высоком уровне разрешения исследуется тонкая структура данных, а при низком уровне наглядно прослеживается глобальное поведение процесса в целом. Вейвлет-технология приводит к возможности анализа данных в различных частотных полосах от самых высокочастотных (для тонких деталей) до низкочастотных областей (для описания глобального поведения процесса).

В очищенном от шума сигнале можно с гораздо более высокой вероятностью, чем в исходном, обнаружить (выделить) и затем классифицировать скрытые закономерности. Особенно это важно для критических участков, на которых проявляются характерные особенности поведения СДО, представляющие интерес для оценки возможных его модификаций.

Анализ больших массивов данных, содержащих или длиннопериодические зависимости, или редкие, но важные характерные детали быстропротекающих процессов, обычно трудно поддается человеческому восприятию. Возможность выявления таких зависимостей, а также некоторых кратковременных процессов в изменении поведения объекта является весьма актуальной задачей. Для этого предлагается визуализировать не сам сигнал, а некоторым образом преобразовать его, чтобы все характерные особенности проявились автоматически. В качестве таких преобразований можно использовать вейвлет-преобразование, преобразования, переводящие сигнал в частотную область для выявления периодических компонент, а также преобразования в частотно-временную плоскость, позволяющие отслеживать изменение частотных свойств сигнала во времени.

Литература

1. *А.В. Назаров, Г.И. Козырев, И.В. Шитов* Современная телеметрия в теории и на практике / Наука и техника, Санкт-Петербург, 2007.
2. *D.M. Klionsky, N.I. Oreshko, V.V. Geppener* Empirical Mode Decomposition in Segmentation and Clustering of Slowly and Fast Changing Non-Stationary Signals / Pattern Recognition and Image Analysis. – 2009. - Vol. 19, № 1. – pp. 14-29. – Bibliog.: p. 29.
3. *Н.И. Орешко, Т.Н. Князева* Вейвлет-технология анализа и очистки сигналов от шума / Цифровая обработка сигналов . – 2008. - № 3. – С. 21-25. – Библиогр.: с. 25.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕНОСА РАДОНА В СИСТЕМЕ ГРУНТ-АТМОСФЕРА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ
MATHEMATICAL MODELING OF RADON TRANSFER IN THE SYSTEM SOIL-ATMOSPHERE WITH CONSTANT COEFFICIENTS

Р.И. Паровик

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, romano84@mail.ru

The process of unsteady transport of radon in the soil-atmosphere systemis concidered. An analytical solution of this model under the assumption that the transfer characteristics are constants.

Введение. Изучение процессов переноса радона в системе грунт-атмосфера представляет определенный научный интерес. Это вызвано тем, что радон является индикатором напряженно-деформированного состояния геосреды и оказывает воздействие на некоторые геофизические поля [1]. Например, радон участвует в формировании электрического поля приземного слоя атмосферы и является одним из предвестников землетрясений [2, 3]. Это указывает на актуальность в его исследовании. Целью в настоящей работе является разработка нестационарной модели переноса с постоянными коэффициентами радона в системе грунт-атмосфера и получение ее аналитического решения, которое позволит получить некоторое представление о закономерностях распространения концентрации радона в грунте и атмосфере, как по времени, так и по пространству.

Постановка задачи. Согласно теории эманационного метода в радиометрической разведке перенос радона из пористого однородного грунта к земной поверхности осуществляется с помощью механизмов диффузии и конвекции [4]. В работе мы будет вместо конвекции рассматривать адвекцию – перенос, который может включать в себя либо конвекцию, либо фильтрацию. Будем считать характеристики переноса постоянными заданными величинами. Тогда задача нестационарного переноса радона в системе грунт-атмосфера может быть представлена в виде (ось z направлена вниз, $t > 0$):

$$\frac{\partial A}{\partial t} = D_g \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial z^2} + v_g \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} - \lambda\left(A(z,t) - A_\infty\right),\ z > 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial z^2} + v_a \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} - \lambda A(z,t),\ z < 0$$

$$D_g \left.\frac{\partial A(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0+0} + v_g\, A(z,t)\Big|_{z=0+0} = D_a \left.\frac{\partial A(z,t)}{\partial z}\right|_{z=0-0} + v_a\, A(z,t)\Big|_{z=0-0}$$

$$A(z,t)\big|_{z=0+0} = A(z,t)\big|_{z=0-0},\ \lim_{z\to\infty} A(z,t) = A_\infty,\ \lim_{z\to-\infty} A(z,t) = 0$$

