рис. 1. Направления сил: *a* – простой, *б* – двойной.  $(0, 0, c)$  – точка приложения сосредоточенной силы,  $(h/2, 0, c)$  и  $(-h/2, 0, c)$  – точки приложения двойной силы,  $F$  – модуль простой и двойной силы

леркина для простой силы в направлении оси  $OX$  [14]:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{F}{8\pi(1-\nu)} \left( R_1 + R_2 - \frac{2c^2}{R_2} + \right. \\
 &\quad \left. + 4(1-\nu)(1-2\nu)[(z+c)\ln(R_2+z+c) - R_2] \right), \\
 Y &= 0, \\
 Z &= \frac{F}{8\pi(1-\nu)} \left( \frac{2cx}{R_2} + 2(1-2\nu)x \ln(R_2+z+c) \right).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Координаты вектора Галеркина для простой силы в направлении оси  $OZ$  [14]:

$$\begin{aligned}
 X &= 0, \\
 Y &= 0, \\
 Z &= \frac{F}{8\pi(1-\nu)} \left( R_1 + 8\nu(1-\nu)R_2 + \right. \\
 &\quad \left. + 4(1-2\nu)[(1-\nu)z - \nu c] \ln(R_2+z+c) - \frac{2cz}{R_2} \right).
 \end{aligned} \tag{5}$$

В случае двойной силы поле напряжений будет выражаться через разность вектора Галеркина для простой силы в двух точках полупространства  $\mathbf{H}(-h/2, 0, c) - \mathbf{H}(h/2, 0, c)$ . При  $h \rightarrow 0$ ,  $F \rightarrow \infty$  поле напряжений определяется величиной, которая называется вектором Галеркина для двойной силы  $\partial\mathbf{H}/\partial x$ . В  $\mathbf{H}$  стоит модуль простой силы  $F$ , а в  $\partial\mathbf{H}/\partial x$

– величина двойной силы  $M = F \cdot h$  Вектор Галеркина для двойной силы в направлении оси  $OX$  [14]:

$$\begin{aligned} X &= \frac{Mx}{8\pi(1-\nu)} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2+z+c} + \frac{2c^2}{R_2^3} \right), \\ Y &= 0, \\ Z &= \frac{M}{8\pi(1-\nu)} \left( \frac{2c}{R_2} - \frac{2cx^2}{R_2^3} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2(1-2\nu)x^2}{R_2(R_2+z+c)} + 2(1-2\nu) \ln(R_2+z+c) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Подстановка вектора Галеркина (6) в (3) дает решение для компонент тензора напряжений в случае сосредоточенного источника в виде двойной силы. В литературе в явном виде формулы тензора напряжений для двойной силы не приводятся. В настоящей главе формулы получены в явном виде. В силу громоздкости полученных решений в автореферате формулы не приводятся.

Во **второй главе** дается обзор реологических моделей. Исследуется классическая модель тела Максвелла в трехмерном случае и ее обобщение для сред с фрактальными свойствами.

В линейной теории упругости реакция упругого тела на воздействие происходит мгновенно. В реальной ситуации связь между силами и перемещением зависит от времени. Тело получает некоторую постоянную деформацию, а напряжения в нем постепенно ослабевают.

Реологическая модель тела Максвелла в трехмерном случае имеет вид [12]:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \frac{\dot{\sigma}_1 - \nu(\dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_1 - p) \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \frac{\dot{\sigma}_2 - \nu(\sigma_1 + \dot{\sigma}_3)}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_2 - p) \\ \dot{\varepsilon}_3 &= \frac{\dot{\sigma}_3 - \nu(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_3 - p) \end{aligned} \quad (7)$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения, деформации,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\mu$  – коэффициент вязкости,  $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  – давление.