Здесь D_g, D_a – коэффициенты диффузии радона в грунте и атмосфере, м^2/с; v_g, v_a – скорость адвекции радона в грунте и атмосфере, м/с; λ – постоянная распада радона, 1/с; A_∞ – объемная активность радона, который находится в радиоактивном равновесии с радием (^{226}Ra) на заданной глубине в грунте, равная $A_\infty = K_{em} A_{Ra} \rho_s (1-\eta)$, где K_{em} - коэффициент эманирования радона, отн. ед.; A_{Ra} - удельная активность ^{226}Ra, Бк/кг; ρ_s - плотность твердых частиц грунта, кг/м^3; η - пористость грунта. Бк/м^3; $A(z,t)$ – объемная активность радона в грунте, Бк/м^3.

Методика решения. Упростим задачу (1) , сделав следующее преобразование, замену вида:

$$A(z,t) = e^{-\lambda t} u(x_g,t),\ x_g = z + v_g t,\ A(z,t) = e^{-\lambda t} u(x_a,t),\ x_a = z + v_a t, \tag{2}$$

Подставляя выражения (2) в модельное уравнение и граничные условия (1) мы получим следующую задачу:

$$\frac{\partial u(x_g,t)}{\partial t} = D_g \frac{\partial^2 u(x_g,t)}{\partial x_g^2} + \lambda A_\infty e^{\lambda t},\ x_g > v_g t, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u(x_a,t)}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 u(x_a,t)}{\partial x_a^2},\ x_a < v_a t$$

$$D_g \left.\frac{\partial u(x_g,t)}{\partial x_g}\right|_{x_g = v_g t+0} + v_g\, u(x_g,t)\big|_{x_g = v_g t+0} = D_a \left.\frac{\partial u(x_a,t)}{\partial x_a}\right|_{x_a = v_a t-0} + v_a\, u(x_a,t)\big|_{x_a = v_a t-0}$$

$$u(x_g,t)\big|_{x_g = v_g t+0} = u(x_a,t)\big|_{x_a = v_a t-0},\ \lim_{x_g\to\infty} u(x_g,t) = A_\infty e^{\lambda t},\ \lim_{x_a\to-\infty} u(x_a,t) = 0$$

Сделаем преобразование Лапласа по переменной времени t для задачи (3). Приходим к следующей задаче для изображения:

$$D_g \frac{d^2 F(x_g,p)}{dx_g^2} - pF(x_g,p) + \frac{\lambda A_\infty}{p-\lambda} = 0,\ D_a \frac{d^2 F(x_a,p)}{dx_a^2} - pF(x_a,p) = 0$$

$$D_g \left.\frac{dF(x_g,t)}{dx_g}\right|_{x_g = v_g t+0} + v_g\, F(x_g,p)\big|_{x_g = v_g t+0} = D_a \left.\frac{dF(x_a,p)}{dx_a}\right|_{x_a = v_a t-0} + v_a\, F(x_a,p)\big|_{x_a = v_a t-0} \tag{4}$$

$$F(x_g,p)\big|_{x_g = v_g t+0} = F(x_a,p)\big|_{x_a = v_a t-0},\ \lim_{x_g\to\infty} F(x_g,p) = \frac{A_\infty}{p-\lambda},\ \lim_{x_a\to-\infty} F(x_a,p) = 0$$

Решение дифференциальных уравнений в (4) уравнения известны, а с учетом краевых условий на внешних границах их можно записать следующим образом:

$$F(x_g,p) = C_1 e^{-x_g\sqrt{\frac{p}{D_g}}} + \frac{A_\infty}{p-\lambda},\quad F(x_a,p) = C_2 e^{x_a\sqrt{\frac{p}{D_a}}}, \tag{5}$$

Найдем константы интегрирования C_1 и C_2. Используем для этой цели краевые условия на внутренней границе раздела сред грунт-атмосфера задачи (4). Приходим к следующей алгебраической системе уравнений:

$$\begin{cases} C_1 e^{-v_g t\sqrt{\frac{p}{D_g}}} = C_2 e^{v_a t\sqrt{\frac{p}{D_a}}} - \dfrac{A_\infty}{p-\lambda} \\ C_1 e^{-v_g t\sqrt{\frac{p}{D_g}}}\left(v_g - \sqrt{D_g p}\right) = C_2 e^{v_a t\sqrt{\frac{p}{D_a}}}\left(v_a + \sqrt{D_a p}\right) - \dfrac{v_g A_\infty}{p-\lambda} \end{cases} \tag{6}$$

Решение имеет вид:

$$C_1 = -\frac{A_\infty\left(a + b\sqrt{p}\right) e^{\frac{v_g t}{\sqrt{D_g}}\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(a + c\sqrt{p}\right)},\ C_2 = \frac{A_\infty e^{-\frac{v_a t}{\sqrt{D_a}}\sqrt{p}}}{p-\lambda}\left(1 - \frac{a + b\sqrt{p}}{a + c\sqrt{p}}\right), \tag{7}$$

$$a = v_g - v_a,\ b = -\sqrt{D_a},\ c = -\sqrt{D_a} - \sqrt{D_g}.$$

Подставляя найденные константы (7) в решения для изображения (5), получим:

$$F(x_g,p) = \frac{A_\infty}{p-\lambda}\left(1 - \frac{\left(a + b\sqrt{p}\right) e^{-\tau_g\sqrt{p}}}{\left(a + c\sqrt{p}\right)}\right),\ F(x_a,p) = \frac{A_\infty e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{p-\lambda}\left(1 - \frac{a + b\sqrt{p}}{a + c\sqrt{p}}\right), \tag{8}$$

$$\frac{(x_g - v_g t)}{\sqrt{D_g}} = \tau_g,\ -\frac{(x_a - v_a t)}{\sqrt{D_a}} = \tau_a.$$

Осталось перейти к оригиналу. Для этой цели воспользуемся таблицей перехода из справочника [4], находим: $\frac{A_\infty}{p-\lambda} \Rightarrow A_\infty e^{\lambda t}$, $\frac{A_\infty e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{p-\lambda} \Rightarrow \frac{A_\infty e^{\lambda t}}{2}\left(e^{-\tau_a\sqrt{\lambda}} erfc\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}-\sqrt{\lambda t}\right)+e^{\tau_a\sqrt{\lambda}} erfc\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\sqrt{\lambda t}\right)\right)$.

$erfc(z)=1-erf(z), erf(z)=2\pi^{-1/2}\int_0^z e^{-x^2}dx$ – интеграл вероятностей. Найдем оригинал для выражения:

$$\frac{\left(a+b\sqrt{p}\right)e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(a+c\sqrt{p}\right)}=\frac{\gamma e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(\gamma+\sqrt{p}\right)}+\frac{\xi\sqrt{p}e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(\gamma+\sqrt{p}\right)},\ \gamma=a/c;\xi=b/c.$$

Для первого слагаемого оригинал примет вид:

$$\frac{\gamma e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(\gamma+\sqrt{p}\right)}\Rightarrow\frac{\gamma e^{\lambda t}}{2}\left(\frac{e^{-\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma+\sqrt{\lambda}}+\frac{e^{\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma-\sqrt{\lambda}}\right)-\frac{\gamma^2 e^{\gamma\tau_a+\gamma^2 t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}.$$

Для второго соответственно:

$$\frac{\xi\sqrt{p}e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(\gamma+\sqrt{p}\right)}\Rightarrow\frac{\xi\sqrt{\lambda}e^{\lambda t}}{2}\left(\frac{e^{-\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma+\sqrt{\lambda}}-\frac{e^{\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma-\sqrt{\lambda}}\right)+\frac{\xi\gamma^2 e^{\gamma\tau_a+\gamma^2 t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}.$$

Поэтому мы получим, что

$$\frac{\left(\gamma+\xi\sqrt{p}\right)e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{(p-\lambda)\left(\gamma+\sqrt{p}\right)}\Rightarrow$$

$$\frac{e^{\lambda t}}{2}\left(\frac{\left(\gamma+\xi\sqrt{\lambda}\right)e^{-\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma+\sqrt{\lambda}}+\frac{\left(\gamma-\xi\sqrt{\lambda}\right)e^{\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma-\sqrt{\lambda}}\right)+\frac{(\xi-1)\gamma^2 e^{\gamma\tau_a+\gamma^2 t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}$$