В предположении неизменности суммарных деформаций  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  левые части уравнений (7) будут нулями, что позволяет получить уравнения для  $\sigma_1(t), \sigma_2(t), \sigma_3(t)$  с заданными начальными условиями  $\sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_3^0$ . Решение

уравнений (7) с нулевыми левыми частями имеют вид:

$$\begin{aligned}\sigma_1(t) &= p_0 + (\sigma_1^0 - p_0) \exp\left(-\frac{Et}{2\mu(1+\nu)}\right), \\ \sigma_2(t) &= p_0 + (\sigma_2^0 - p_0) \exp\left(-\frac{Et}{2\mu(1+\nu)}\right), \\ \sigma_3(t) &= p_0 + (\sigma_3^0 - p_0) \exp\left(-\frac{Et}{2\mu(1+\nu)}\right),\end{aligned}\quad (8)$$

$p_0 = (\sigma_1^0 + \sigma_2^0 + \sigma_3^0)/3$  – давление. В том случае, когда среда обладает памятью, оператор классического дифференцирования заменяется оператором дробного дифференцирования [8, 10]. В силу конечности напряжений и деформаций подставим вместо классической производной оператор дробного дифференцирования по Капуто [9] в (7).

$$\begin{aligned}\partial_{ot}^\alpha \varepsilon_1(t) &= \frac{\partial_{ot}^\alpha \sigma_1(t) - \nu(\partial_{ot}^\alpha \sigma_2(t) + \partial_{ot}^\alpha \sigma_3(t))}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_1 - p), \\ \partial_{ot}^\alpha \varepsilon_2(t) &= \frac{\partial_{ot}^\alpha \sigma_2(t) - \nu(\partial_{ot}^\alpha \sigma_1(t) + \partial_{ot}^\alpha \sigma_3(t))}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_2 - p), \\ \partial_{ot}^\alpha \varepsilon_3(t) &= \frac{\partial_{ot}^\alpha \sigma_3(t) - \nu(\partial_{ot}^\alpha \sigma_2(t) + \partial_{ot}^\alpha \sigma_1(t))}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_3 - p),\end{aligned}\quad (9)$$

$\partial_{ot}^\alpha g(t)$  – оператор дробного дифференцирования по Капуто,  $\alpha$  – порядок дробной производной.

Предполагаем, как и в классической модели Максвелла, что деформации постоянны в течение всего времени. В начальный момент  $t = 0$  времени напряжения равны  $\sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_3^0$ . Решение задачи Коши системы обыкновенных дифференциальных уравнений с дробной производной по Капуто при постоянных деформациях будет иметь вид:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= p_0 + (\sigma_1^0 - p_0) M_{1/\alpha}\left(-\frac{Et^\alpha}{2\mu(1+\nu)}, 1\right) \\ \sigma_2 &= p_0 + (\sigma_2^0 - p_0) M_{1/\alpha}\left(-\frac{Et^\alpha}{2\mu(1+\nu)}, 1\right) \\ \sigma_3 &= p_0 + (\sigma_3^0 - p_0) M_{1/\alpha}\left(-\frac{Et^\alpha}{2\mu(1+\nu)}, 1\right)\end{aligned}\quad (10)$$

$M_{1/\alpha}(z, 1) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}$  – функция Миттаг-Леффлера [11],  $\Gamma(z)$  – гамма-функция. Показатель дробности оператора Капуто ограничен  $0 < \alpha \leq 1$ .

Вязкоупругая модель Максвелла используется для вычисления диссипативной функции по заданным начальным значениям тензора напряжений. Диссипативные процессы в сплошной среде определяют энергию, которая переходит в акустическую эмиссию и тепло.

В **третьей главе** показано применение модели Миндлина и реологической модели Максвелла к описанию наблюдаемых особенностей геоакустической эмиссии.

В сейсмоактивных регионах вариации геофизических полей, как правило, связывают с деформационным процессом земной коры. Напряженное состояние геологической среды влияет на изменение уровня воды в скважинах, активность выделения радона в породах, колебаний напряженности электрических полей, геомагнитные вариации и т.п. Причиной, объединяющей все перечисленные изменения, может являться зона дилатансии - области разуплотнения горных пород в окрестности очагов землетрясений.

В работе [4] предложен критерий вычисления зон дилатансии:

$$D_\tau = \tau - \alpha(P + \rho gz) - S \geq 0, \quad (11)$$

где

$$\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} \left( (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \right)^{\frac{1}{2}}$$

– интенсивность касательных напряжений,  $P = -\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}$  – давление,  $\alpha$  – коэффициент внутреннего трения,  $\rho$  – плотность породы,  $g$  – ускорение свободного падения,  $z$  – координата точки,  $S$  – сцепление породы. К области дилатансии относится та часть полупространства, где выполняется условие  $D_\tau \geq 0$ . В области дилатансии касательные напряжения доминируют над сжатием, что и приводит к возникновению трещин и разуплотнению пород.

Ранее Алексеевым А.С. были показаны зоны дилатансии для полупространства с простой сосредоточенной силой вблизи поверхности. На рис. 2 приведен пример вычисления зон дилатансии на границе  $z = 0$  поверхности и в плоскости  $y = 0$  в случае двойной силы.

Видно, что зоны дилатансии простираются в земной коре на расстояние 100 и более километров от источника напряжений. С этими областями связывают вариации геофизических полей. Естественно, предположить, что в зонах дилатансии геоакустическая эмиссия будет очень интенсивной, так как разуплотнение горных пород – состояние среды близкое к разрушению. Рассмотрим поле сдвиговых деформаций на свободной поверхности, определяемое недиагональной компонентой тензора напряжений. Сосредоточенная сила ориентирована под углом к свободной поверхности. Поле напряжений в упругом полупространстве определяется

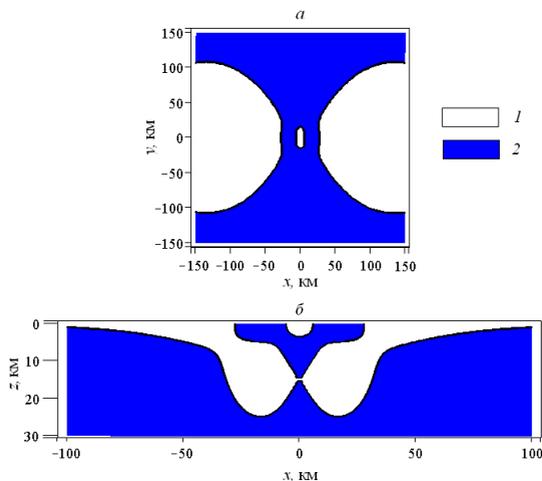


Рис. 2. Зона дилатансии: *a* – на свободной поверхности  $z = 0$ , *b* – в сечении  $y = 0$ . 1 – область дилатансии, 2 – область без нелинейного разуплотнения

суперпозицией решений задачи Миндлина для простой силы. В земной коре данная модельная ситуация может возникать на сочленении тектонических плит или блоков. Расчеты сдвиговой деформации  $\varepsilon_{xy}$  показы-

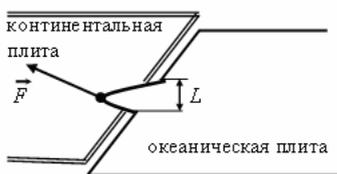


Рис. 3. Сочленение континентальной и океанической плит

вают, что деформации в период подготовки землетрясения на большом удалении от эпицентра превышают уровень приливной деформации  $10^{-8}$  и могут оказывать влияние на локальное напряженно-деформированное состояние среды. Как следствие, возможно наблюдение геоакустических эффектов в дальней зоне.

Для выделения не только критических, но и всех других возможных уровней напряжений, воспользуемся величиной  $\sigma_{\max} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|)/2$  – критерием максимальных касательных напряжений, где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные значения тензора напряжений. С по-