Найдем оригиналы для следующих выражений:

$$\frac{A_\infty e^{-\tau_a\sqrt{p}}}{p-\lambda}\left(1-\frac{\gamma+\xi\sqrt{p}}{\gamma+\sqrt{p}}\right)\Rightarrow$$

$$\frac{A_\infty e^{\lambda t}}{2}\left(\frac{\left((1-\xi)\sqrt{\lambda}\right)e^{-\tau_a\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma+\sqrt{\lambda}}-\frac{\left((1-\xi)\sqrt{\lambda}\right)e^{\tau_g\sqrt{\lambda}}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{\gamma-\sqrt{\lambda}}\right)+\frac{(1-\xi)\gamma^2 e^{\gamma\tau_a+\gamma^2 t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_a}{2\sqrt{t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}$$

$$\frac{A_\infty}{p-\lambda}\left(1-\frac{\left(\gamma+\xi\sqrt{p}\right)e^{-\tau_g\sqrt{p}}}{\gamma+\sqrt{p}}\right)\Rightarrow$$

$$A_\infty\left(e^{\lambda t}-\left(\frac{\left(\gamma+\xi\sqrt{\lambda}\right)e^{-\tau_g\sqrt{\lambda}+\lambda t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_g}{2\sqrt{t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{2\left(\gamma+\sqrt{\lambda}\right)}+\frac{\left(\gamma-\xi\sqrt{\lambda}\right)e^{\tau_g\sqrt{\lambda}+\lambda t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_g}{2\sqrt{t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{2\left(\gamma-\sqrt{\lambda}\right)}+\frac{(\xi-1)\gamma^2 e^{\gamma\tau_g+\gamma^2 t}\operatorname{erfc}\left(\frac{\tau_g}{2\sqrt{t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}\right)\right)$$

Окончательно решения с учетом преобразования (2) запишутся таким образом:

$$A(z,t)=A_\infty\left(1-\left(\frac{\left(\gamma+\xi\sqrt{\lambda}\right)e^{-z\sqrt{\frac{\lambda}{D_g}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{D_g t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{2\left(\gamma+\sqrt{\lambda}\right)}+\frac{\left(\gamma-\xi\sqrt{\lambda}\right)e^{z\sqrt{\frac{\lambda}{D_g}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{D_g t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{2\left(\gamma-\sqrt{\lambda}\right)}-\frac{(1-\xi)\gamma^2 e^{-\frac{\gamma z}{\sqrt{D_g}}+\gamma^2 t-\lambda t}\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{D_g t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}\right)\right),\ z>0$$

$$A(z,t)=A_\infty\left(\frac{\left((1-\xi)\sqrt{\lambda}\right)e^{z\sqrt{\frac{\lambda}{D_a}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{-z}{2\sqrt{D_a t}}-\sqrt{\lambda t}\right)}{2\left(\gamma+\sqrt{\lambda}\right)}-\frac{\left((1-\xi)\sqrt{\lambda}\right)e^{-z\sqrt{\frac{\lambda}{D_a}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{-z}{2\sqrt{D_a t}}+\sqrt{\lambda t}\right)}{2\left(\gamma-\sqrt{\lambda}\right)}+\frac{(1-\xi)\gamma^2 e^{-\frac{\gamma z}{\sqrt{D_a}}+\gamma^2 t-\lambda t}\operatorname{erfc}\left(\frac{-z}{2\sqrt{D_a t}}+\gamma\sqrt{t}\right)}{\gamma^2-\lambda}\right),\ z<0 \qquad (9)$$

Решение (9) имеет экспоненциальный характер, то есть концентрация радона в грунте и в атмосфере падает по экспоненциальному закону. Это решение похоже на полученное ранее решение автором в работе [5].

Численное моделирование. В численном моделировании, чтобы на границе раздела сред грунт-атмосфера не получилось больших градиентов, параметры задачи брались соизмеримыми. Значения принимались равными: D_a=5·10^{-3}м^2/с, D_g=5·10^{-4}м^2/с, v_a=10^{-3}м/с, v_g=5·10^{-4}м/с.