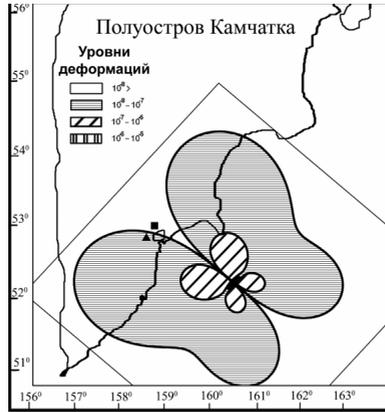


Рис. 4. Сдвиговый компонент тензора деформаций  $\varepsilon_{xy}$

мощью критерия  $\varepsilon_{\max} = (1 + \nu)\sigma_{\max}/E$  выделим зоны геоакустической эмиссии, различающиеся уровнями напряжений и, соответственно, интенсивностью акустических колебаний. Различным уровням относительных деформаций  $\varepsilon_{\max}$  ( $10^{-8} - 10^{-7}$ ,  $10^{-7} - 10^{-6}$ ,  $10^{-6} - 10^{-5}$ ) будут соответствовать разные зоны геоакустической эмиссии, отличающиеся уровнем интенсивности сигнала. Значение  $10^{-8}$  величины  $\varepsilon_{\max}$  соответствует уровню приливной деформации земной коры, а максимальное  $10^{-5}$  – пределу прочности и образованию области разуплотнения. На рис. 5 показаны зоны геоакустической эмиссии в сечении  $z = 0$  в двух случаях сил: простой силы ( $F = 5 \cdot 10^{13}$ Н) и двойной силы ( $F = 5 \cdot 10^{13}$ Н,  $h = 10^5$ м). Выбранные

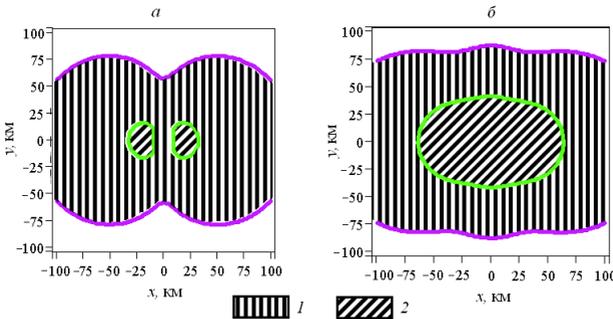


Рис. 5. Уровни сдвиговых деформаций, определяемые с помощью критерия  $\varepsilon_{\max}$ , в двух случаях сил: *а* – простой, *б* – двойной. 1 – относительные деформации  $10^{-8} - 10^{-7}$ , 2 – относительные деформации  $> 10^{-7}$

параметры источников напряжений соответствуют сильным землетрясениям, для которых геоакустические эффекты хорошо наблюдаются. Согласно рис. 5, зоны геоакустической эмиссии по уровню относительных деформаций больше приливного простираются на расстояние 100 км и более от эпицентра землетрясения, что объясняет появление откликов в виде геоакустической эмиссии на большом удалении от области подготовки сейсмического события.

В рамках модели Миндлина были проведены расчеты векторов смещений для простой сосредоточенной силы. Найдено отклонение направлений векторов смещений от радиус-векторов точек пространства. Предполагается, что направление геоакустического сигнала на станции наблюдения совпадает с вектором смещения. При анализе наблюдений геоакустической эмиссии установлено, что отклонение пеленга геоакустического сигнала от направления на источник деформаций меняет от  $2^\circ$  до  $54^\circ$ . На рис. 6 представлены расчеты области отклонения пеленга геоакустических сигналов от направления на источник деформаций.

Представление о том, что максимум акустического излучения направ-

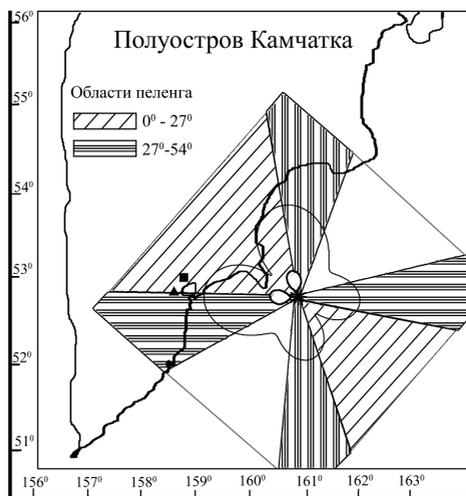


Рис. 6. Области отклонения пеленга геоакустического сигнала от направления на источник деформаций

лен по вектору смещения, является неполным. Основными источниками акустической эмиссии в осадочных породах являются подвижки по трещинам и границам неоднородностей. Эти подвижки рассматриваются как сдвиговые источники. Диаграммы направленности акустического излуче-

ния сдвиговых источников в твердых телах приведены на рис. 7. Большие лепестки на рис. 7 *a* соответствуют сжатию, а маленькие – растяжению.

Преимущественная ориентация сдвиговых источников акустических колебаний в каждой точке пространства будет определяться направлением максимальных касательных напряжений и сдвиговых деформаций. Направления находятся с помощью тензора напряжений  $\sigma_{ik}$ . Вычислительная процедура заключается в приведении тензора напряжений к главным осям. Относительно оси максимального сжатия выбирается два направления под углом  $45^\circ$ . На эти направления накладываются диаграммы направленности акустического излучения, показанные на рис. 7. Расчеты направлений максимальных касательных напряжений и наложение на них диаграммы излучений продольных колебаний на поверхности  $z = 0$  приведены на рис. 8.

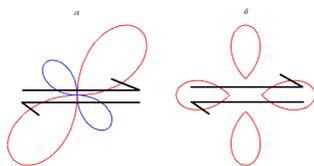


Рис. 7. Диаграммы направленности акустических колебаний сдвиговых источников: *a* – продольных, *b* – поперечных

Направления максимальных касательных напряжений показаны на рис. 8 прямыми линиями, образующими в каждой точке крест. Для поперечных колебаний построения выполняются аналогично. Диаграммы направленности двух типов, рис. 7 *a* и *b*, в совокупности будут создавать сложную картину анизотропии направленности и поляризации акустического излучения в каждой точке. С помощью соответствующих акустических приемников и методов наблюдений можно выделить, например, продольно поляризованную волну.

Случаи простой и двойной силы на рис. 8 существенно отличаются структурой направленности акустических колебаний. Это обусловлено отличием пространственного распределения деформаций у данных источников напряжений. Направление максимума акустического сигнала имеет отклонение от направления на источник напряжений в зависимости от того, где находится станция наблюдения. Модельные расчеты позволяют определить отклонение пеленга акустических сигналов от направления на область подготовки сейсмического события. В связи с этим появляется возможность локализации областей повышенных напряжений в сейсмоактивном регионе по данным акустических наблюдений.

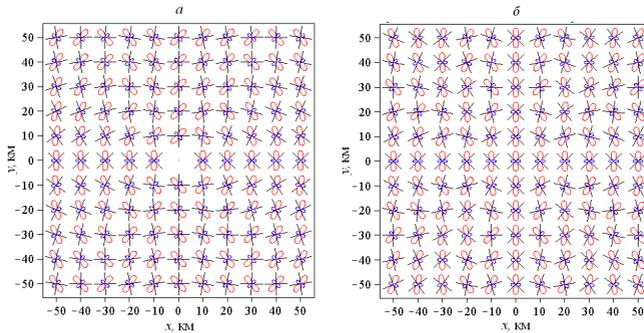


Рис. 8. Диаграммы направленности продольных колебания сдвиговых источников на поверхности  $z = 0$  для сил: *a* – простой, *б* – двойной

В рамках линейной теории упругих деформаций нет ответа на вопрос, за счет чего появляются источники акустического излучения. Интенсивность акустической эмиссии в среде определяется диссипативными процессами.

Для описания релаксации напряжений при заданных начальных упругих деформациях используется модель Максвелла, в которой быстрые и медленные изменения проявляются как упругие и вязкие, соответственно. Релаксация происходит за счет сдвиговых вязких деформаций, в то время как в начальных упругих напряжениях присутствуют как сжатия, так и касательные компоненты.

В случае достижения пределов прочности существует модель Бингама [1]. Процессы разрушения могут быть очень мощными источниками акустической эмиссии, но на больших удалениях от источников напряжений упругие деформации не достигают предела прочности, поэтому лавинообразного процесса формирования трещин не происходит. Релаксационный режим генерации акустической эмиссии, рассмотренный выше, можно возникать при слабых деформациях на достаточном удалении от источников напряжений.