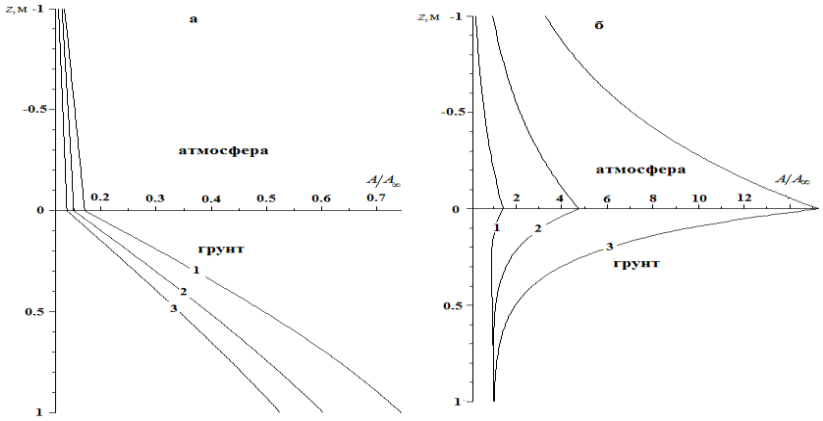

Рис. Кривые распределения концентрации радона в грунте и в атмосфере, построенные в различные моменты времени: **1**-1000 с.; **2**-2000 с.; **3**-3000 с.: **а**) D_a = 5·10^{-3}м^2/с, D_g = 5·10^{-4}м^2/с, v_a = 10^{-3}м/с, v_g = 5·10^{-4}м/с; **б**) D_a = 5·10^{-3}м^2/с, D_g = 5·10^{-4}м^2/с, v_a = 0 м/с, v_g = 5·10^{-2}м/с.

На рисунке приведены расчетные кривые распределения концентрации радона в грунте и в атмосфере. На рис.а показано, что концентрация радона падает со временем к земной поверхности. Значения относительной объемной активности на границе раздела сред колеблются в диапазоне 0.05÷0.15, что составляет около 10% от фонового значения объемной активности радона в грунте. В атмосфере за счет диффузии и конвекции концентрация радона стремиться к нулю.

На рис.б приведены расчетные кривые распределения концентрации радона, построенные в предположении, что конвекция в атмосфере отсутствует, то есть v_a = 0 м/с, а скорость адвекции радона в грунте принимает значение v_g = 5·10^{-2}м/с.

Заметим, что кривые распределения концентрации радона в грунте и атмосфере похожи на кривые распределения, полученные в работе [6]. В этой работе рассматривалась задача о переносе радона из фрактального пористого грунта в приземный слой атмосферы. Механизмами переноса радона являлись супердиффузия и аномальная адвекция. Форма расчетных кривых на рис.б похожа на форму расчетных кривых, характеризующих аномальную адвекцию. Поэтому можно сделать вывод о том, что увеличение значений скорости адвекции радона в однородном пористом грунте могут соответствовать значениям аномальной адвекции во фрактальном пористом грунте.

Заключение. В настоящей работе рассмотрена одномерная математическая модель нестационарной диффузии-адвекции радона в системе грунт-атмосфера. Было получено аналитическое решение такой модели. Согласно, полученным решениям были построены кривые распределения концентрации радона в грунте и атмосфере.

Увеличение скорости адвекции в однородном пористом грунте приводит к накоплению радона вблизи земной поверхности. Этот эффект может быть вызван разрушением пористой структуры грунта в результате деформационных возмущений. Увеличение скорости переноса радона к земной поверхности может быть вызвано и акустическими колебаниями в результате, например, образования трещин. Акустическое поле и электрическое поле тесно связаны, а радон в свою очередь оказывает влияние на формирования электрического поля приземной атмосферы.

Поэтому учет влияния акустических сигналов на процесс переноса радона в грунте будет являться следующим этапом в развитии математической модели (1).

Работа выполнена при финансовой поддержке проектов Аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» № 2.1.1/544 и № 5.1.10 по тематическому плану НИР.