Плотность мощности релаксационного процесса определяется диссипативной функцией, которая в главных осях тензора задается выражением [7]:

$$R = \mu \sum_{i=1}^3 \left( v_i - \frac{1}{3} \bar{v} \right)^2 + \frac{\zeta}{2} \bar{v}^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (\sigma_i - p)^2}{4\mu} + \frac{p^2}{2\zeta},$$

где  $\mu$  и  $\zeta$  – вязкости сдвига и сжатия среды,  $v_1, v_2, v_3$  – главные значения

тензора скорости деформаций,  $\bar{v} = (v_1 + v_2 + v_3)/3$ . Поскольку вязкие деформации сжатия не рассматриваются, в функции  $R$  необходимо оставить только первое слагаемое. Выражение для диссипативной функции в приближении модели Максвелла постоянными деформациями и начальными напряжениями  $\sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_3^0$  имеет вид:

$$R = \frac{1}{6\mu} ((\sigma_1^0)^2 + (\sigma_2^0)^2 + (\sigma_3^0)^2 - \sigma_1^0\sigma_2^0 - \sigma_2^0\sigma_3^0 - \sigma_3^0\sigma_1^0) \times \exp\left(-\frac{Et}{\mu(1+\nu)}\right). \quad (12)$$

Вязкие процессы сопровождаются нагревом и акустической эмиссией, которая в конечном итоге переходит в тепло. Акустическая эмиссия имеет ту же природу, что и тепловые упругие колебания. Эффективность ее генерации определяется свойствами среды. Высокой эффективностью обладают пластические среды с высоким содержанием абразивного материала. В вязких породах плотность мощности акустического излучения пропорциональна  $R$ , поскольку именно диссипативная функция отвечает за диссипацию упругой энергии.

Диссипативная функция для среды, обладающей фрактальными свойствами, имеет вид:

$$R_\alpha = \frac{1}{6\mu} ((\sigma_1^0)^2 + (\sigma_2^0)^2 + (\sigma_3^0)^2 - \sigma_1^0\sigma_2^0 - \sigma_2^0\sigma_3^0 - \sigma_3^0\sigma_1^0) \times \left[ M_{1/\alpha} \left( -\frac{Et^\alpha}{2\mu(1+\nu)}, 1 \right) \right]^2 \quad (13)$$

Фрактальные характеристики среды определяют особенности диссипативных процессов, которые влияют на интенсивность и время релаксации акустической эмиссии.

**В заключении** сформулированы основные выводы:

- Построена модель зон геоакустической эмиссии по уровням относительных деформаций упругой среды с двумя источниками напряжений: простая сила и двойная сила. Установлено, что поле деформаций превышает уровень приливных деформаций на расстоянии сотен километров от очагов землетрясений, и сделан вывод, что повышение интенсивности геоакустической эмиссии в земной коре перед сейсмическим событием является результатом деформации горных пород. Проведено сопоставление результатов моделирования зон дилатансии и зон геоакустической эмиссии.

- Дано обоснование связи пеленга геоакустического сигнала с направлением на источник деформационного возмущения. Расчет максимальных касательных напряжений, по которым ориентированы сдвиговые источники, позволил определить направленность сигналов. С другой стороны анализ анизотропии акустического излучения позволяет найти направление на область повышенных деформаций.
- Выполнено моделирование релаксации напряжений в среде с использованием трехмерной вязкоупругой модели Максвелла. С применением аппарата дробного дифференцирования построено обобщение модели Максвелла на случай сред с фрактальными свойствами. Найдено решение в терминах функции Миттаг-Леффлера для диссипативной функции, которая определяет интенсивность геоакустической эмиссии. В случае геологической среды с фрактальными характеристиками диссипативная функция зависит от фрактальной размерности.
- В результате модельных построений получено теоретическое обоснование механизмов формирования высокочастотных геоакустических полей в периоды деформационных возмущений.

## Список публикаций по теме диссертации

1. Водинчар Г.М., *Пережогин А.С.*, Сагитова Р.Н., Шевцов Б.М. Моделирование зон геоакустической эмиссии // Математическое моделирование. 2007. Т. 19. № 11. С. 59-64.
2. *Пережогин А.С.*, Шевцов Б.М. Модели напряженно-деформированного состояния горных пород при подготовке землетрясений и их связь с геоакустическими наблюдениями // Вычислительные технологии. 2009. Т. 14. № 3. С. 49-57.
3. *Пережогин А.С.* О зонах геоакустической эмиссии в упругом приближении среды // Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле. 2009. № 1. Вып. 13 С. 18-21.
4. *Пережогин А.С.*, Шевцов Б.М. – Модель геоакустической эмиссии в вязкоупругом приближении геосреды // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2009. Т. 11. № 1. С. 114-120.
5. Программная разработка. *Пережогин А.С.* «ДИЛАТЕН» (визуализация компонент тензора напряжений и зон дилатансии для упругого полупространства) // М.: ВНТИЦ, 2006. № гос. рег. 50200600307.

6. *Пережогин А.С.*, Шевцов Б.М. О механизмах генерации геоакустической эмиссии в вязкоупругой среде // Тезисы докладов VII всероссийской конференции молодых ученых: Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии. Новосибирск. 2009. С. 184-186.
7. Водинчар Г.М., *Пережогин А.С.*, Сагитова Р.Н., Шевцов Б.М. Моделирование зон геоакустической эмиссии // Труды регион. науч. технич. конференции. Геофизический мониторинг и проблемы сейсмической безопасности Дальнего Востока России: в 2 томах. 2008. Том 2. С. 163-165.
8. Ларионов И.А., *Пережогин А.С.* О связи напряженно-деформированного состояния горных пород с геоакустическими наблюдениями на упругой и вязкоупругой моделях среды // Материалы VI региональной молодежной научной конференции «Исследования в области наук о Земле». г. Петропавловск-Камчатский: КамГУ им. В. Беринга, 2008. С. 72-77.
9. Водинчар Г.М., *Пережогин А.С.*, Сагитова Р.Н., Шевцов Б.М. Моделирование зон геоакустической эмиссии // Сборник тезисов докладов IV международной конференции «Солнечно-земные связи и предвестники землетрясений», п. Паратунка, Елизовский район, Камчатский край, 14-17 августа 2007.
10. Водинчар Г.М., *Пережогин А.С.*, Сагитова Р.Н., Шевцов Б.М. Модель зон геоакустической эмиссии при подготовке землетрясений // Сборник тезисов IX Всероссийская конференция с участием иностранных ученых «Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф», г. Барнаул. 2007. С. 89.

## Список литературы

- [1] Соболев Г.А., Пономарев А.В. Физика землетрясений и предвестники. – М.: Наука. 2003. 270 с.
- [2] Кущов А.В., Ларионов И.А., Шевцов Б.М. Особенности геоакустической эмиссии при подготовке камчатских землетрясений // Вулканология и сейсмология. 2005. № 5. С. 45-59.
- [3] Кущов А.В. Изменение характера геоакустической эмиссии в связи с землетрясением на Камчатке // Физика Земли. 2005. № 10. С. 59-65.

- [4] Алексеев А. С., Белоносов А. С., Петренко В. Е. О концепции многодисциплинарного прогноза землетрясений с использованием интегрального предвестника // Вычислительная сейсмология. вып. 32. 2001. С. 81-97.
- [5] Добровольский И.П. Теория подготовки тектонического землетрясения. М.: ИФЗ АН СССР. 1991. 218 с.
- [6] Добровольский И.П. Распределение деформаций и напряжений при подготовке тектонического землетрясения // Физика Земли. 2003. С. 33-40.
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика // М.:Наука. 1987. Т. 7. 177 с.
- [8] Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. 272 с.
- [9] Нахушева В.А. Дифференциальные уравнения математических моделей нелокальных процессов // М.:Наука. 2006. 173 с.
- [10] Псху А.В. Уравнения в частных производных дробного порядка // М.:Наука, 2005. 199 с.
- [11] Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations // Amsterdam. ELSEVIER. 2006. 541 p.
- [12] Тёркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. М.:Мир, 1985, Ч. 2. 360 с.
- [13] Mindlin R.D. Force at a Point in the Interior of a Semi-Infinite Solid // J. Appl. Phys. 1936. Vol. 7. P. 195-202.
- [14] Mindlin R.D., Cheng D.H. Nuclei of Strain in the Semi-Infinite Solid // J. Appl. Phys. 1950. Vol. 21. P. 926-930.