Литература

1. *Рудаков В.П.* Мониторинг напряженно-деформированного состояния пород сейсмоактивного региона эманационным методом // Геохимия, 1986. №. 9. С. 1337–1342.
2. *Фирстов П.П., Рудаков В.П.* Результаты регистрации подпочвенного радона в 1997–2000 гг. на Петропавловск-Камчатском геодинамическом полигоне // Вулканология и сейсмология, 2002. № 6. С. 1–16.
3. *Куповых Г.В., Морозов В.Н., Шварц Я.М.* Теория электродного эффекта в атмосфере. – Таганрог: ТРГУ, 1998. –122 с.

4. *Новиков Г.Ф., Капков Ю.Н.* Радиоактивные методы разведки. – Л.: Недра, 1965. 759 с.
5. *Диткин, В.А., Прудников, А.П.* Справочник по операционному исчислению. – М.: Высшая школа, 1965. 455 с.
6. *Паровик Р.И., Ильин И.А., Фирстов П.П.* Обобщенная одномерная модель массопереноса радона (ОА ^{222}Rn) и его эксхаляция в приземный слой атмосферы // Математическое моделирование, 2007. № 11. Т. 19. С. 43–50.
7. *Паровик Р.И., Шевцов Б.М.* Моделирование процесса массопереноса радона (^{222}Rn) из фрактальной среды в атмосферу // Математическое моделирование, 2009. №8. Т.21. С. 30-36.

О ТРЕХМЕРНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ МОДЕЛИ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ФРАКТАЛЬНОЙ СРЕДЫ
3D VISCOELASTIC MAXWELL'S MODEL FOR FRACTAL MEDIUM

А.С.Пережогин, Б.М.Шевцов
Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
drew72156@yandex.ru

Real materials and medium have and of its structure at different scaling. Model of that materials may be fractal structures. Fractal properties of medium define stress field. Linear reological models of strain-stress state have exponential solution. At present paper 3d reological viscoelastic model for fractal medium is represented. One of mathematical methods for modeling fractal space is fractional differentiation. Viscoelastic Maxwell's model is used Caputo's derivative instead of classical one. Parameter of Caputo's derivate is connected with relaxation of strain field at fractal medium. Maxwell's reological model can be verify by geoacoustic emission intensity, which interconnects with strain-stress state of sedimentary rocks. It gives opportunity to know strain state of medium by means of geoacoustic emission intensity.

В результате геологических процессов в земной коре создается напряженное состояние. В качестве источников напряжений могут выступать сосредоточенные силы в области готовящего сейсмического события. Предполагаем, что созданное поле напряжений с течением времени начинает ослабевать за счет сдвиговых источников. Если деформации созданы за более короткий промежуток по сравнению с релаксационными процессам горных пород, то в качестве реологической модели можно использовать модель тела Максвелла. В трехмерном случае вязкоупругая модель Максвелла имеет вид [1]:

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_1(t) &= \frac{\dot{\sigma}_1(t) - \nu(\dot{\sigma}_2(t) + \dot{\sigma}_3(t))}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_1 - p),\\
\dot{\varepsilon}_2(t) &= \frac{\dot{\sigma}_2(t) - \nu(\dot{\sigma}_1(t) + \dot{\sigma}_3(t))}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_2 - p),\\
\dot{\varepsilon}_3(t) &= \frac{\dot{\sigma}_3(t) - \nu(\dot{\sigma}_2(t) + \dot{\sigma}_1(t))}{E} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_3 - p),
\end{aligned} \qquad (1)$$

где ε_i, σ_i - деформации и напряжения, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона, μ - вязкость сдвига, дифференцирование по переменной t обозначается точкой.

Для системы (1) решение для поля напряжений получаем при постоянной левой части. Далее необходимо подставить решение модели для главных напряжений с начальными напряжениями $\sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_3^0$ в диссипативную функцию *R* [2]:

$$R = \mu \sum_{i=1}^{3} \left(\upsilon_i - \frac{1}{3}\bar{\upsilon} \right)^2 + \frac{\zeta}{2}\bar{\upsilon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{3}(\sigma_i - p)^2}{4\mu} + \frac{p^2}{2\zeta},$$

где μ и ζ – вязкости сдвига и сжатия среды, $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3$ – главные значения тензора скорости деформаций, $\bar{\upsilon} = (\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3)/3$. При условии, что вязкие деформации сжатия не рассматриваются, то в функции R будет иметь вид: