МАТЕМАТИКА

УДК 517.953

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТНОГО ПОРЯДКА

А.В. Юлдашева

Национальный Университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, 100174, Узбекистан, г. Ташкент, ул. ВУЗ городок E-mail: yuasv86@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы устойчивости некорректной задачи для уравнения высокого четного порядка. Доказывается однозначная разрешимость при дополнительных условиях и условиях на область.

Ключевые слова: уравнения в частных производных высокого порядка, некорректная задача, метод разделения переменных, цепные дроби.

© Юлдашева А.В., 2015

MATHEMATICS

MSC 35C05

ON THE STABILITY OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR EVEN ORDER EQUATION

A.V. Yuldasheva

National University of Uzbekistan by Mirzo Ulugbeka, 100174, Uzbekistan, Tashkent c., VUZ gorodok st.

E-mail: yuasv86@mail.ru

In this paper not well posed problem for the even-order equation is studied. The stability of the problem is restored by additional conditions and conditions to domain.

Key words: partial differential equations of higher order, not well posed problem, method of separation of variables, simple continued fractions.

© Yuldasheva A.V., 2015

Введение

Рассмотрим следующую задачу для уравнения четного порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{2k}u}{\partial x^{2k}} - \frac{\partial^{2p}u}{\partial t^{2p}} &= 0, \ k, p \in N, \ 0 < x < \pi, \ 0 < t < \alpha \pi, \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \frac{\partial^{2m}u}{\partial x^{2m}} (0,t) &= \frac{\partial^{2m}u}{\partial x^{2m}} (\pi,t) = 0, \quad m = 0, 1, \dots, k-1, \quad 0 \le t \le \alpha \pi, \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \frac{\partial^{j}u}{\partial t^{j}} (x,0) &= \varphi_{j}(x), \ j = 0, 1, \dots, p-1, \ 0 \le x \le \pi, \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \frac{\partial^{j}u}{\partial t^{j}} (x,\alpha\pi) &= \psi_{j}(x), \ j = 0, 1, \dots, p-1, \ 0 \le x \le \pi, \end{aligned}$$

здесь α - положительная постоянная.

...

Если k = p = 1 мы получим задачу Дирихле для уравнения колебания струны, которая является классической некорректной задачей. Ее решение может не существовать, быть неединственным или непрерывно не зависеть от данных [1]-[3].

В [2], задачи Дирихле для волнового уравнения была исследована с дополнительным предположением об априорной ограниченности градиента решения. Случай когда $p = 1, k \in N$ был исследован в [4]-[5].

Настоящее исследование приводится к некоторым проблемам теории Диофантовых приближений. Так же отметим, что сформулированная задача некорректна при четных k - p.

Основные результаты

Пусть функции $\pmb{\varphi}_{j}\left(x
ight),\, \pmb{\psi}_{j}\left(x
ight),\, \left(j=0,1,...,p-1
ight)$ из $C^{2k}\left[0,\pi
ight]$ такие, что $\pmb{\varphi}_{j}^{\left(2i
ight)}\left(0
ight)=$ $\varphi_j^{(2i)}(\pi) = \psi_j^{(2i)}(0) = \psi_j^{(2i)}(\pi) = 0, \ i = 0, 1, ..., k-1, \ j = 0, 1, ..., p-1$. Пусть $t, \ E, \ \alpha, \ \delta$ положительные постоянные. Мы рассмотрим решения u из

 $C_{xt}^{2k,2p}([0,\pi] \times (0,+\infty])$ следующей задачи:

$$\frac{\partial^{2k} u}{\partial x^{2k}} - \frac{\partial^{2p} u}{\partial t^{2p}} = 0, \ k, p \in N, \quad 0 < x < \pi, \ t > 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^{2m}u}{\partial x^{2m}}(0,t) = \frac{\partial^{2m}u}{\partial x^{2m}}(\pi,t) = 0, \quad m = 0, 1, \dots, k-1, \quad t \ge 0,$$

$$(2)$$

$$\left\|\frac{\partial^{j} u}{\partial t^{j}}(x,0) - \varphi_{j}(x)\right\|_{L_{2}[0,\pi]} \leq \delta \pi \sqrt{E}, \quad j = 0, 1, \dots, p-1,$$
(3)

$$\left\|\frac{\partial^{j} u}{\partial t^{j}}\left(x,\tau_{j}\pi\right)-\psi_{j}\left(x\right)\right\|_{L_{2}\left[0,\pi\right]}\leq\delta\pi\sqrt{E},\ \ j=0,1,\ldots,p-1,\ \left|\tau_{j}-\alpha\right|\leq\delta,\tag{4}$$

$$\int_{0}^{\pi} \left(\left(\frac{\partial^{k} u}{\partial x^{k}} \right)^{2} + \left(\frac{\partial^{p} u}{\partial t^{p}} \right)^{2} \right) dx \leq E, \quad t \geq 0.$$
(5)

для действительных чисел τ_j , j = 0, 1, ..., p-1 зависящих от *и* и удовлетворяющих $|\tau_j - \alpha| \leq \delta$. $|\tau_j - \alpha| \leq \delta$ означает, что конечное время $\alpha \pi$ известно с заданной погрешностью.

Обозначим через Γ_{δ} множество всех решений задачи (1-(5) из $C_{x,t}^{2k,2p}([0,\pi] \times (0,+\infty])$. Заметим, что если $\delta = 0$, тогда задача (1-(5) приводится к классической краевой задаче с дополнительным предположением (5).

Пусть $Diam\Gamma_{\delta} = \sup_{v,w\in\Gamma_{\delta}} ||v-w||$. Возьмем $v_1, v_2 \in \Gamma_{\delta}$. Тогда существуют τ_{ij} такие, что

410

$$\left\|\frac{\partial^{j} u}{\partial t^{j}}\left(x,\tau_{j}\pi\right)-\psi_{j}\left(x\right)\right\|_{L_{2}\left[0,\pi\right]}\leq\delta\pi\sqrt{E},\ i=0,1,\ j=0,1,...,p-1,\ \left|\tau_{ij}-\alpha\right|\leq\delta$$

и пусть

$$u(x,t) = v_1(x,t) - v_2(x,t), (x,t) \in [0,\pi] \times [0,+\infty)$$
(6)

Тогда $u \in C^{2k,2p}_{x,t}([0,\pi] \times [0,+\infty))$. Более того, что легко проверить, u удовлетворяет уравнению (1), условиям (2) и следующим

$$\left\| \frac{\partial^{j} u}{\partial t^{j}}(x,0) \right\|_{L_{2}[0,\pi]} \leq 2\delta\pi\sqrt{E}, \quad j=0,1,\dots,p-1,$$

$$\tag{7}$$

$$\left\| \frac{\partial^{j} u}{\partial t^{j}}(x, \alpha \pi) - \psi_{j}(x) \right\|_{L_{2}[0,\pi]} \leq 4\delta \pi \sqrt{E}, \quad j = 0, 1, \dots, p-1,$$
(8)

$$\int_{0}^{\pi} \left(\left(\frac{\partial^{k} u}{\partial x^{k}} \right)^{2} + \left(\frac{\partial^{p} u}{\partial t^{p}} \right)^{2} \right) dx \le 4E, \quad t \ge 0.$$
(9)

Функцию, удовлетворяющую (1) и (2) можно записать в следующей форме:

$$u(x,t) = \sum_{n\geq 1} \sin nx \left\{ \frac{A_n \sin n^{\frac{k}{p}} (\alpha \pi - t)}{\sin n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi} + B_n \sin n^{\frac{k}{p}} t \right\}.$$

Аналогично, условия (7)-(9) переписываются следующим образом:

$$\sum_{n\geq 1} A_n^2 \le 8\delta^2 \pi E,\tag{10}$$

$$\sum_{n\geq 1} B_n \sin^2 n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi \le 32\delta^2 E, \tag{11}$$

$$\left\|\frac{\partial^k u}{\partial x^k}(\cdot,t)\right\|_{L_2[0,\pi]}^2 + \left\|\frac{\partial^p u}{\partial t^p}(\cdot,t)\right\|_{L_2[0,\pi]}^2 \le 4E, t \ge 0.$$
(12)

Введем следующее обозначение:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{A_n \sin n^{\frac{k}{p}} (\alpha \pi - t)}{\sin n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi} + B_n \sin n^{\frac{k}{p}} t \right),$$

и из (12) мы находим

$$\left\|\frac{\partial^k u}{\partial x^k}(\cdot,t)\right\|_{L_2[0,\pi]}^2 \leq \sum_{n\geq 1} n^{2k} \sigma_n^2 \leq 4E,$$

откуда

$$\|u(\cdot,t)\|_{L_2[0,\pi]}^2 = \sum_{n=1}^N \sigma_n^2 + \sum_{n=N+1}^\infty \sigma_n^2 < \sum_{n=1}^N \sigma_n^2 + \frac{4E}{N^{2k}}.$$

Итак, мы получили следующую оценку:

$$\begin{aligned} \|u(\cdot,t)\|_{L_{2}[0,\pi]}^{2} &< \frac{\pi}{2} \max_{n=1,N} \left(\sin n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi \right)^{-2} \sum_{n=1}^{N} \left[A_{n}^{2} \sin^{2} n^{\frac{k}{p}} \left(\alpha \pi - t \right) + B_{n}^{2} \sin^{2} n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi \cdot \sin^{2} n^{\frac{k}{p}} t + \\ + 2|A_{n}||B_{n}| \left| \sin n^{\frac{k}{p}} \left(\alpha \pi - t \right) \right| \left| \sin n^{\frac{k}{p}} t \right| \left| \sin n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi \right| \right] + \frac{4E}{N^{2k}}. \end{aligned}$$

Поэтому, из (10) и (11) следует

$$\max_{t \in [0,\alpha\pi]} \|u(\cdot,t)\|_{L_2[0,\pi]}^2 = \|u\|^2 < 40\delta^2 \pi^2 E \max_{n=1,N} \left(\sin n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi\right)^{-2} + \frac{4E}{N^{2k}}, N = 1, 2, \dots$$

Пусть

$$\alpha = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots}}$$

цепная дробь для α , где a_n натуральные числа, $a_n \ge 1$.

Мы рассматриваем множество иррациональных чисел с ограниченными a_n , т.е такие числа α , для которых существует постоянная A_{α} такая, что $a_n \leq A_{\alpha}$ для всех n. Отметим, что если α иррациональное число второго порядка, тогда разложение α в цепную дробь будет периодичным, а следовательно и все a_n будут ограничены.

Из теории непрерывных дробей [6] легко получается

$$\max_{n=1,N} \left(\sin n^{\frac{k}{p}} \alpha \pi \right)^{-2} < \left(\sin \frac{\pi}{(A_{\alpha}+2)N^{\frac{k}{p}}} \right)^{-2}, N = 1, 2, \dots$$

Т.к. $\sin x \geq rac{3\sqrt{3}}{2\pi} x$ при $x \in \left[0, rac{\pi}{3}
ight]$, то для каждого N имеем

$$||u||^{2} < \frac{160}{27} \delta^{2} \pi^{2} E (A_{\alpha} + 2)^{2} N^{\frac{2k}{p}} + \frac{4E}{N^{2k}}, N = 1, 2, \dots.$$
(13)

Теперь рассмотрим функцию

$$g(t) = \frac{160}{27} \delta^2 \pi^2 E (A_{\alpha} + 2)^2 t^{\frac{2k}{p}} + 4Et^{-2k}.$$

Свое минимальное значение при t > 0 функция g достигает в

$$\bar{t} = \left(\frac{27p}{40}\right)^{\frac{p}{2k(p+1)}} \left(\delta\pi (A_{\alpha}+2)\right)^{-\frac{p}{k(p+1)}}$$

Т.к. g возрастает на интервале $[\bar{t}, +\infty)$, находим

$$g\left(\left[\overline{t}+1\right]\right) < g\left(\overline{t}+1\right).$$

Тогда получаем

$$\|u\|^{2} \leq \frac{160E}{27} (\delta\pi (A_{\alpha}+2))^{\frac{2p}{p+1}} \left[1 + \left(\left(\frac{27p}{40}\right)^{\frac{p}{(p+1)2k}} + (\delta\pi (A_{\alpha}+2)) \right)^{\frac{p}{(p+1)k}} \right]^{\frac{2k}{p}}.$$
 (14)

Итак, мы доказали следующую

Теорема 1. Пусть α иррациональное число, разложимое в цепную дробь с ограниченными коэффициентами. Тогда $(Diam\Gamma_{\delta})^2$ удовлетворяет неравенству (14).

Для дальнейшего используем некоторые результаты полученные в [7]. Согласно следствию 6 из [7], если α имеет порядок $\Omega < \infty$, тогда существует постоянная $K = K(\theta, \alpha) > 0$ что для любого $\delta > 0$, и число $\xi \in R \setminus Q$ такого, что

$$|\xi - \alpha| < \delta, \tag{15}$$

выполняется следующее

$$\max_{n=1,N} (\sin n\pi\xi)^{-2} \le \left(\sin\left(\frac{\pi\left(3-\sqrt{5}\right)}{2N}\right) \right)^{-2}$$
(16)

при всех $N \ge K \delta^{-\theta}$. Из (15) следует, что для каждого τ_j удовлетворяющего $|\tau_j - \alpha| \le \delta$ верно $|\xi - \tau_j| \le 2\delta$.

Если и определено (6), из (8) находим

$$\left\|\frac{\partial^{j} u}{\partial t^{j}}(x,\xi\pi)\right\|_{L_{2}[0,\pi]} \leq 4\delta\pi\sqrt{E}, \quad j=0,1,\dots,p-1.$$
(17)

Итак, *и* удовлетворяет (1), (2), (7), (9) и (17). Решение $u \in C_{x,t}^{2k,2p}([0,\pi] \times [0,+\infty))$ задачи (1), (2), (7), (9) и (17) запишем в форме

$$u(x,t) = \sum_{n\geq 1} \sin nx \left\{ \frac{A_n \sin n^{\frac{k}{p}} (\xi \pi - t)}{\sin n^{\frac{k}{p}} \xi \pi} + B_n \sin n^{\frac{k}{p}} t \right\}.$$

Она будет удовлетворять (10), (12) и

$$\sum_{n\geq 1} B_n \sin^2 n^{\frac{k}{p}} \xi \pi \le 72\delta^2 E.$$
(18)

Аналогично, как и в доказательстве теоремы 1, имеем

$$||u||^{2} < 80\delta^{2}\pi^{2}E \max_{n=1,N} \left(\sin n^{\frac{k}{p}}\xi\pi\right)^{-2} + \frac{4E}{N^{2k}}, N = 1, 2, \dots$$

Используя (16) и то, что $\sin x \geq rac{2}{\pi} x$ для всех $x \in \left[0, rac{\pi}{2}
ight]$, находим

$$\|u\|^{2} < \frac{80}{\left(3 - \sqrt{5}\right)^{2}} \delta^{2} \pi^{2} E N^{\frac{2k}{p}} + \frac{4E}{N^{2k}}, \ N \ge K \delta^{-\theta}.$$
 (19)

Исследуем следующую функцию

$$g(t) = \frac{80}{\left(3 - \sqrt{5}\right)^2} \delta^2 \pi^2 E t^{\frac{2k}{p}} + \frac{4E}{t^{2k}}, \ t > 0.$$
⁽²⁰⁾

Функция g достигает своего минимума при t > 0 в точке

$$\bar{t} = \left(\frac{p}{20}\right)^{\frac{p}{2k(p+1)}} \left(\frac{3-\sqrt{5}}{\pi\delta}\right)^{\frac{p}{k(p+1)}}.$$

Выберем δ из интервала

$$0 < \delta < \left\{ K\left(\frac{p}{20}\right)^{\frac{p}{2k(p+1)}} \left(\frac{3-\sqrt{5}}{\pi\delta}\right)^{\frac{p}{k(p+1)}} \right\}^{\frac{k(p+1)}{k\theta(p+1)-p}}.$$
(21)

Тогда из (21) следует, что $\bar{t} < K\delta^{-\theta}$. Пусть \bar{N} натуральное число $\geq K\delta^{-\theta}$, при котором правая часть неравенства (20) достигает минимального значения. Т.к. функция g возрастающая на интервале $[\bar{t}, +\infty)$, \bar{N} удовлетворяет $K\delta^{-\theta} \leq \bar{N} < K\delta^{-\theta} + 1$, то

$$\|u\|^2 \leq g\left(K\delta^{-\theta}+1\right)$$

и наконец

$$|u||^{2} \leq \frac{80\pi^{2}E}{\left(3-\sqrt{5}\right)^{2}} \left[K\delta^{\frac{k}{p}-\theta} + \delta^{\frac{k}{p}}\right]^{\frac{2k}{p}} + \frac{4E\delta^{2k\theta}}{K^{2k}}$$
(22)

что доказывает следующую:

Теорема 2. Пусть аиррациональное число порядка $\Omega < \infty$. Тогда для любого фиксированного θ , $\frac{\Omega}{\Omega+1} < \theta < 1$, существует постоянная $K = K(\theta, \alpha) > 0$ такая, что 2k

$$\|u\|^{2} \leq \frac{80\pi^{2}E}{\left(3-\sqrt{5}\right)^{2}} \left[K\delta^{\frac{k}{p}-\theta} + \delta^{\frac{k}{p}} \right]^{\frac{2\pi}{p}} + \frac{4E\delta^{2k\theta}}{K^{2k}}$$
при любом 0 < δ < $\left\{ K\left(\frac{p}{20}\right)^{\frac{p}{2k(p+1)}} \left(\frac{3-\sqrt{5}}{\pi\delta}\right)^{\frac{p}{k(p+1)}} \right\}^{\frac{k(p+1)}{k\theta(p+1)-p}}$

В заключении приведем следующую:

Теорема 3. Задача (1)-(5) устойчива тогда и только тогда, если α иррационально. Более того, если α иррационально, тогда $\lim_{\delta \to 0} (Diam\Gamma_{\delta}) = 0$ равномерно по

 $\varphi_{j}(x), \ \psi_{j}(x), \ (j=0,1,...,p-1)$

Доказательство. Пусть $\alpha \notin Q$. Тогда согласно следствию 9 из [4], существует функция $f(\delta)$ такая, что

$$\lim_{\delta \to 0} f(\delta) = \infty, \lim_{\delta \to 0} \delta f(\delta) = 0,$$
(23)

и для всех достаточно малых δ , числа $\xi \notin Q$, удовлетворяющая (15) и (16) при всех $N \geq f(\delta)$. Подставляя эту функцию вместо аргумента при доказательстве теоремы 2 получаем, что

$$\|u\|^2 \leq g\left(f\left(\delta\right) + 1\right),$$

где g определена по формуле (20), т.е.

$$\|u\|^{2} \leq \frac{80\pi^{2}E}{\left(3-\sqrt{5}\right)^{2}} \left[f\left(\delta\right)\delta^{\frac{k}{p}} + \delta^{\frac{k}{p}}\right]^{\frac{2k}{p}} + \frac{4E}{f\left(\delta\right)^{2k}}.$$

Из (23), заключаем

$$\lim_{\delta \to 0} \left(Diam \Gamma_{\delta} \right) = 0$$

Библиографический список

- Bourgin D.G., Duffin. R. The Dirichlet problem for the vibrating string equation // Bull. Amer. Math. Soc. 1939. vol. 45. p. 851-858.
- D.Fox-C. Pucci. The Dirichlet problem for the wave equation // Ann. Mat. Pura Appl. 1958. (IV). vol. XLVI. p. 155-182.
- 3. John F. The Dirichlet problem for a hyperbolic equation // Amer. J. Math. 1941. vol. 63 . p.141-154.
- 4. Юлдашева А.В. Об одной задаче для уравнения высокого порядка // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. 2012. №5. С. 11-14.
- 5. Юлдашева А.В. Об одной задаче для уравнения высокого порядка // Вестник КРАУНЦ. физикоматематические науки. 2014. №2(9). С. 17-22.
- 6. Khinchin A.Ya. Continued fractions. The University of Chicago Press, 1964. 112 p.
- Viola C. Diophantine approximation in short intervals // Ann. Scuola. Norm. Sup. Pisa.1979. vol. 6. p. 703-717.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 23.03.2015

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДК 517.958 [550.3 + 551.5]

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ ЗАРЯДА ОБЛАЧНЫХ КАПЕЛЬ ВО ФРАКТАЛЬНОЙ СРЕДЕ

Т.С. Кумыков¹, Р.И. Паровик^{2, 3}

- ¹ Институт прикладной математики и автоматизации, 360000, Республика Кабардино-Балкария, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89а
- ² Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, п. Паратунка, ул. Мирная, 7
- ³ Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4

E-mail: macist20@mail.ru; romanparovik@gmail.com

В работе предложена новая математическая модель изменения заряда облачных капель в грозовых облаках. Модель учитывает фрактальные свойства грозовых облаков, а ее решение было получено с помощью аппарата дробного исчисления.

Ключевые слова: фрактальная размерность, математическая модель, оператор Римана-Лиувилля, оператор Капуто

ⓒ Кумыков Т.С., Паровик Р.И., 2015

MATHEMATICAL MODELING

MSC 37C70

MATHEMATICAL MODELING OF CHANGES IN THE CHARGE CLOUD DROPLETS IN A FRACTAL ENVIRONMENT

T.S. Kumykov¹, R.I. Parovik^{2, 3}

- ¹ Institute of Applied Mathematics and Automation, 360000, Nalchik, Shortanova st., 89a, Russian
- ² Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia
- ³ Vitus Bering Kamchatka State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4, Russia

E-mail: macist20@mail.ru; romanparovik@gmail.com

The paper proposed a new mathematical model of the variation of the charge cloud drops in storm clouds. The model takes into account the fractal properties of storm clouds, and the solution was obtained using the apparatus of fractional calculus.

Key words: fractal dimension, the mathematical model, operator Riemann-Liouville, operator Caputo

© Kumykov T.S., Parovik R.I., 2015

Введение

В течение последнего десятилетия многими геофизиками интенсивно изучается фрактальность природных структур и его влияние на различные геофизические процессы. К таким природным явлениям относится, и облако в котором вопрос образования и разделения электрических зарядов является актуальной. Изучению закономерностей разделения электрических зарядов в облаках посвящены многочисленные исследования, основные результаты которых обобщены в классических работах [1]-[9], где предложено большое количество объяснений без учета фрактальности среды. Результаты исследований в этой области показывают, что одной из важных предпосылок разделения электрических зарядов в облаках, является наличие ледяной фазы (кристалликов льда, крупы и градин) и переохлажденных водяных капель [10].

Известно, что облака с мощными конвективными токами имеют фрактальную структуру и облако является фрактальной средой [11]. Поэтому можно утверждать, что процессы, протекающие в такой среде хорошо описываются с помощью аппарата дробного исчисления.

Постановка и решение задачи

Согласно классическим представлениям, например, в работе [12], следуя теории Френкеля [13], для облачных капель, находящихся в слабо ионизированной воздушной среде, был получен средний заряд q_r , который создается одной облачной каплей радиуса r, в виде

$$q_r = 4\pi\varepsilon_0 n\zeta a,\tag{1}$$

где ε_0 – электрическая постоянная; a – радиус пузырька; ζ – электрокинетический потенциал; n – количество пузырьков радиуса a, образующихся в облачной капле радиуса r. Поэтому опираясь на теорию Френкеля, полный заряд капли можем записать в следующей форме:

$$q(x,t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta R(x,t), \qquad (2)$$

где R(x,t) – радиус капли. Закон изменения заряда капли, с учетом уравнения (2) можем записать в виде:

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = 4\pi\varepsilon_0 \zeta \frac{R(x,t)}{\partial t}.$$
(3)

В уравнении (3) величина $j(x,t) = \frac{\partial q(x,t)}{\partial t}$ представляет собой плотность потока заряда, который зависит от скорости изменения радиуса капли $\frac{R(x,t)}{\partial t}$ и совпадает с

диффузионным потоком у поверхности капли, при условии ее роста за счет диффузии из окружающей среды [14].

В случае, когда процесс протекает во фрактальной среде, то вместо модели (3)необходимо рассмотреть обобщенную модель изменения заряда капли, который учитывает фрактальные свойства среды. Изменение заряда капли зависит от изменения ее размера (3). Поэтому рассмотрим сначала как изменяется размер капли в среде с фрактальной структурой.

Согласно работе [15], диффузионный поток можно определить следующим образом:

$$q(x,t) = -kD_{ax}^{\alpha}u(x,t), \ 0 < \alpha < 1, \tag{4}$$

где k – коэффициент диффузии вещества; u(x,t) – концентрация вещества; D_{ax}^{α} – оператор дробного дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля дробного порядка α с началом в точке a, который определяется следующим образом [16]:

$$D_{ax}^{\alpha}u(\xi,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{\partial}{\partial x}\int_{a}^{x}\frac{u(\xi,t)d\xi}{(x-\xi)^{\alpha}}.$$

В случае, когда $\alpha = 1$ оператор Римана-Лиувилля переходит в класическую производную первого порядка.

Отметим, что замена оператора $\partial/\partial t$ на дробный оператор D_{ax}^{α} в дифференциальных уравнениях неявно включает дополнительные факторы взаимодействия физической системы. Дробный параметр α зависит от фракталльной размерности среды, поэтому можно считать, что уравнение (4) описывает фрактальный процесс [15]. Пусть a = 0, тогда из формул (3) и (4) получим:

$$j(x,t) = -\frac{k}{4\pi\varepsilon_0\zeta} D_{0t}^{\alpha} R(x,t) \,. \tag{5}$$

Обозначим через $\lambda = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0\zeta}$ и подставим в формулу (5) соотношение для плотности потока j(x,t) с учетом (3) приходим к уравненнию:

$$\frac{\partial R(x,t)}{\partial t} - \lambda D_{0t}^{\alpha} R(x,t) = 0.$$
(6)

Формула (6) представляет собой уравненние с дробной производной порядка α для которого справедливы следующие нелокальные условия [11]:

$$R(x,0) = r_1(x), x \in [0,L],$$
(7)

$$\lim_{x \to 0} D_{0x}^{\alpha - 1} R(x, t) = r_2(t), t \in [0, T],$$
(8)

Решение задачи (6)-(8) имеет вид [17]:

$$R(x,t) = \int_{0}^{x} \frac{r_1(s)}{x-s} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda t}{(x-s)^{\alpha}}\right) ds + \lambda \int_{0}^{t} \frac{r_2(\eta)}{x} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda (t-\eta)}{x^{\alpha}}\right) d\eta.$$
(9)

где $e_{\alpha,\beta}^{\nu,\delta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \nu)\Gamma(\delta - \beta n)} - функция типа Райта.$

Подставляя (9) в формулу (2), получаем соотношение для заряда капли с учетом фрактальной геометрии среды.

$$q(x,t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta \left[\int_0^x \frac{r_1(s)}{x-s} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda t}{(x-s)^{\alpha}} \right) ds + \lambda \int_0^t \frac{r_2(\eta)}{x} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda (t-\eta)}{x^{\alpha}} \right) d\eta \right].$$
(10)

С учетом (10) поток заряженных капель примет вид:

$$j(x,t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^x \frac{r_1(s)}{x-s} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda t}{(x-s)^{\alpha}} \right) ds + \lambda \int_0^t \frac{r_2(\eta)}{x} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda (t-\eta)}{x^{\alpha}} \right) d\eta \right].$$
(11)

Упростим формулу (11), принимая во внимание следующую известную формулу дифференцирования интеграла с переменными пределами интегрирования:

$$I'(t) = \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \frac{\partial}{\partial t} f(x,t) \, dx + f(x_2(t),t) \, x'_2(t) - f(x_1(t),t) \, x'_1(t) \, ,$$

получим

$$j(x,t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta \left[\int_0^x \frac{r_1(s)}{x-s} \frac{\partial}{\partial t} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda t}{(x-s)^{\alpha}} \right) ds + \lambda \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{r_2(\eta)}{x} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda (t-\eta)}{x^{\alpha}} \right) d\eta \right] =$$
(12)
$$= 4\pi\varepsilon_0 \zeta \int_0^x \frac{r_1(s)}{x-s} \frac{\partial}{\partial t} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda t}{(x-s)^{\alpha}} \right) ds + \lambda \frac{r_2(t)}{x} e_{1,\alpha}^{1,0}(0) +$$
$$+ \lambda \int_0^t \frac{r_2(\eta)}{x} \frac{\partial}{\partial t} e_{1,\alpha}^{1,0} \left(\frac{-\lambda (t-\eta)}{x^{\alpha}} \right) d\eta.$$

С учетом того, что выполняются свойства [17]:

$$e_{1,\alpha}^{1,0}(0) = 1, \ D_{0t}^{\nu} z^{\delta-1} e_{\alpha,\beta}^{\mu,\delta}(\lambda z^{\alpha}) = z^{\delta-\nu-1} e_{\alpha,\beta}^{\mu-\nu,\delta}(\lambda z^{\alpha})$$

окончательно получим:

$$j(x,t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta \left(\frac{\lambda r_2(t)}{x} + \int_0^x \frac{r_1(s)}{(x-s)t} e_{1,\alpha}^{0,0} \left(\frac{-\lambda t}{(x-s)^{\alpha}} \right) ds \right) +$$

$$+4\pi\varepsilon_0 \zeta \lambda \int_0^t \frac{r_2(\eta)}{xt} e_{1,\alpha}^{0,0} \left(\frac{-\lambda (t-\eta)}{x^{\alpha}} \right) d\eta.$$
(13)

Формула (13) представляет собой закон изменения заряда облачных капель с учетом фрактальных свойств среды записанный с помощи функции типа Райта.

В работе [11], было получено уравнение типа (4) с оператором дробного производного по Капуто:

$$q(x,t) = \gamma \partial_{0t}^{\alpha} u(x,\tau), \ 0 < \alpha < 1,$$
(14)

где $\gamma > 0$, $\partial_{0t}^{\alpha} u(x,\tau) = D_{0t}^{\alpha-1} \frac{du(x,\tau)}{d\tau}$ – регуляризованная дробная производная порядка α от функции $u(x,\tau)$ с началом в точке 0 и τ . С учетом формулы (14) и закона изменения размера капли, считая функцию R зависящей только от времени аналогично формуле (3) перепишем в виде:

$$\partial_{0t}^{\alpha}R(t) - kR(t) = 0, \qquad (15)$$

где $k = \frac{1}{\gamma}$. Уравнение(15) – обыкновенное дифференциальное уравнение дробного порядка, Для уравнения (15) справедливо начальное условие вида:

$$R(x,0) = R_0. (16)$$

Следуя работе [17], решение задачи может быть записано в терминах функции типа Миттаг-леффлера следующим образом:

$$R(t) = R_0 E_{\alpha,1} \left(k t^{\alpha} \right), \tag{17}$$

где $E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}$ – функция типа Миттаг-Леффлера. Подставляя решение (17) в формулы (2) и (3), получим:

$$q(t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta R_0 E_{\alpha,1}(kt^{\alpha}), j(t) = 4\pi\varepsilon_0 \zeta R_0 t^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(kt^{\alpha}).$$
⁽¹⁸⁾

Формула (18) представляют собой закон изменения заряда капли в обобщенной теории Френкеля в облачной среде через функцию Миттаг-Леффлера.

Заключение

Рассматривая облака, которые, как известно, имеют разную структуру, и имеют свою классификацию по происхождению и морфологическим признакам, к которой можно добавить данные об их фрактальной структуре, возможно в дальнейшем – формирование более общей картины состояния физики облаков.

В данной работе предложена математическая модель закона изменения заряда капель во фрактальной облачной среде, обобщающая теорию Френкеля. Получено решение этой модели с учетом функции типа Райта и функции Миттаг-Леффлера.

Библиографический список

- 1. Качурин Л. Г., Морачевский В.Г. Кинетика фазовых переходов воды в атмосфере. Л.: Гидрометео-издат, 1965. 114 с.
- 2. Мейсон Б. Дж. Физика облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1961. 542 с.
- 3. Мучник В. М. Физика грозы. Л: Гидрометеоиздат, 1974. 252-257 с.
- 4. Чалмерс Дж. А. Атмосферное электричество. Л.: Гидрометеоиздат, 1974. 420 с.
- 5. Юман М. Молния. М.: Мир, 1972. 328 с.
- 6. Ribeira J.C. On the thermo-dielectric effect // Ann. Acad. Brasil. Sci. 1950. vol. 22. №3. P. 547-556.
- Workman E. J., Reynold S.E. Electrical phenomena occurring during the freezing of delute aqueous solution and their possible relationship to thunderstorm electricity // Phys.Rev. 1956. vol. 94. №4. P. 1073-1075.
- 8. Workman E. J. The possible role of ammonia in thunderstorm electrification. In: Proc. Intern. Conf. Cloud Phys.. Toronto. 1968. P. 653-656.
- Имянитов И. М. Электрическая структура конвективных облаков и ее связь с движением воздуха в облаках. Исследование облаков, осадков и грозового электричества // М., Гидрометеоиздат, 1961, с. 225-238.
- 10. Аджиев А.Х. Куповых Г.В. Атмосферно-электрические явления на Северном Кавказе. Таганрог: 2004. 122 с.
- 11. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М: Физматлит, 2003. 272 с.

- Кумыков Т.С. Жекамухов М.К., Каров Б.Г. Электризация и пространственное разделение зарядов при выделении пузырьков воздуха в процессе коагуляционного роста градин в облаке II. Генерирование грозового электричества за счет выделения заряженных пузырьков при намерзании переохлажденных облачных капель на поверхности градин // Метеорология и гидрология. 2008. №12. С. 15-24.
- 13. Френкель Я.И. Теория основных явлений атмосферного электричества // Сборник избранных трудов. М.: Наука. 1958. Т.2. С. 538-567.
- 14. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика: М.: Наука, 1979. 527 с.
- 15. Шогенов В.Х., Шхануков-Лафишев М.Х., Бештоев Х.М. Дробные производные: интерпретация и некоторые применения в физике. Сообщения объединенного института ядерных исследований. Дубна. 1997. 20 с.
- 16. Самко С.Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Дробные интегралы и производные и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.
- 17. Псху А.В. Краевые задачи для дифференциальных уравнений с частными производными дробного и континуального порядка. Нальчик: КБНЦ РАН, 2005. С. 185.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 17.05.2015

УДК 517.925.42

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛОКАЛЬНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДУФФИНГА С ФРАКТАЛЬНЫМ ТРЕНИЕМ Р.И. Паровик^{1, 2}

¹ Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, п. Паратунка, ул. Мирная, 7

² Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4

E-mail: romanparovik@gmail.com

В работе рассматривается нелинейная фрактальная колебательная система Дуффинга с трением. Проведен численный анализ этой системы с помощью конечно-разностной схемы. Построены решения системы в зависимости от дробных параметров, а также фазовые портреты.

Ключевые слова: оператор Герасимова-Капуто, фазовый портрет, осциллятор Дуффинга, конечно-разностная схема

⑦ Паровик Р.И., 2015

MSC 37C70

MATHEMATICAL MODELING OF NONLOCAL OSCILLATORY DUFFING SYSTEM WITH FRACTAL FRICTION

R.I. Parovik^{1, 2}

¹ Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

² Vitus Bering Kamchatka State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4, Russia

E-mail: romanparovik@gmail.com

The paper considers a nonlinear fractal oscillatory Duffing system with friction. The numerical analysis of this system by a finite-difference scheme was carried out. Phase portraits and system solutions were constructed depending on fractional parameters.

Key words: Gerasimov-Caputo operator, phase portrait, Duffing oscillator, finite-difference scheme

© Parovik R.I., 2015

Введение

Исследование нелинейных колебательных систем имеет важное практическое значение [1]. С развитием теории моделирования фрактальных процессов появилась возможность выявить новые свойства нелинейных фрактальных колебательных систем. Такие колебательные процессы описываются дифференциальными уравнениями с производными дробных порядков [2]. Дробные порядки производных связаны с фрактальной размерностью среды, а их учет в колебательной системе, как дополнительных степеней свободы, дает предпосылки к новым хаотическим режимам, которые описывают реальные процессы и явления. Например, в работе [3] был исследован вопрос о моделировании затухающих колебаний в шине транспортного средства, в работе [4], были изучены свойства вязко-упругих свойств балок, пластин и цилиндрических оболочек.

Интерес представляет изучение нелинейной колебательной системы с трением (осциллятор Дуффинга). В работах [5, 6] рассмотрено моделирование осциллятора Дуффинга с фрактальным трением. В настоящей работе рассмотрено обобщение предложенных ранее моделей осциллятора Дуффинга, в случае, когда в исходное уравнение вводится оператор дробного дифференцирование вместо производной второго порядка по смещению. Исследованы режимы колебательной системы в результате изменения дробных параметров, построены фазовые портреты.

Постановка задачи

Найти решение x(t), где $t \in [0, T]$, удовлетворяющее уравнению

$$\partial_{0t}^{\alpha} x(\eta) + a \partial_{0t}^{\beta} x(\eta) - x(t) + x^{3}(t) = \delta \cos(\omega t)$$
(1)

и начальным условиям

$$x(0) = x_0, \ \dot{x}(0) = y_0 \tag{2}$$

где $\partial_{0t}^{\alpha} x(\eta) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \int_{0}^{t} \frac{\ddot{x}(\eta) d\eta}{(t-\eta)^{\alpha-1}}, \ \partial_{0t}^{\beta} x(\eta) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_{0}^{t} \frac{\dot{x}(\eta) d\eta}{(t-\eta)^{\beta}} -$ операторы дроб-

ного дифференцирования в смысле Герасимова-Капуто порядка α и β ; $\dot{x}(t) = dx/dt$ и $\ddot{x}(t) = d^2x/dt^2$; $x_0, y_0, \ \delta, \omega, a, \ T$ – заданные параметры.

Необходимо отметить, что в работах [2, 5, 6] для описания трения использовался оператор дифференцирования дробного порядка в смысле Римана-Лиувилля. Мы используем оператор Герасимова-Капуто, в этом случае справедливы локальные условия (2). В случае оператора Римана-Лиувилля необходимо задавать нелокальные условия [7].

Метод решения

Задачу (1), (2) решим с помощью численных методов – явной конечно-разностной схемы. Введем τ – шаг дискретизации, причем $t_j = j\tau$, j = 1, 2, ..., N, $N\tau = T$, $x(j\tau) = x_k$. Тогда производные дробных порядков, входящие в уравнении (1, можно аппроксимировать следующим образом [8]

$$\partial_{0t}^{\alpha} x(\eta) \approx \frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} \sum_{k=0}^{j-1} \left[(k+1)^{2-\alpha} - k^{2-\alpha} \right] \left(x_{j-k+1} - 2x_{j-k} + x_{j-k-1} \right)$$
(3)

$$\partial_{0t}^{\beta} x(\eta) \approx \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)} \sum_{k=0}^{j-1} \left[(k+1)^{1-\beta} - k^{1-\beta} \right] \left(x_{j-k+1} - x_{j-k} \right).$$

Подставляя соотношения (3) в уравнение (1), получим следующую явную конечноразностную схему:

$$\begin{aligned} x_{1} &= Ax_{0} - Cx_{0}^{3} + K, \ x_{2} = Ax_{1} - Bx_{0} - Cx_{1}^{3} + K\cos\left(\omega\tau\right), \\ x_{j+1} &= Ax_{j} - Bx_{j-1} - Cx_{i}^{3} - B\sum_{k=1}^{j-1} b_{k}\left(x_{j-k+1} - 2x_{j-k} + x_{j-k-1}\right) - \\ &- M\sum_{k=1}^{j-1} c_{k}\left(x_{j-k+1} - x_{j-k}\right) + K\cos\left(\omega j\tau\right) \end{aligned}$$
(4)
$$A &= \left(\frac{2\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)} + 1\right) \middle/ \left(\frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)}\right), \\ B &= \frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} \middle/ \left(\frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)}\right), \ K &= \delta \middle/ \left(\frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)}\right), \\ C &= 1 \middle/ \left(\frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)}\right), M = \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)} \middle/ \left(\frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} + \frac{\tau^{-\beta}}{\Gamma(2-\beta)}\right), \\ b_{k} &= (k+1)^{2-\alpha} - k^{2-\alpha}, \\ c_{k} &= (k+1)^{1-\beta} - k^{1-\beta}, \\ j &= 2, ..., N-1. \end{aligned}$$

Производную $y(t) = \dot{x}(t) = dx/dt$ аппроксимируем конечной разностью: $y_j = \frac{x_j - x_{j-1}}{\tau}$. Значения x_0 и y_0 определяются из начальных условий (2).

Результаты моделирования

Численное моделирование проводилось с учетом следующих значений параметров в решении (4): N = 4000, $\tau = \pi/100$, $\omega = 1$, $\delta = 0.3$, a = 0.15, $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.3$. Фазовый портрет строился по точкам(x(t), y(t)) в зависимости от параметров α и β .

Для исследования колебательных режимов часто используют сечение Пуанкаре. Сечение Пуанкаре – это плоскость в фазовом пространстве, выбранная таким образом, чтобы все траектории, принадлежащие аттрактору, пересекали ее под ненулевым углом.

Отметим, что замкнутые фазовые траектории образуют конечные последовательности точек в сечении Пуанкаре (одна точка соотвествует предельному циклу с периодом T, две точки соответсвуют предельному циклу с удвоенным периодом 2T, непериодические режимы соотвествуют бесконечные последовательности точек в сечении Пуанкаре. В качестве сечение Пуанкаре выберем плоскость постоянной фазы внешнего воздействия $\omega t_n = 2\pi n$, что соотвествует выбору точек фазовой траектории ровно через период $T = 2\pi$ внешней силы.

На рис. 1 представлен случай $\alpha = 2$, $\beta = 1$, соотвествующий классическому осциллятора Дуффинга с трением. В этом случае эффект памяти в колебательной системе исчезает. Решение не является периодическим, а имеет хаотический характер (рис. 1а). Подтверждение хаотического режима для вынужденных колебаний фрактального осциллятора Дуффинга можно увидеть на рис. 16, где представлено сечение



Рис. 1. Фазовый портрет и точки сечения Пуанкаре (а), построенные согласно численному решению (в) с учетом параметров: N = 30000, $\tau = \frac{\pi}{100}$, $\omega = 1$, $\delta = 0.3$, a = 0.15, $x_0 = -1.3311$, $y_0 = -0,1429$, $\alpha = 2$, $\beta = 1$; δ – сечение Пуанкаре при $N = 5 \cdot 10^5$ с теми же значениями параметров

Пуанкаре, построенное при большом количестве точек $N = 5 \cdot 10^5$, а также функция смещения x(t), которая приведена на рис. 1в. Исходя из точек сечения Пуанкаре рис. 1б, можно заключить, что классический осциллятор Дуффинга является бистабильной колебательной системой [9], которая обладает хаотическим аттрактором, характерным для детерминированного хаоса [10].

На рис. 2 приведен фазовый портрет (рис. 2а) и функция смещения (рис. 2б), полученные с помощью численной схемы (4) в случае: $\alpha = 2$, $\beta = 0.6$.



Рис. 2. Фазовый портрет и точка Пуанкаре (а), построенные согласно численному решению (б) с учетом параметров: $N = 4000, \tau = \frac{\pi}{100}, \omega = 1, \delta = 0.3, a = 0.15, x_0 = 1.0052, y_0 = 1.3901, \alpha = 2, \beta = 0.6$

Можно отметить, что решение в этом режиме имеет периодический характер, а фазовая траектория – предельный цикл. Сечение Пуанкаре состоит из одной единственной точки, что отражено на рис. 26 и эта точка совпадает с начальной точкой (x_0, y_0) . Аналогичные результаты были представлены в работе [5]. Можно также отметить, что кубическая нелинейность в уравнении (??) приводит к увеличению частоты колебаний (рис. 26).

На рис. 3 представлена расчетная кривая, построенная по формуле (??). Параметры расчета: количество точек N = 1000, шаг дискретизации $\tau = 0.16$, $\xi = 4, \alpha = 2, \beta = 0.8, (x(0), \dot{x}(0)) = (-2.623, -4.0705).$



Рис. 3. Предельный цикл с точками сечения Пуанкаре (а) и численное двупериодическое решение (б), полученное по формуле (??) с учетом параметров: $\alpha = 2, \beta = 0.8, \tau = 0.16, a = 0.15, \delta = 4, (x(0), \dot{x}(0)) = (-2.623, -4.0705)$

На рис. За и рис. Зб видно, что решение имеет придельный цикл с петлей, причем сечение Пуанкаре содержит две точки. Поэтому решение является двупериодическим. Наличие петли приводит к раздвоении амплитуды колебаний (рис. За). Подобные структуры получали авторы работы [5].

На рис. 4 представлена эволюция решения и фазовые портреты при различных параметров α , β и τ . На рис. 4 фазовые траектории выходят на предельный цикл. На рис. 4в наблюдается хаотичный режим. Можно сделать вывод, что появление новых параметров (дробных показателей) в эредитарном уравнении (1), расширяет свойства осциллятора Дуффинга и предваряет появления новых режимов и эффектов в нелинейной колебательных системах. Порядки дробных производных выступают в качестве управляющих параметров, которые определяют режимы фрактальной колебательной системы, что необходимо учитывать при их моделировании.



Рис. 4. Фазовый портрет и численное решение (??) с учетом параметров: (a,б) $\alpha = 1.7, \beta = 1, \tau = \frac{\pi}{60}$; (в,г) $\alpha = 1.8, \beta = 1, \frac{\pi}{40}$; (д,е) $\alpha = 1.8, \beta = 0.2, \tau = \frac{\pi}{60}$; (ж,з) $\alpha = 1.3, \beta = 0.2, \tau = \frac{\pi}{60}$

Заключение

В работе рассмотрена модель фрактального осциллятора Дуффинга с трением. Найдены численные решение в зависимости от дробных параметров α и β , построены фазовые траектории. Анализ решений показал, что существуют как периодические решения, так и хаотические режимы. Для более качественного анализа в дальнейшем будут построены бифуркационные диаграммы и проведен тест на установления условий возникновения периодических решений.

Библиографический список

- 1. Рехвиашвили С.Ш. Размерные явления в физике конденсированного состояния и нанотехнологиях. Нальчик: КБНЦ РАН, 2014. 250 с.
- 2. Petras I. Fractional-Order Nonlinear Systems. Modeling, Analysis and Simulation. Beijing and Springer-Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2011. 218 p.

- Kao B.G. A three-dimensional dynamic tire model for vehicle dynamic simulations // Tire Science and Technology. 2000. Vol. 28, no. 2. P. 72–95.
- Rossikhin Y.A., Shitikova M.V. Application of fractional calculus for dynamic problems of solid mechanics: novel trends and recent results // Applied Mechanics Reviews. 2010. Vol. 63, no. 1. P. 010801.
- 5. Syta A., Litak G., Lenci S., Scheffler M. Chaotic vibrations of the duffing system with fractional damping // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2014. Vol. 24, no. 1. P. 013107.
- 6. Sheu L.J., Chen H.K., Chen J.H., Tam L.M. Chaotic dynamics of the fractionally damped Duffing equation // Chaos, Solitons & Fractals. 2007. Vol. 32, no. 4. P. 1459-1468.
- 7. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
- 8. Паровик Р.И. Численный анализ некоторых осцилляционных уравнений с производной дробного порядка // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2014. Т. 9, № 2. С. 30–35.
- 9. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур. М.: Мир, 1979. 279 с.
- 10. В.Т. Гринченко А.А. Снарский, В.Т. Мацыпура. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М.: ЛКИ, 2007. 264 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 13.04.2015

ФИЗИКА

УДК 550.3

НЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ГЕОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ, ТОКИ ШМИДТА-БАУЭРА И АТМОСФЕРНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

В.В.Кузнецов

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, п. Паратунка, ул. Мирная, 7 Б. meile имичис 28 @meil им

E-mail: vvkuz38@mail.ru

Согласно развиваемой модели, - не потенциальная часть геомагнитного поля обязана вертикальным токам, связанным, в одном направлении, с переносом водяным паром положительного заряда, образующимся при испарении с растительности и водной поверхности, и, в обратном направлении, - отрицательным током дождя. Оба этих процесса весьма нерегулярны по пространству и времени, но суммарный заряд переносимый вверх, к облакам, примерно равен заряду, переносимому вниз, к поверхности Земли. Тем не менее, эти процессы приводят к накоплению положительного заряда в нижней ионосфере на высоте порядка 90 км.

Ключевые слова: не потенциальная часть геомагнитного поля, токи Шмидта-Бауэра, токи дождя и токи испарения

© Кузнецов В.В., 2015

PHYSICS

MSC 86A25

NONPOTENTIAL GEOMAGNETIC FIELD, SCHMIDT-BAUER CURRENTS AND ATMOSPHERIC ELECTRIC CURRENT

V.V. Kuznetsov

Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

E-mail: vvkuz38@mail.ru

According to the developing model, the nonpotential part of the geomagnetic field is due to the vertical current associated with positive charge transfer by water vapour during plant and water surface evaporation in the same direction and with negative rain current in the opposite direction. These two processes are quite irregular both in space and in time, but the total charge transfered upwards to the clouds is almost equal to the charge transfered downwards to the Earth surface. Nevertheless, these processes result in the accumulation of positive charge in the lower ionosphere at the height of about 90 km.

Key words: nonpotential part of geomagnetic field, Schmidt-Bauer currents, rain currents and evaporation currents

© Kuznetsov V.V., 2015

Введение

Возможная связь между не потенциальностью геомагнитного поля, токам и Шмидта-Бауэра (A. Schmidt and L.A. Bauer currents) (Ш-Б) и атмосферным электрическим током (J) - обсуждается учеными более 100 лет. Однако, понимания проблемы – так и не достигнуто. Причина этого заключается в том, что геомагнитное поле принято с хорошей точностью считать потенциальным, а токи Ш-Б – не реальными. Более того, по оценкам величины не потенциальности поля, сила токов Ш-Б превышает атмосферный ток J на четыре порядка, что так же кажется совершенно не естественным.

А. Schmidt в 1895 первым показал, что магнитное поле Земли включает не потенциальную часть (ссылки в [1]). Как известно, в потенциальном поле линейный интеграл вдоль замкнутой кривой должен равняться нулю. В действительности в геомагнитном поле это не совсем точно. При такой операции оказывается, что нуль получается не всегда. Это означает существование вертикальных токов, достигающих земной поверхности. Шмидт усомнился в реальности результатов расчетов и приписал это неточности наблюдений элементов земного магнетизма [1].

Позже Bauer [1] при повторных пересчетах на значительно большем илучшем материале наблюдений нашел подтверждение результатов Шмидта. Самое поразительное при этом то, что токи, связанные с земным магнетизмом направлены частью вверх, частью вниз, к поверхности Земли. Плотность этих токов, получивших название токи Шмидта-Бауэра, примерно в 10 000 раз выше плотности нормального атмосферного электрического тока. Очевидно, что токи Ш-Б имеют несколько другую причину, чем атмосферный ток, однако, вполне возможно, что они связаны друг с другом. Например, можно предположить, что разность между разнонаправленными токами Ш-Б обеспечивает существование атмосферного тока легких ионов и т.д.

В результате расчетов, проведенных Шмидтом и Бауэром, было обнаружено, что в полярных регионах "ток"направлен вверх (рис. 1) в то время как ток экваториального пояса в целом имеет противоположную направленность. Плотности обоих токов примерно равны. Поверхность Земли, на которой токи Ш-Б текут вверх, - примерно равна поверхности Земли с токами, текущими вниз. Различие в направлениях токов, текущих над океанами и материками, как следует из рис. 1, - не наблюдается.

Не потенциальное поле

Не потенциальная часть геомагнитного поля присутствует не только в постоянном, но и в переменном поле, т.е. в суточных S_q -вариациях [2]. В частности, Беньковой было показано, что не-потенциальная часть S_q - вариаций достигает 1/5 всего поля вариаций, а плотность переменных «токов», которые ее создают, на 2-3 порядка превышает плотность токов проводимости атмосферы.

Серьезное обсуждение вопроса относительно наличия у геомагнитного поля **В** не дипольной части продолжалось больше нескольких десятилетий [3]. В известных учебниках: «Геомагнетизм» (Chapman and Bartle), «Физика Геомагнитных Явлений» (Matsushita and Campbell), «Введение в Геомагнетизм» Паркинсона [4] не потенциальное магнитное поле обычно игнорируется. Учебник Паркинсона содержит специальный параграф относительно не потенциальности геомагнитного поля.



Рис. 1. Токи Шмидта-Бауэра [1] в северном и южном полушариях. В районах полюсов – токи положительные (направлены вверх), в экваториальной зоне – токи отрицательны (области их существования затемнены, а сами токи направлены вниз)

Обсуждение возможного источника не потенциальной части геомагнитного поля, вычисленной по данным, полученным на многих магнитных обсерваториях мира, приведено в [3]. На каждой геомагнитной станции возможно влияние от намагничивания природной среды и электрических токов в непосредственной близости от пункта наблюдения. При вычислении гоt **B** используется различие между наблюдаемыми величинами **B** на соседних станциях. Например, если у нас есть результаты наблюдения **B** (**B**x, **B**y, **B**z) на четырех станциях: ($x_1 + dx$, $y_1 + dy$), ($x_1 - dx$, $y_1 + dy$), ($x_1 - dx$, $y_1 + dy$), ($x_1 - dx$, $y_1 - dy$) и ($x_1 + dx$, $y_1 - dy$), величина гоt **B**z в пункте (x_1 , y_1), будет:

 $\{B_{y}(x_{1} + dx, y_{1} + dy) - B_{y}(x_{1} - dx, y_{1} + dy) + B_{y}(x_{1} - dx, y_{1} - dy) - (x_{1} - dx) - (x_{1} -$

 $B_y (x_1 + dx, y_1 - dy) / 4 dx - \{B_x (x_1 + dx, y_1 + dy) - B_x (x_1 - dx, y_1 + dy) + A_y - A_y -$

 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{X}} (\boldsymbol{x}_1 - \mathrm{d}\boldsymbol{x}, \, \boldsymbol{y}_1 - \mathrm{d}\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{B}_{\mathrm{X}} (\boldsymbol{x}_1 + \mathrm{d}\boldsymbol{x}, \, \boldsymbol{y}_1 - \mathrm{d}\boldsymbol{y}) \} / 4 \mathrm{d}\boldsymbol{y}.$

Расчетная величина гот **B** не будет исчезать, если d**x** и d**y** будут конечными величинами, но она уменьшится когда d**x**, и d**y** становятся малыми, и, в конечном счете, исчезнут, в крайнем случае, когда dx=0 и dy=0. Имеется возможность проверить это предположение, распределяя большое число пунктов наблюдения вдоль пространственной петли, таким образом, чтобы бы вычислить гот **B**.

Таким образом, не потенциальность геомагнитного поля оказывается вполне возможной. Основная причина её, это вертикальные токи, текущие с поверхности Земли в атмосферу и обратно. Известно, что в атмосфере существует атмосферное электрическое поле (АЭП), его величина: 120 – 150 В/м – над океанами и 75 – 125 – над материками.

Поскольку у Земли есть АЭП, то, естественно, ожидать и электрический ток через атмосферу. Так вот, он существует и представляет собой поток положительных и отрицательных ионов направленный вертикально вниз, причем очень стабильной плотности, мало зависящей от высоты. Считается, что токи, текущие в обратную сторону, обеспечиваются «грозами и молниями».

Токи, текущие в атмосфере Земли

Токи, текущие в атмосфере Земли, известны:

- Плотность атмосферного тока и
онов в районах с ясной погодой составляет 2- $3{\cdot}10^{-12}~A/{\rm m}^2.$

- Плотность тока, обусловленного переносом зарядов на каплях дождя, града, снега, при спокойных ливнях составляет $10^{-7}\text{-}10^{-6}~\mathrm{A/m^2}$

- Плотность тока, обусловленного переносом зарядов на каплях дождя, града, снега, при грозовых ливнях и граде составляет до $10^{-6}\text{-}10^{-4}~\mathrm{A/m^2}$

- Сила тока в молнии - до 500 кА, (с наибольшей вероятностью - в диапазоне 20-40 кА).

Напряжение в молнии составляет до 10⁹В, длина молнии достигает 10 км, диаметр канала молнии достигает 20 см.

Отметим, что плотность токов Ш-Б (10^{-9} - 10^{-8} A/м²) примерно равна плотности тока дождя (10^{-8} A/м²). Как следует из рис. 2, ток дождя может менять своё направление, оставаясь в основном – отрицательным.



Рис. 2. Ток дождя [5]

Очевидно, что в атмосфере должен существовать и ток, обратный току дождя. По-видимому, это ток, обязанный переносу зарядов в восходящих потоках нагретого и влажного воздуха. Такие потоки возникают, как правило, в теплых лесистых и влажных регионах материков. Согласно работе [6], восходящие потоки, так же как и токи дождя могут нести как положительные, так и отрицательные заряды.

В этом убедились некоторые радиолюбители, которые проводили измерения атмосферных токов принимаемых их телевизионными антеннами. Во время ясной и сухой погоды ток был всегда положительным (от антенны к земле), при отсутствии облаков 0,1...0,3 нА, по мере развития облачности флуктуации увеличивались, и иногда ток доходил до 7 нА. В ненастье ток был всегда отрицательным, во время тумана и легкой мороси –0,2...–1 нА, при дожде больше, максимальное зарегистрированное значение –14 нА. Наэлектризованные капли тумана, мороси и дождя, осаждаясь на антенне, отдавали ей свой отрицательный заряд. Если допустить, что эффективная площадь поверхности телевизионной антенны достигала 1 м², то результаты измерений тока дождя близки по величине.

Заряды в атмосфере

Сравним величины электрических зарядов в атмосфере Земли:

- Средний заряд грозового облака 50 кулон.

- Заряд циклона, по нашим оценкам, достигает *Q* =5·10³ Кл. Площадь его 100×100 км² [?].

- Заряд Земли как шара радиусом R обладающим полем E = 100 В/м: $Q_1 = \varepsilon R^2 E = 5.7 \cdot 10^5$ кулон, R_E – радиус Земли ε – электрическая постоянная.

- Заряд слоя положительных ионов, толщиной 1 км, на высоте 85 км: $Q_2 = NShe = 10^4 \text{ см}^{-3} \times 5 \cdot 10^{18} \text{ см}^2 \times 10^5 \times 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 10^9 \text{ Кл}$, где N - концентрация зарядов, S - площадь поверхности Земли, h - толщина слоя, e - заряд электрона [8].

- Заряд, переносимый к Земле током дождя в течение одних суток на территории равной примерно 0.1% от общей поверхности Земли: $Q_3 = j S kt = 10^{-10}$ A/cm² × 5 · 10^{18} cm² × 10^{-3} × 1 сутки ((10^5 с) = 5 · 10^{10} Кл. Здесь: j – плотность тока дождя, k – доля поверхности Земли, занятой дождем, t - время зарядки Земли дождем.

- Заряд конденсатора «Земля-ионосфера»: $Q_4 = CU$, где C - ёмкость конденсатора Земля-ионосфера (электросфера) $C = 4\pi\varepsilon_o\Delta R_E/R_E^2 = 5\cdot 10^{-2}$ ф. ΔR_E – высота ионосферы. U – потенциал ионосферы U = 300 000 В. $Q_4 = CU = 5\cdot 10^{-2}$ ф $\times 3\cdot 10^5 = 1.5\cdot 10^4$ Кл.

Сравнение величин зарядов Q_1 и Q_4 , имеющих непосредственное отношение к АЭП, с величинами зарядов слоя положительных ионов (ионов гидроксония - H_3O^+) Q_2 и зарядов дождевого облака Q_3 , показывает, что электрические заряды атмосферы значительно (более чем на 4 порядка) превышают заряды, приписываемые АЭП.

Если природа токов АЭП известна, это дрейф легких ионов, то о природе токов Ш-Б этого сказать нельзя. Выше мы отмечали, что токи Ш-Б по величине близки токам дождя. Предположим, что ток дождя и есть ток Ш-Б, тогда ток обратного направления, - это ток зарядов, поднимаемых в атмосферу восходящим потоком воздуха. Дождевые капли, как правило, заряжены отрицательно, они падают вниз, что означает направление тока вверх. Подъем отрицательных капель восходящими потоками определяет ток вниз. Смена знака заряда капель приводит к смене направления токов Ш-Б.

Известно, что при испарении воды в гравитационном поле происходит разделение электрических зарядов. Этот процесс ответственен за возникновение электрических вспышек и молний в атмосфере. В динамике таких процессов явно формируются кулоновские динамические аттракторы, фокусирующие электрическое поле и заряд. Образование двойного слоя на поверхности раздела фаз является общим свойством (и не только воды и пара). На поверхности теплых, влажных и лесистых материков происходит интенсивное испарение, ионизация и разделение зарядов. В тундре и пустынях происходит обратная картина – выпадение осадков. Круговорот воды в природе определяет и круговорот электрических зарядов, а их перенос и есть токи Ш-Б.

При этом происходит диссоциация воды на ионы водорода и гидроксила. Свободный ион H^+ не способен к самостоятельному существованию и гидратируется молекулой воды с образованием иона гидроксония: $H^+ + H_2O$ (H_3O^+ . Суммарная реакция представляет собой переход протона от одной молекулы к другой и образование ионов гидроксония и гидроксила: $H_2O + H_2O$ ($H_3O^+ + OH^-$. Гидроксоний – летучий газ быстро поднимается в атмосфере до высоты 85 км и по неясной причине - здесь накапливается [8]. Гидроксил коагулирует на себя пары воды, превращается в водный аэрозоль, который поднимается восходящим потоком нагретого воздуха. Именно этот процесс является током Ш-Б, направленным вниз. Как известно, на экваторе происходит основное образование облаков, которые переносятся ветрами в более холодные районы Земли и выливаются дождем.

Наблюдения за изменением полярности АЭП, проведенные на Камчатке в районе термальных полей вулкана Мутновский, подтверждают эту идею. Нами было показано, что если из термальной скважины выбрасывается пар с большим содержанием конденсированной воды, то величина АЭП уменьшается и может изменить свою полярность. Если из скважины выбрасывается сухой водяной пар, то величина АЭП значительно возрастает [9].

Электрическая энергия атмосферы

Сравним электрическую энергию, запасенную в конденсаторе «Земля-ионосфера» с энергией атмосферы. Электрическая энергия $WC \approx Q$.

- Энергия атмосферного электрического поля $W_1 = 3 \cdot 10^4$ Дж, энергия слоя ионов $W_2 = 5 \cdot 10^7$ Дж, заряда дождя $W_3 = 2 \cdot 10^9$ джоулей. Энергия конденсатора $W_4 = 5 \cdot 10^2$ джоулей.

Полученные значения величин сравним с энергией атмосферы. Согласно [10], внутренняя энергия всей атмосферы оценивается цифрой 8,6 $\cdot 10^{23}$ Дж, потенциальная = 3,6 $\cdot 10^{23}$ Дж, а кинетическая - на два порядка меньше: 10^{21} Дж, то есть составляет менее 1% потенциальной энергии. Видно, что электрическая энергия атмосферы ничтожна по сравнению с энергией кинетической.

Приведенные выше оценки показывают, что на Земле должно наблюдаться изменение токов Ш-Б в зависимости от вариаций климата при соблюдении общего условия равенства текущих токов вверх и вниз. Токи должны изменяться и при смене сезонов зима-лето и при изменении температуры. Вероятно, изучая изменения данных обсерваторий за последние половину века, можно будет обнаружить тенденцию изменения токов Ш-Б, вызванных современным трендом глобального потепления.

Климат и токи Ш-Б

Эту идею проверили авторы [11], которыми было обнаружено явление не потенциальности геомагнитного поля в Европе. Авторы показали, что в переменном геомагнитном поле можно выделить ротор индукции. Отрицательный знак ротора индукции соответствует отрицательному току, причем этот ток направлен от атмосферы к поверхности Земли. Положительный знак ротора индукции соответствует положительному току. Плотность тока может достигать (1 мкА/м2. Предварительные результаты, полученные авторами [11], показывают, что в северных и южных регионах Европы – текут отрицательные токи (направленные к поверхности Земли). В центральной части Европы текут, положительные (направленные в атмосферу) токи (рис. 3, слева).



Рис. 3. Токи Шмидта-Бауэра (слева). Климат Европы (справа)

Climate Ust'Shchugo Semiarid (-55°C) Mediterranean Humid subtropical Marine Humid continental Subarctic Tundra Ice cap Highland ARMENL SPAIN Seville lighest recorded Napl GIBRALTAR erature, 122°F (50°C), 1881 MALT/ © Geo

Обратимся к схематической картине климата Европы (рис. 3, справа).

Рис. 4. Климат Европы

На рис. 4 можно видеть, что в северных (Tundra) и южных (Semiarid) регионах нет необходимых условий (наличие лесных массивов) для возникновения восходящих влажных потоков, переносящих отрицательно заряженные водные аэрозоли в атмосферу. В этих регионах, скорее всего, происходит выпадение осадков и перенос отрицательного электричества дождя к Земле. Наибольшие потоки вверх возникают в лесных областях, где происходит самое интенсивное испарение. При испарении происходит ионизация и образование отрицательно заряженных аэрозолей, т.к. свойство воды состоит в том, что она сохраняет именно отрицательный заряд. Положительные ионы, преимущественно гидроксония поднимаются вверх восходящим

потоком и, в конечном счете, скапливаются на высоте около 80 км. В токах Ш-Б они участия не принимают.

Полученный авторами [11] результат не противоречит нашей модели токов ШБ. Однако его трудно сопоставить с известной картиной токов Ш-Б, изображенной на рис. 1. Эта картина была получена около 100 лет тому назад и более не уточнялась.

Идеи, изложенные в нашей статье, требуют проверки реальности наличия не потенциальности геомагнитного поля и существования токов Ш-Б. Все основания для проведения такой проверки (банк данных геомагнитных обсерваторий) - имеются.

Имеет смысл также повторить исследования суточных S_q -вариаций, проведенных Н.П. Беньковой [2]. Такая работа была выполнена В.В. Плоткиным [?]. В этой работе проводилась пространственная интерполяция комплексных амплитуд временных гармоник рядов наблюдений компонент полей, полученных на пунктах и представленных по мировому времени. Использовались комплексные среднегодовые амплитуды временных гармоник суточного периода Sq-вариаций, полученные по данным 132 станций мировой сети за 1958 год.

Автору удалось показать, что в Sq-вариациях кроме потенциальной части поля, присутствует и не потенциальная часть, соизмеримая по величине с потенциальной и составляющей порядка 10 нТл. Если учесть атмосферный ток, то его вихревая часть его магнитного поля должна составлять величину 0.01 нТл. Автор относит не потенциальную часть за счет локальных помех случайного происхождения на станциях. Если же допустить, что обнаруженная Плоткиным [2005] не потенциальная часть геомагнитного поля обязана какому-то другому вертикальному току, то плотность его может быть порядка 10-9 А/м2. Вполне возможно, что этот ток и есть ток Ш-Б, или ток дождя, по нашей модели.

Согласно предлагаемой модели, токи Ш-Б имеют климатические корни. Этот подход не так хорошо как хотелось бы согласовывается с результатами, изображенными на рис. 1. Подтверждение результатов Шмидта и Бауэра на основе современных данных должно показать правомерность или ошибочность нашей модели. Во втором случае видимо придется искать другие пути разрешения проблемы не дипольности геомагнитного поля.

Для реализации масштабных наблюдений токов Ш-Б, возможно, стоит рассмотреть вопрос о создании простых устройств регистрации токов дождя и токов восходящих потоков и оснащении ими различных станций и обсерваторий.

Библиографический список

- 1. Швейдлер Э. Сохранение электрического заряда Земли. М, Л.: ОТЛ. 1936. 75 с.
- 2. Бенькова Н.П. Спокойные солнечно-суточные вариации земного магнетизма. Л.-М.: Гидрометео-издат, 1941.
- Fukushima N. Memorandum on Non-Curl-Free Geomagnetic Field // IL Nuovo Cimento, 1989 V.12 C, N. 5. P. 541-546.
- 4. Паркинсон У. Введение в геомагнетизм. М.: Мир, 1986. 525 с.
- 5. Канониди К.Х., Лидванский А.С., Собисевич Л.Е., Хаердинов Н.С. Пульсации геомагнитного поля связанные с вариациями интенсивности космических лучей во время гроз. 31-я ВККЛ. Москва, МГУ. 2010.
- Stolzenburg M., Rust W.D., Marshall T.C. Electrical structure in thunderstorm convective regions 3. Synthesis // Journal Geoph. Res., 1998, V.103, Issue: D12, P. 14097-14108.

- 7. Кузнецов В.В., Чернева Н.В., Дружин Г.И. О влиянии циклонов на атмосферное электрическое поле Камчатки // ДАН. 2007. Т. 412. №1. С. 147-150.
- 8. Ferguson E.E., Fehsenfeld F.C. Water vapor ion cluster concentrations in the D-region // J. Geophys. Res. 1969. V. 74. N. 24. P. 5743-5751.
- 9. Кузнецов В.В., Чернева Н.В., Бабаханов И.Ю. Эксперименты по активному воздействию струи водяного пара на атмосферное электрическое поле // ФАО. 2008. Т. 45. №. 6. Р. 803-808.
- 10. Борисенков Е.П. Состояние и современные проблемы энергетики атмосферных процессов // Проблемы современной гидрометеорологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1977. С. 123–144.
- 11. Бакиятов А.П., Бетёв А.А., Гвоздарев А.Ю. Исследование вихревой составляющей геомагнитного поля // Физика окружающей среды. 2010. С. 18-21.
- 12. Плоткин В.В. Метод согласования компонент для исследования латеральных неоднородностей по данным глобального MB3 и MT3 // Геология и Геофизика. 2005. Т. 46. №5. С.568-578.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 14.03.2015

УДК 550.34

ГОРНЫЙ УДАР – ПРИЧИНА ВЫБРОСА МЕТАНА В УГОЛЬНОЙ ШАХТЕ?

В.В.Кузнецов

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, п. Паратунка, ул. Мирная, 7 E-mail: vvkuz38@mail.ru

Предложена модель, в которой горный удар (техногенное землетрясение) – представлен как выход ударной волны на внутреннюю стенку шахты. При этом возникает волна разгрузки, растяжения, двигающаяся в обратном (вглубь стенки) направлении. Ударная волна сопровождается движением среды в направлении распространения ударной волны со скоростью значительно меньшей, чем у волны. Совокупность явлений, происходящих на внутренней поверхности шахты, приводит к выбросу угольной пыли и растворенного в угле метана, что является причиной взрыва.

Ключевые слова: горный удар, выход ударной волны на поверхность, волна разрежения, выброс угольной пыли и метана, электрический разряд и взрыв

© Кузнецов В.В., 2015

MSC 86A25

ROCK BURSTS – THE CAUSE OF METHANE EMISSIONS IN THE COAL MINE?

V.V. Kuznetsov

Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

E-mail: vvkuz38@mail.ru

The model, which hit a mountain (technogenic earthquakes) - is presented as a way out of the shock wave at the inner wall of the shaft. This raises the unloading wave, stretching, moving backward (deep wall) direction. Shock wave accompanied by the movement of the medium in the propagation direction of the shock waves at a speed considerably less than that of the wave. The totality of phenomena occurring on the inner surface of the mine, leads to the release of coal dust and methane dissolved in the coal, which is the cause of the explosion.

Key words: mountain pass, the shock wave to the surface, expansion wave, the emission of methane and coal dust, electric shock and explosion

© Kuznetsov V.V., 2015

Введение

Горный удар рассматривается как техногенное землетрясение, в рамках разрабатываемой автором ударно-волновой модели землетрясения. Обсуждаются возможные последствия горного удара, такие как быстрый выброс метана и угольной пыли с последующими взрывами компонент. Эти явления происходят в результате выхода ударной волны на поверхность угольного пласта. Ударная волна образуется в горной породе как реакция среды на нарушение литостатического равновесия за счет разрушения её целостности при проходке шахты, т.е. за счет возникновения горного давления.

На одной из крупнейших в мире угольной шахте «Распадская» на юге Кузбасса произошли взрывы в ночь на 9 мая 2010 года с интервалом в четыре часа, причем, второй взрыв был значительно сильнее первого и произошел в тот момент, когда в шахту уже спустились горноспасатели. Погибли люди. Причиной взрывов принято считать выбросы метана, угольной пыли и неосторожное обращение с огнем. Может ли горный удар (техногенное землетрясение) быть причиной этой трагедии? Для того чтобы ответить на этот вопрос, приведем некоторую информацию о горном ударе.

На североуральском месторождении бокситов ежегодно регистрируется около 3 тысяч горных ударов (ГУ). На СУБРе действует служба мониторинга и предупреждения ГУ – локальных подземных землетрясений со смещением горных пород. Мощный ГУ произошедший на этой шахте 13 февраля 2010 был воспринят сейсмологами как землетрясение (http://echo.msk.ru/news/656402-echo.phtml). Геофизическая служба РАН присвоила этому техногенному происшествию магнитуду 4,7. Геологическая служба США - 4,6. Возникает вопрос, может ли магнитуда (M) горного удара быть больше, например, 6 или 7 и, если нет, - то какая магнитуда ГУ может иметь максимальное значение?

Модель

Очаги землетрясений, ранжированные по магнитуде M, распределены упорядоченно не только по времени (закон Гуттенберга и Рихтера), но и в пространстве [1]. Как оказалось, среднестатистические расстояния d_M (км) между эпицентрами ближайших пар сейсмических очагов размерами $L_M(км)$ и магнитуды M описываются соотношениями:

$$d_M = 10^{0.6M - 1.94}; L_M = 10^{0.6M - 2.5}.$$

Величина d_M фактически характеризует средний размер геоблоков, способных генерировать землетрясения магнитудой. Коэффициент 0.6 при свидетельствует об изменении размеров очагов L_M и соответствующих межэпицентральных расстояний d_M в 2 раза при каждом последовательном шаге в 0.5 единицы магнитуды. Величина d_M/L_M равна 3.63 и не зависит от магнитуды землетрясения. К примеру, для магнитуды = 3, $d_M \approx 700$ м, а $L_M \approx 200$ (см. рис. 1).

Многочисленные наблюдения сейсмологов позволили выявить связь между магнитудой землетрясений и длиной разлома (тонкие линии на рис. 1). Для ГУ – длина разлома связана с размером шахты (геоблоком). Согласно [1], магнитуда M = 4.7соответствует $L \approx 2.5$ км, а $d_M \approx 8$ км. Линейный размер очага техногенного землетрясения вполне мог достигать такой величины. Оценим максимально возможные величины L и d_M учитывая известные размеры этой шахты. Размеры шахтного по-



Рис. 1. Магнитуда землетрясения *M* − размер геоблока *d_M*, длина разлома *L_M* [1]. Тонкие линии − данные по длине разломов различных авторов. На врезке: зависимость *M* − −*δ*. Точки показывают параметры землетрясений на Суматре (i), Алтае (ii) и в Калифорнии (iii).

ля шахты Распадская: по простиранию - 12,7 км, по падению - 4,3 км, площадь - 54,5 кв.км. (http://premier.gov.ru/visits/ru/11167/info/11170/). Естественно считать максимальный размер шахты – размером геоблока. Согласно рис. 1, при размере геоблока $d_M \approx 13$ км, максимальная магнитуда землетрясения может достигать = 5, длина разлома при этом: $L_M = 3.8$ км. Это очень сильное землетрясение, напомним, что это максимально возможное его значение для шахты размером с Распадскую. Например, для землетрясения магнитудой = 6, $L \approx 15$ км, а $d_M \approx 50 - 60$ км, что явно больше размеров среды, охваченной одной шахтой. В этом случае мы имеем дело уже с тектоническим землетрясением. Ещё один пример. Размер очага одного из самых сильных землетрясений, произошедших 26 декабря 2004 г. вблизи о. Суматра магнитудой M = 9, $L \approx 1000$ км.

Человечество более сотни лет пытается ответить на вопрос, что же такое землетрясение? Простого ответа на этот вопрос, как известно, - нет. По версии экспертов и читателей популярного журнала LiveScience, одна из десяти тайн Вселенной сформулирована так: «Что происходит в сердце землетрясения?». Этот вопрос не случаен, - ответа на него современная сейсмология не имеет, тем не менее, попытаемся ответить, понимая, конечно, что точного ответа пока никто не знает, а любая попытка сделать это - может быть только некоторым к нему приближением.

Автором предложена принципиально новая физика землетрясения, - т.н. ударноволновая (УВ) модель [2], [3]. Явление землетрясения, согласно этой модели, - можно представить в виде трех последовательных стадий одного процесса: 1 – зарожде-

ние УВ в недрах Земли; 2 – транспортировка УВ от гипоцентра к поверхности Земли и 3 – выход УВ на поверхность Земли. При выходе УВ на поверхность образуется волна разгрузки (разрежения), которая, взаимодействуя с начальной УВ, приводит к генерации так называемых «сильных движений» (strong motion) на поверхности Земли, таких как: разрывы и отколы грунта, его разуплотнение, подъем и опускание уровня воды, колебания почвы подобные колебаниям жидкости, возникновение грифонов и т.п. Все эти процессы свойственны явлениям, возникающим при выходе УВ на поверхность твёрдого тела [4]. Особенностью УВ является то, что в отличие от акустических волн, за фронтом УВ происходит перенос вещества со скоростью, значительно меньшей, чем скорость УВ. Перенос вещества, хорошо изученный факт, получивший в сейсмологии название slip (скольжение, сдвиг, сброс), обычно интерпретируемый как фрикционное скольжение материала вдоль образовавшейся трещины, является следствием распространения УВ по твердому телу. В общепринятой в современной сейсмологии модели это явление получило название «выход на поверхность очага землетрясения». В принципе, такая трактовка применима и в нашей модели, только вместо выхода трещины (что само по себе не реально) понимаются процессы, сопровождающие выход на поверхность УВ.

Рассмотрим модель, в которой принимает участие не очень сильная ударная волна, такая, например, не может расплавить вещество среды, по которой распространяется и, тем более, его испарить [4]. Конечное состояние вещества после разгрузки предполагается твердым. При этом конечный объем разгруженного вещества V_x мало отличается от нормального объема твердого тела V_o . В то же время будем считать ударную волну и не слишком слабой, так, чтобы можно было пренебречь эффектами, связанными с прочностью твердого тела. Давление в теле, сжатом ударной волной, предполагаем изотропным, как в газе или жидкости. Это справедливо, когда давление велико по сравнению с пределом прочности, критическим напряжением сдвига и т. д. Скорость звука при этом определяется сжимаемостью вещества, модулем всестороннего сжатия, точно так же как в газе и жидкости.

Пусть по твердому телу распространяется плоская ударная волна постоянной амплитуды (давление, массовая скорость *u*, объем *V*, который лишь немного меньше нормального объема V_o). В определенный момент времени волна выходит на свободную поверхность, которую считаем параллельной поверхности фронта ударной волны. Не слишком сильная ударная волна, в которой сжатие мало, $V_o - V \ll V_o$, не отличается от акустической волны сжатия и описывается формулами акустики. Она распространяется по телу со скоростью звука с_o. Давление в ней связано с массовой скоростью соотношением $= \rho_o c_o u (\rho_o = 1/V_o)$. Начиная с момента t = 0 выхода ударной волны на свободную поверхность, по телу назад распространяется волна разгрузки, которая также является акустической. Она бежит по веществу со скоростью звука (мало отличающейся от скорости звука в нормальных условиях с_о. Давление в волне падает от начального *р* до нуля, а вещество приобретает скорость u', связанную с изменением давления $\Delta = -$ акустической формулой $u' = -\frac{\Delta p}{\rho_0 c_0} = \frac{p}{\rho_0 c_0}$ (рис. 2); плотность уменьшается немного: конечная плотность р мало отличается от нормальной плотности твердого тела: $(V_1 - V_o \ll V_o)$. Из сопоставления формул $= \rho_0 c_0 u$ и $u' = /\rho_0 c_0$ видно, что дополнительная скорость, приобретаемая веществом при разгрузке u', равна массовой скорости в ударной волне u, т. е. при выходе не слишком сильной ударной волны на свободную поверхность скорость вещества удваивается: $u_1 = u + u' \approx u$. Посмотрим, к каким эффектам может привести выход УВ на внутреннюю поверхность в шахте.



Рис. 2. Профили плотности, давления и скорости при выходе не сильной ударной волны на свободную поверхность. а) до момента выхода t < 0; б) после момента выхода t > 0 [4]. Выделенный серым цветом участок показывает, что на поверхности, после прохождения УВ, произошло разуплотнение среды, и сформировался слой толщиной δ с плотностью ρ₁ < ρ_o.

Известно, что в шахтах на глубине 300-600 м иногда наблюдаются так называемые динамические проявления горного давления в виде «стреляния» пород, толчков и горных ударов. «Стреляние» проявляется в отскакивании от напряженного массива отдельных кусков породы, сопровождающемся резким звуком. Толчок или горный удар внутреннего действия - это разрушение пород в глубине массива без выброса их в выработку. Внешние его проявления - резкий звук, сотрясение массива, осыпание породы с поверхности выработки, а при сильных толчках - воздушная волна. Как следует из сказанного выше, эти явления сопровождают выход ударной волны на «свободную» поверхность.

Приведем в качестве примера эффекты «стреляния» осколками внутренней стенки брони танка, образующимися после удара по внешней стороне брони подкалиберного снаряда. Эти эффекты хорошо известны и изучены: выброс осколков брони и поражение экипажа танка происходит при выходе ударной воны, образовавшейся после попадания в броню танка снаряда - на её внутреннюю поверхность. Подобные эффекты фиксируются и в момент землетрясений. «Стреляние» обычно происходит на скальном грунте. Если на поверхности земли осадочные водонасыщенные породы, то возникают грифоны – фонтаны воды, как это, например, происходило в момент Чуйского землетрясения на Алтае 2004 [3].

Оценим величину разуплотнения вещества – δ , образующегося после выхода УВ, из следующих соображений. По всей вероятности, она должна быть пропорциональна магнитуде землетрясения, предположим, что $\sim lg\delta$. Из наблюдений, выполненных на Чуйском землетрясении 2003, =7.5, δ = 100 см, на Нортриджском землетрясении (Калифорния) 1994: = 6.7, δ = 50 см [2]. Для сравнения: при землетрясении на Суматре (2004) = 9 разуплотнение достигало 20 м. Построим зависимость $\sim lg\delta$, для трех известных землетрясений (врезка на рис. 1), продолжая её в область меньших магнитуд, получим весьма приближенную оценку размера разуплотнения в шахте при ГУ с = 5: $\delta \approx 3$ см. Для оценки эффекта предположим, что плотность среды

после прохождения ГУ ρ составляет примерно 0.9 от ρ , (ρ примем равной 2 г/см³), тогда ($\Delta \rho = 0.2$ г/см³. Рассчитаем количество вещества, выделившегося с поверхности шахты в 1 см², или из объема, равного 1 см² × $\delta = 3$ см³. Это примерно 0.6 – 0.8 г. Состав выброшенного вещества: метан + угольная пыль. Соотношение между этими компонентами известно: на тонну угля приходится 30 м³ метана. Угля (угольной пыли) в нашем случае ≈ 1 г, метана ≈ 30 см³. Взрывоопасная концентрация метана, как известно, 5%, это означает, что в объеме воздуха = 600 см³, может возникнуть взрыв. Так как мы соотносили наши оценки к площади поверхности каменного угля 1 см², то опасная концентрация метана может возникнуть на расстоянии до 6 м от поверхности, на которую выходит ударная волна, без учета скорости диффузии метана в воздухе шахты.

Существенное влияние на взрыв угольной пыли оказывает присутствие метана. В отсутствие метана угольная пыль взрывается при содержании ее в воздухе не менее 30-40 г/м³, а при наличии CH₄ 2 % опасная концентрация пыли понижается до 10 г/м³ и при наличии метана 3 % эта концентрация еще понижается до 5 г/м³. Для предупреждения взрыва достаточно снизить концентрацию пыли до 5 г/м³, а с учетом запаса - до 1 г/м³. Т.о. можно считать, что опасная концентрация пыли будет составлять 10 г в 10⁶ см³, или для площади в 1 см², объем 1 г пыли должен содержаться в объеме 10⁵ см³.

Не зная характера и скоростей перемешивания пыли в шахте, оценить время возникновения опасной для взрыва концентрации не представляется возможным. Тем не менее, оценить диапазон скоростей движения сплошной среды в момент выхода УВ на поверхность, - возможно. Опять воспользуемся данными по скорости движения среды в момент Нортриджского землетрясения 1994 г [2]. Уникальность этого землетрясения состоит в том, что основной удар его пришелся в район специализированного полигона, созданного для контроля т.н. «сильных движений». В эпицентре этого землетрясения измеренная скорость движения среды достигала ≈ 100 см/с. Магнитуда его больше, чем принятая нами для оценок = 5 на две единицы, следовательно, и скорость и' должна быть примерно в 100 раз меньше, и её можно считать равной 1 см/с. За время между двумя взрывами, равное примерно 10⁴с, частицы пройдут расстояние $l \approx 100$ метрам. Линейный размер (расстояние до стенки) объем взрыва будет не меньше 100 метров. Нам остается найти источник инициирования взрыва ...

Из физики твердого тела известно, что при разрушении (измельчении) вещества, имеющего кристаллическую структуру и невысокую электропроводность, вновь образованные частицы приобретают электрические заряды обеих полярностей. Суммарный заряд частиц равен нулю, так как исходный материал электрически нейтрален. Весь уголь, поступивший в барабан мельницы после измельчения, разделяется на две равные части по массе, с одинаковыми электрическими зарядами по величине, но противоположными по знаку электричества. При отсутствии трибоэлектрических зарядов, заряды частиц, полученные в результате измельчения, никак себя не проявляют, результирующее электрическое поле любой совокупности частиц отсутствует. Если же знак заряда будет зависеть от размера частицы, а именно так и происходит с частицами пепла при извержении вулкана, то возможно разделение зарядов в движущемся потоке угольной пыли. Например, в облаке пепла выброшенного из вулкана, малые частицы пепла приобрели отрицательный заряд, а более тяжелые – положительный [5]. Очевидно, что тяжелые - обладают большим моментом и за «отведенное время» уходят дальше отрицательных. Возникшее электрическое напряжение, как следует из [5], достигает пробоя. Образование электрических разрядов в пепле вулкана [6], поднятой пыли во время мощных взрывов и при производстве муки - хорошо известно. Такая ситуация возможна и при выбросе смеси угольной пыли с метаном или чистого метана во время горного удара. Возникшая искра приводит к взрыву такой смеси. В модели мы рассмотрели два, следующих один за другим взрыва: сначала взрывается метан, а затем, после того, как пыль займет достаточно большой объем пространства шахты – произойдет взрыв угольной пыли. Возможен и другой вариант: первый взрыв – форшок, второй – основной удар. В принципе, это дело особенно не меняет.

Ударно-волновая модель землетрясения базируется на новых подходах в объяснении известных экспериментальных результатов, полученных при исследовании образцов горных пород при сжатии их на мощных прессах. Авторами ряда работ неоднократно наблюдалось явление самопроизвольного усиления интенсивности акустической эмиссии (АЭ), которое затем, так же самопроизвольно, - прекращалось (рис. 3*a*) [7].



Рис. 3. *а*) Скорость образования трещин в диабазе при действии на образец постоянного одноосного сжимающего напряжения [7]; *б*) Геоакустические сигналы, зарегистрированные перед землетрясением 18.12.2002 (К = 12.1) на Камчатке (ИКИР). Время события отмечено стрелкой [8]

Автором [9] была сделана попытка найти объяснение этому явлению с точки зрения самоорганизации когерентной структуры на основе взаимодействия звуковых волн с раскрывающимися трещинами. Высказано предположение, что эффект усиления АЭ имеет некоторую общность с оптическим сверхизлучением [10]. Любопытный факт, досконально исследованный в некоторых работах в Японии и Китае, состоит в том, что эффекты акустического сверхизлучения происходят далеко не во всех типах горных пород [2]. Так, например, изучение режимов АЭ гранитов (гранодиоритов) двух различных типов: Oshima (fine-grained) и Inada (coarse-grained) показало, что образцы внешне практически не отличаются один от другого, при нагружении их на прессах, - ведут себя по-разному [11]. На серии образцов гранита из месторождения Oshima эффект резкого усиления интенсивности АЭ, названной нами акустическим сверхизлучением, постоянно присутствует, а на серии образцов гранитов другого типа Inada – эффекта нет. Этот результат, неоднократно подтвержденный экспериментально, дает основание полагать, что и в земных недрах должны встречаться геологические тела, реология которых такова, что в них могут развиваться процессы самоорганизации и генерироваться, в конечном счете, землетрясение, а в других телах, на первый взгляд идентичных первым, таких явлений возникнуть не может.

Результаты многочисленных лабораторных экспериментов и натурных наблюдений (рис. 3*a*) показывают, что на фоне постоянного акустического сигнала($I = dN/dt \sim N$), излучаемого нагруженным образцом горной породы, возникает взрывоподобное нарастание (типа цепной реакции) количества раскрывающихся трещин N(акустических импульсов) в единицу времени $t: dN/dt \sim N^2$ [7]. Ясного понимания физики этого явления пока - нет.

Предположим, что в объеме среды находящейся под внешним давлением - возникает некоторое количество источников акустических импульсов. Это могут быть раскрывающиеся трещины, образующиеся дислокации, образование и разрушение водородных связей среды и пр. Каждая такая дислокация в определенных условиях излучает акустический импульс. Сумма таких импульсов составляет акустический фон *N*. Представим себе ситуацию, в которой такая дислокация связана не очень пока ясной связью с другими дислокациями таким образом, что она (эта дислокация) стимулирует излучение акустического импульса другими. Например, акустические волны, возникающие при разрушении N дислокаций, могут способствовать разрушению других, связанных (сцепленных, запутанных) с ними (N – 1) дислокаций. В результате акустический фон возрастает с *N* импульсов в единицу времени до $N + N(N - 1) = N^2$. Подобные процессы в физике принято называть кооперативными, Принципиальным моментом в этой модели остается пока не ясной физика такой связи. Действительно, когда пытаешься объяснить акустическое сверхизлучение небольшого образца горной породы, то механизм, в котором раскрывающаяся трещина генерирует акустический импульс, который не очень ясным способом приводит к раскрытию других подготовленных микротрещин и все повторяется снова и снова, - представляется логичным. Здесь нет ограничения, вызванного конечной скоростью звука в образце. Но такой механизм не применим, если речь идет об очень больших расстояниях, соизмеримых с размером очага землетрясения.

В качестве примера, приведем запись акустических сигналов, полученных на Камчатке и имеющих непосредственную связь с готовящимся землетрясением. Высокочастотные акустические сигналы генерируются в непосредственной близости (не более одного - двух км) от приемника. Землетрясение происходит на глубине около 30 км и на расстоянии от приемника порядка 100 км. Тем не менее, приемник какимто образом «чувствует» землетрясение: Незадолго до него акустический фон резко возрастает и так же резко прекращается. После чего следует временной интервал, называемый сейсмологами «сейсмическим затишьем» (рис. 36) [8].

Возможно ли возникновение УВ в пласте угля? По-видимому – да, т.к. наблюдения за поведением куска антрацита при сдавливании его на прессе показывает точно такую же картину акустического сверхизлучения (рис. 4) [12], как в диабазе на рис. За.

Данные, показывающие очевидную связь между землетрясением и выбросом метана в принципе - известны, см. например, [13]. Однако сказать о том, что каждый взрыв на шахте обязан землетрясению (горному удару), - достаточных оснований пока нет. Дело в том, что в случае взрывов на шахте Распадская геофизическая служба СО РАН, обладающая разветвленной сетью сейсмостанций в районе взрывов, оценить магнитуды ни первого, ни второго взрывов, ввиду очень нечетких записей сейсмограмм, - не смогла.



Рис. 4. Изменение во времени активности АЭ N при одноосном деформировании угля во втором цикле (II) после трехосного осесимметричного сжатия в первом цикле (I) [12]

Заключение

Можно ли прогнозировать горный удар? Этот вопрос можно перефразировать так: можно ли прогнозировать землетрясение, его местоположение, время и силу? Пока на эти вопросы можно ответить только отрицательно. Имеются ли предпосылки к его решению? Похоже, что это так. Если сейсмически опасная область ведет себя так, как это показано на рис. 26, т.е. после активизации акустической эмиссии наступает период сейсмического молчания (затишья), то в конце его следует удар. Если удастся понять физику этого явления, а предпосылки к этому, вроде, - имеются, то краткосрочный прогноз горного удара в шахте – возможен. Если удастся выяснить, связана ли длительность периода акустического молчания с магнитудой землетрясения, то тогда откроется возможность прогнозировать и силу горного удара. Конечно, шумная шахта, - не лучшее место для размещения акустических датчиков. Возможным решением этой проблемы может быть существенное различие в диапазонах частот источников: природных и техногенных.

Благодарю чл.-корр. РАН Г.И. Грицко за обсуждение этой работы и рекомендации, а также проф. Г.И. Кулакова за высказанные замечания.

Библиографический список

- 1. Уломов В.И. Сейсмогеодинамика и сейсмическое районирование северной Евразии // Вестник ОГГГГН РАН. 1999. №. 1(7).
- 2. Кузнецов В.В. Введение в физику горячей Земли. Петропавловск-Камчатский: КГУ. 2008. 367 с.
- 3. Кузнецов В.В. Ударно-волновая модель землетрясения (I). Сильные движения землетрясения как выход ударной волны на поверхность // Физическая мезомеханика. 2009. Т. 12. № 6. С. 87-96.

- 4. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 688 с.
- 5. Miura T., Koyaguchi T., Tanaka Y. Measurements of electric charge distribution in volcanic plumes at Sakurajima Volkano, Japan // Bull. Volkanol. 2002. V. 64. P. 75-93.
- 6. Адамчук Ю.В., Титов В.В. Электрические процессы и образование молний в вулканическом аэрозоле // препринт ИАЭ 4016/1, 1984.
- Журков С.Н., Куксенко В. С., Петров В.А. и др. Концентрационный критерий объемного разрушения твердых тел // Физические процессы в очагах землетрясений: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1980.
- 8. Купцов А.В. Особенности высокочастотной геоакустической эмиссии на заключительной стадии подготовки землетрясения: афтореф. дис. канд. физ.-мат. наук. Камчатский край, с Паратунка. 2006. 23 с.
- 9. Кузнецов В.В. Модель самоорганизации ансамбля излучающих звук трещин // ПМТФ. 2001. Т. 42. №4. С. 184-189.
- 10. Dicke R.H. Coherence in spontaneous radiation processes // Phys. Rev. 1954. vol. 93. №1. P. 99-110.
- 11. Kusunose K, Lei X., Nishizawa O., Satoh T. Effect of grain size on fractal structure of acoustic emission hypocenter distribution in granitic rock // PEPI 1991. V. 67. №. 1-2. P. 194-199.
- 12. Кучурин С.В. Обоснование и разработка способов геоконтроля на основе закономерностей акустической эмиссии в образцах угля при механическом и термическом нагружении: афтореф. канд. техн. наук. Москва. 2008. 20 с.
- 13. Li T., Cai M.F., Cai M. Earthquake-induced unusual gas emission in coalmines. A km-scale in-situ experimental investigation at Laohutai mine // Inter. J. of Coal Geology. 2007. vol. 71. №2-3. P. 209–224.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 06.02.2015

УДК 550.343

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ АКУСТОЭМИССИОННЫЙ ЭФФЕКТ

Ю.В. Марапулец

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, п. Паратунка, ул. Мирная, 7

E-mail: marpl@ikir.ru

С 1999 г. на Камчатском полуострове проводится комплексный мониторинг акустической эмиссии в звуковом диапазоне частот. В ходе исследований установлено существование акустоэмиссионного эффекта в осадочных породах, заключающегося в росте интенсивности геоакустического излучения в частотном диапазоне от сотен герц до первых десятков килогерц при увеличении скорости деформации породных массивов. Эффект устойчиво наблюдается на нескольких пространственно разнесенных станциях и наиболее сильно проявляется на заключительной стадии подготовки землетрясений. Во время акустоэмиссионного эффекта возникает ярко выраженная анизотропия направленности геоакустического излучения, которая обусловлена ориентацией источников акустических колебаний в поле напряжений приповерхностных осадочных пород.

Ключевые слова: деформация, скорость деформации, высокочастотный акустоэмиссионный эффект

© Марапулец Ю.В., 2015

MSC 86A15

HIGH-FREQUENCY ACOUSTIC EMISSION EFFECT

Yu.V. Marapulets

Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

E-mail: marpl@ikir.ru

Complex monitoring of acoustic emission (AE) in the sound frequency range has been carried out in the Kamchatka peninsular since 1999. In the course of the investigation, the existence of acoustic emission effect in sedimentary rocks was detected. It consists in the increase of geoacoustic radiation intensity in the frequency range from hundreds of hertz to the first tens of kilohertz during the growth of rock mass deformation rate. This effect was stably observed at several spaced stations and appears the most vividly at the final stage of earthquake preparation. During the acoustic emission effect, clear anisotropy of geoacoustic radiation directivity occurs which is determined by the source orientation of acoustic oscillations in the stress field of near surface sedimentary rocks.

Key words: deformation rate, high-frequency acoustic emission effect

© Marapulets Yu. V., 2015

Введение

Акустическая эмиссия (АЭ) – излучение упругих волн, возникающее в процессе локальной динамической перестройки внутренней структуры твердых тел. Основными источниками АЭ являются процессы пластической деформации, связанные с появлением, движением и исчезновением дефектов кристаллической решетки, возникновением и развитием микро- и макротрещин, а также трение, в том числе «берегов» трещины друг о друга. Явление акустической эмиссии наблюдается в широком диапазоне масштабов и соответствующих им длинам волн излучаемых колебаний. Можно выделить три частотных диапазона эмиссии, исследование в которых отличаются как по задачам, так и по средствам наблюдений. Инфразвуковой диапазон частот (доли – единицы герц), называемый также сейсмическим, применяется для регистрации землетрясений и оценки их характеристик, мониторинга ядерных испытаний, в сейсморазведке. Ультразвуковой диапазон частот от 20-30 кГц до первых МГц используется в промышленности для раннего распознавания трещин, выявления скрытых дефектов в конструкциях различного типа, а также в геофизике при лабораторном деформировании образцов горных пород для изучения механизмов трещинообразования. Звуковой диапазон занимает промежуточное положение и играет важную роль во взаимодействии микро и макродислокаций, поэтому акустическая эмиссия на этих частотах представляет особый интерес при исследовании пластических процессов в природных средах. С ними связаны устойчивость ландшафтов, горных склонов, ледников, снежных покровов и крупных технических сооружений. Важную роль они играют и в формировании предвестников землетрясений различной природы. Однако особенности генерации и распространения сигналов звуковых частот в сложных естественных условиях до последнего времени сдерживали развитие акустических методов диагностирования.

Для регистрации сигналов акустической эмиссии в звуковом диапазоне частот (специалисты-геофизики часто используют термин сейсмоакустическая эмиссия) используются высокочастотные сейсмостанции с магнитоупругими [1] или пьезокерамическими [2] сейсмоакустическими приемниками (геофонами). Верхняя граница рабочего диапазона таких приборов обычно не превышает ста герц и только в некоторых образцах достигает 1 кГц. До последнего времени звуковой диапазон свыше 1 кГц считался малоэффективным по причине сильного затухания упругих колебаний на таких частотах в неоднородных по структуре породах [3]. Результаты исследований АЭ, проведенные в начале 21 века в сейсмоактивных регионах в нашей стране, на Сахалине [4] и Камчатке [5], а так же за рубежом в Италии [6], показали, что в звуковом диапазоне свыше 1 кГц регистрируются достаточно мощные геоакустические сигналы, в том числе связанные с подготовкой землетрясений. Этот диапазон целесообразно назвать высокочастотным относительно стандартного диапазона регистрации в сейсмоакустике. Поэтому далее при описании геосигналов, регистрируемых в диапазоне частот от сотен герц до первых десятков килогерц, будет использован термин высокочастотная акустическая эмиссия.

Метод регистрации акустической эмиссии в звуковом диапазоне частот

В исследованиях на Камчатке [5] было показано, что типичный сигнал акустической эмиссии складывается из последовательности релаксационных импульсов различной амплитуды и длительности, с ударным возбуждением и частотой заполнения от сотен герц до десятков килогерц [7]. Для исследования таких сигналов необходимо было разработать аппаратно-программный комплекс, позволяющий регистрировать и проводить анализ акустической эмиссии в широком диапазоне звуковых частот от единиц герц до первых десятков килогерц. При этом кроме непосредственно регистрации данных, необходимо было предусмотреть возможности по их хранению, анализу в разных частотных диапазонах, точной синхронизации времени, а также регистрации и учету метеорологических величин. В связи с перспективой размещения системы регистрации в удаленных труднодоступных районах, для уменьшения влияния техногенных помех, необходимо было реализовать удаленный контроль над оборудованием с организацией канала компьютерной радиосвязи через ретранслятор. На рис. 1 представлена структура аппаратно-программного комплекса по регистрации и анализу сигналов акустической эмиссии.



Рис. 1. Структура аппаратно-программного комплекса по регистрации и анализу сигналов акустической эмиссии в звуковом диапазоне частот

В связи с отсутствием геофонов, способных регистрировать геосигнал во всем диапазоне звуковых частот, с учетом результатов, полученных при регистрации сейсмоакустических сигналов гидроакустическими станциями, установленными на морском шельфе [4], в качестве датчиков акустической эмиссии были использованы пьезокерамические гидрофоны, установленные у дна природных и искусственных водоемов. Результаты экспериментальных исследований распространения сигналов в закрытых внутренних водоемах [5] и на морском шельфе [8] показывают, что на небольших расстояниях искажение формы импульсов при распространении в волноводе, состоящем из водного слоя и приповерхностного слоя грунта, не существенно. Таким образом, изучение геоакустических сигналов гидрофонами, установленными в воде у дна водоемов вполне допустимо. Следует отметить, что в жидкости отсутствуют поперечные колебания. Это можно использовать для селекции поляризации звуковых волн, распространяющихся в твердых средах.



Рис. 2. Схема наблюдения акустической эмиссии. Приведено вертикальное сечение через точку установки приемника. Штриховкой отмечена область, из которой может осуществляться прием сигнала

На рис. 2 показана примерная схема акустического эксперимента. Генерация эмиссии происходит в приповерхностных осадочных породах, а регистрация сигнала осуществляется в жидкой среде у дна водоема. На границе раздела двух сред возникает рефракция. Коэффициент преломления при переходе продольных колебаний из осадочных пород в воду составляет, примерно, 1.2 – 1.7. С учетом небольших расстояний распространения сигналов эффектами рефракции можно пренебречь.

В экспериментах для регистрации сигналов акустической эмиссии в звуковом диапазоне частот была использована система из четырех пьезокерамических гидрофонов, направленных по сторонам света, с диаграммой направленности 60°, разработанная в ИКИР ДВО РАН.

Задача определения направления прихода волны была решена с применением векторно-фазовых методов [9], [10]. Использован комбинированный приемник (КП), производства ЗАО «Геоакустика» при ФГУП ВНИИФТРИ, измеряющий акустическое давление и три взаимно ортогональных компоненты градиента давления. При обработке этих четырех сигналов находятся векторы колебательной скорости, смещения и плотности мощности акустического излучения. Для обнаружения, определения направления на источник излучения и анализа потока геоакустических импульсов разработан метод автоматизации [7]. В методе рассматривается форма огибающей сигнала, и определяется его вступление. По максимальным значениям огибающей находится амплитуда, далее выделяются импульсы и определяется их направленность. Из анализа исключаются сигналы с повышенными шумами, выявление которых осуществляется оценкой соотношения малой и большой полуосей описывающего эллипса.

При исследованиях направленности акустического излучения использовались понятия интегральной $\Omega(t)$ и дифференциальной $D(\alpha,t)$ акустической активности [7], [11]. Первая из этих величин представляет собой зависящую от времени частоту следования импульсов, а вторая – распределение частоты следования этих импульсов по направлениям $d\alpha$.

Разработан аппаратно-программный комплекс, который позволяет регистрировать и определять направление прихода оригинального сигнала в звуковом диапазоне частот, для хранения данных используется формат звуковых данных «Wave» [12]. Одновременно производится цифровая фильтрация в семи частотных поддиапазонах: менее 10, 30 – 60, 70 – 200, 200 – 600, 600 – 2000, 2000 – 6500, более 6500 Гц, с последующим детектированием и накоплением сигнала на интервале 4 секунды по каждому поддиапазону. Чтобы выявить причину возникновения аномалий в акустических сигналах анализируются их корреляции с измерениями деформаций и метеопараметров, а также с сейсмическими данными.

Системы регистрации акустической эмиссии были установлены в водоемах в трех пунктах комплексных геофизических наблюдений ИКИР ДВО РАН на Камчатке: базовой обсерватории «Паратунка» с 2008 г. и удаленных от нее на 20 км и 4 км, соответственно, станциях «Карымшина» с 1999 г. и «Микижа» с 2001 г [12].

Особенности проявления высокочастотного акустоэмиссионного эффекта

В ходе проведения исследования было установлено, что акустические сигналы деформационной природы можно разделить на импульсы в фоновый период и при увеличении скорости деформации пород. При этом активизация пластического процесса может быть связана с ослаблением пород в точке наблюдений или с возникновением удаленного источника напряжений [13]. В фоновый период наблюдаются незначительные по амплитуде акустические импульсы с частотой следования в пределах 0.1 – 0.5 импульсов в секунду.



Рис. 3. Примеры акустических сигналов в фоновый период (*a*) и при увеличении скорости деформации (*в*), их энергетические спектры (*б*, *г*) соответственно

Для примера на рис. За показан 10 минутный фрагмент записи такого сигнала. На рис. Зб показан пример его энергетического спектра, полученного путем усреднения 16 реализаций быстрого преобразования Фурье (БПФ), рассчитанного по 2048 отсчетам сигнала. Таким образом, при частоте дискретизации 44100 Гц для построения энергетического спектра использовалась реализация сигнала длительностью 0.74 секунды. Как видно из рис. Зб спектр сигнала сглажен и имеет плавный спад с ростом частоты, такие сигналы называются розовым или серым шумом. В спектре на рис. Зб есть локальный максимум в области 18 – 21 кГц, обусловленный резонансом приемника. На низких частотах присутствует подъем на частоте питающей сети 50 Гц.

Во время роста напряжений и скорости деформации пород наблюдается увеличение, как амплитуды импульсов, так и их количества в единицу времени. В качестве примера рассмотрим акустические сигналы, зарегистрированные 16 ноября 2007 года. На рис. Зв представлен 10 минутный фрагмент записи сигнала, а его энергетический спектр приведен на рис. Зг.

Сравнение спектра сигнала во время возмущений (рис. 3*г*) со спектром в спокойный период (рис. 3*б*) показывает, что наблюдается значительное повышение уровня сигнала в диапазоне 1 – 18 кГц. "Серый"или "розовый"шум фонового периода уступил место почти "белому"шуму деформационных возмущений. Сигналы (рис. 3*а*) наблюдались 16 ноября с 02:30 UT в течение 11.5 часов. Через 1.5 суток 17 ноября 2007 года в 17:16 UT на эпицентральном расстоянии 104 км произошло землетрясение с энергетическим классом K = 12.8. Координаты гипоцентра 52.8°N, 159.63°E, глубина 17 км (здесь и далее в тексте приведены оперативные данные по землетрясениям Камчатского филиала ГС РАН, для энергетической классификации землетрясений использовались классы K по шкале С.А.Федотова, связь K с магнитудой M_{LH} определяется формулой M_{LH} =(K-4.6)/1.5). Рассмотрено влияние метеоусловий и техногенных помех на формирование сигналов акустической эмиссии. Следует отметить, что учет дополнительных возмущений эмиссии под влиянием неблагоприятных погодных условий нетрудно осуществить по данным метеонаблюдений, а техногенные сигналы легко классифицируются [13].

Оценка направленности акустической эмиссии производилась в фоновые периоды в дни, когда отсутствовали ярко-выраженные продолжительные акустические аномалии и во время возмущений [11], [13].



Рис. 4. Диаграмма азимутального распределения акустической активности D(α,t) (штриховая линия) 14.12.2007 г. (а) и 14.05.2008 г. (б). Сплошная линия фоновая акустическая активность за ноябрь 2007 г. - февраль 2008 г. (а), май - июнь 2008 г. (б). Стрелками показаны направления из эпицентров землетрясений На рис. 4 приведены примеры диаграмм азимутального распределения акустической активности в периоды интенсивных возмущений, обусловленных деформационными изменениями в осадочных породах в пункте наблюдения на фоне их усредненных значений в спокойные дни. Обычно при отсутствии возмущений распределение акустической активности по пространству достаточно изотропно. В обоих случаях, представленных на рис. 4, регистрируется несколько повышенная активность с юго-востока и северо-запада (сплошная линия), при этом структура дополнительных лепестков во многом повторяется. Отличия в активности эмиссии имеют сезонный характер. По множеству нерегулярно расположенных лепестков диаграмм направленности эмиссии на рис. 4 можно судить о сложном характере напряжений, а по асимметрии расположения максимумов излучения можно сделать вывод о неоднородности свойств среды вокруг точки наблюдений.

На фоне плавных сезонных вариаций акустической эмиссии возникают кратковременные (в течение суток) интенсивные возмущения. На рис. 4 акустическая активность $D(\alpha, t)$ в эти периоды показана штриховой линией. Пример анизотропии направленности акустической эмиссии, зарегистрированной 14.12.2007 г. за сутки перед землетрясением с энергетическим классом K=11.6, произошедшим 15.12.2007 г. в 9:00 UT на эпицентральном расстоянии 175 км по азимуту 114°, координаты гипоцентра 52.34°N, 160.61°E, приведен на рис. 4a. Аномалия эмиссии длилась семь часов с 3 до 10 часов 14.12.2007 г. В данном случае наибольшая активность импульсов наблюдалась с направлений 10 - 20 градусов. Кроме этого, несколько меньшее повышение активности регистрировалось и с диапазона направлений 60 - 80 градусов. Сплошной линией для сравнения показана усредненная фоновая активность за период ноябрь 2007 г. – февраль 2008 г. На рис. 4б представлен пример анизотропии направленности акустической эмиссии, зарегистрированной 14.05.2008 г. за сутки перед землетрясением с K=11.1, произошедшим 15.05.2008 г. в 5:49 UT на эпицентральном расстоянии 127 км по азимуту 104°, координаты гипоцентра 52.7°N, 160.06°Е. Аномалия эмиссии продолжалась восемь часов с 0 до 8 часов 14.05.2008 г. Наибольшая активность импульсов наблюдалась в направлении 30°. Кроме этого несколько меньшее повышение активности регистрировалось и с диапазона направлений 330 - 340 градусов. Сплошной линией для сравнения показана усредненная фоновая активность за период май – июнь 2008 г.

Несмотря на то, что оба землетрясения произошли по азимуту 100 – 115 градусов относительно пункта наблюдения, перед событиями регистрировались аномальные повышения активности импульсов в направлениях, близких к 15 – 30 градусам, хотя в целом графики конечно несколько различаются. Следует отметить, что при этом ни одна из активных областей не соответствует направлению на эпицентр землетрясения.

Для подтверждения деформационной природы выявленных высокочастотных аномалий акустической эмиссии проведены одновременные наблюдения эмиссии и деформации пород. Для измерения относительной деформации использован разработанный в ТОИ ДВО РАН лазерный деформограф-интерферометр неравноплечего типа, который был установлен на расстоянии 50 м от акустической системы на обсадных трубах двух пятиметровых сухих скважин, разнесенных на 18 м. На одной из скважин размещен укрытый боксом интерференционный узел с частотностабилизированным гелий-неоновым лазером, а на другой – защищенный контейнером уголковый отражатель. Нестабильность частоты лазера за сутки была не хуже 2×10^{-9} , длина волны излучения – 0.63 мкм, частота измерений – 860 Гц. При четырнадцати разрядном АЦП чувствительность деформографа будет примерно 4×10^{-11} м, а точность измерения относительных деформаций при этом составляет около 2×10^{-12} . Разумеется, что при установке деформографа на поверхности земли, без специального укрытия такая точность измерений не может быть реализована. С учетом влияния вибраций и метеоусловий в точке наблюдений точность измерения относительных деформаций составляла примерно 10^{-8} . В сравнении с данными акустических наблюдений рассматривались относительные деформации пород ε и оценка скорости деформации $\dot{\varepsilon}$, вычисленная как первые разности измерений ε , усредненных на интервале 1 секунда [14].

Результаты совместных исследований акустической эмиссии и деформаций показали, что высокочастотные аномалии эмиссии наблюдаются как при растяжении (рис. 5*a*), так и при сжатии приповерхностных пород (рис. 5*б*) с относительной деформацией за сутки 10^{-7} , а в ряде случаев и 10^{-6} (рис. 5), при значительном увеличении скорости деформации. При сопоставлении графиков эмиссии и деформаций видно, что акустические возмущения возникают во время многочисленных подвижек приповерхностных пород различной амплитуды. Деформации отдельных подвижек невелики, даже при сравнительно большой амплитуде они составляют не больше 10^{-8} (рис. 5). Данные, приведенные на рис. 5 получены в сейсмически спокойные периоды, когда на расстояниях до 250 км не регистрировались землетрясения с энергетическим классом K > 10.



Рис. 5. Примеры аномалий акустической эмиссии и деформаций: при растяжении приповерхностных пород 14 октября 2009 г (*a*), при сжатии приповерхностных пород 18 октября 2009 г (*б*). *є* – относительная деформация пород, *є* – скорость деформации, *P*_S – акустическое давление, накопленное за 4 секунды в диапазоне частот 0.6 – 2.0 кГц

Наиболее ярко влияние деформаций на поведение акустической эмиссии проявляется на заключительной стадии подготовки землетрясений [14]. На рис. 6 приведен пример одновременной аномалии акустической эмиссии и деформаций пород, зарегистрированной 1 мая 2007 г. за 25 часов до землетрясения с энергетическим классом 12.1, произошедшим 2 мая 2007 г. в 12:00 UT на эпицентральном расстоянии 154 км. Координаты гипоцентра 52.44°N, 160.33°E, глубина 12 км. Из рисунка видно, что в период с 1 до 9 часов наблюдаются достаточно резкие сжатия пород с последующими сбросами длительностью 1 - 5 минут, которые сопровождаются увеличением

скорости деформации и одновременным повышением уровня эмиссии в килогерцовом диапазоне частот. Амплитуда сжатий достигала 0.025 мкм, а скорость деформации увеличилась до 10^{-9} с⁻¹.



Рис. 6. Пример аномалии акустической эмиссии и деформаций пород перед землетрясением, произошедшим 2 мая 2007 г. в 12:00 UT. *P*_S – акустическое давление, накопленное за 4 секунды в диапазоне частот 2.0 – 6.5 кГц, остальные усл. обозн. см. в подрис. подписи к рис. 5

Для оценки связи между акустической эмиссией и деформациями пород были рассчитаны взаимнокорреляционные функции (ВКФ) между рядами акустического давления P_S в диапазоне 2.5 – 6.5 кГц и относительной деформацией ε , а так же скоростью деформации $\dot{\varepsilon}$ в период от 0 до 12 часов 1 мая. Частота отчетов всех рядов была приведена к 0.25 Гц. В обоих случаях максимум ВКФ наблюдался на нулевом сдвиге и составлял –0.53 и 0.42 соответственно при уровне значимости менее 0.001 [14].

Заключение

Установлено существование акустоэмиссионного эффекта в осадочных породах, заключающегося в росте интенсивности геоакустического излучения в частотном диапазоне от сотен герц до первых десятков килогерц при увеличении скорости деформации породных массивов. Эффект устойчиво наблюдается на протяжении более чем десятилетнего натурного эксперимента на нескольких пространственно разнесенных станциях на Камчатке и наиболее сильно проявляется на заключительной стадии подготовки землетрясений. Во время акустоэмиссионного эффекта возникает ярко выраженная анизотропия направленности геоакустического излучения, которая обусловлена ориентацией источников акустических колебаний в поле напряжений приповерхностных осадочных пород.

Библиографический список

- 1. Беляков А.С., Николаев А.В. Сейсмоакустические приёмники с магнитоупругим преобразователем // Физика земли. 1993. №7. С. 74-80.
- 2. Рыкунов Л.Н., Хаврошин О.Б., Цыплаков В.В. Аппаратура и методы исследования слабых сейсмических эффектов. Деп. В ВИНИТИ, №2919-78. 1978.
- 3. Беляков А.С. Землетрясения и подземный звук // Земля и Вселенная. 1996. №2. С. 23-29.
- 4. Левин Б.В., Сасорова Е.В., Борисов С.А. и др. Оценка параметров слабых землетрясений и их сигналов // Вулканология и сейсмология. 2010. №3. С. 60-70.
- Купцов А.В., Марапулец Ю.В., Шевцов Б.М. Анализ изменений геоакустической эмиссии в процессе подготовки сильных землетрясений на Камчатке // Эл. журнал «Исследовано в России». 2004. Т. 7. С. 2809-2818. [Электронный ресурс]. URL: http://www.sci-journal.ru/articles/2004/262.pdf (дата обращения: 31.03.2015).
- 6. Paparo G., Gregori G.P., Coppa U., De Ritis R., Taloni A. Acoustic Emission (AE) as a diagnostic tool in geophysics // Annals of Geophysics. 2002. Vol.45. N. 2. P. 401-416.
- 7. Марапулец Ю.В., Щербина А.О. Методы исследования пространственной анизотропии геоакустической эмиссии // Эл. журнал «Техническая акустика». 2008. 14. 17 с. [Электронный ресурс]. URL: http://ejta.org/archive/articles2008/marapuletz1.zip (дата обращения: 31.03.2015).
- 8. Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н. Экспериментальные исследования распространения импульсных акустических сигналов в грунте // Акустический журнал. 2011. Т. 57. №1. С. 73-74.
- 9. Гордиенко В.А., Гордиенко Т.В., Купцов А.В., Ларионов И.А., Марапулец Ю.В., Рутенко А.Н., Шевцов Б.М. Геоакустическая локация областей подготовки землетрясений // Доклады АН. 2006. Т. 407. №5. С. 669-672.
- 10. Гордиенко В.А. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
- 11. Шевцов Б.М., Марапулец Ю.В., Щербина А.О. О направленности приповерхностной высокочастотной геоакустической эмиссии в периоды деформационных возмущений // Доклады АН. 2010. Т. 430. №1. С. 119-122.
- 12. Марапулец Ю.В., Шевцов Б.М., Ларионов И.А., Мищенко М.А., Щербина А.О., Солодчук А.А. Отклик геоакустической эмиссии на активизацию деформационных процессов при подготовке землетрясений // Тихоокеанская геология. 2012. Т. 31. №6. С. 59-67.
- 13. Марапулец Ю.В., Шевцов Б.М. Мезомасштабная акустическая эмиссия. Владивосток: Дальнаука, 2012. 126 с.
- Larionov I.A., Marapulets Y.V., Shevtsov B.M. Features of the Earth surface deformations in the Kamchatka peninsula and their relation to geoacoustic emission // Solid Earth. 2014. N. 5. P. 1293-1300.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 15.04.2015

УДК 539.165/166

ОСОБЕННОСТИ КАЛИБРОВКИ ДЕТЕКТОРОВ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ МОНИТОРИНГА ПОЧВЕННОГО РАДОНА *

В.С. Яковлева¹, П.М. Нагорский²

- ¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина 30,
- ² Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, 634055, г. Томск, пр. Академический, 10 / 3.

E-mail: vsyakovleva@tpu.ru

В работе изложены и проанализированы результаты калибровки детекторов α -, β - и γ -излучений, установленных внутрь скважин на глубины 0,5 and 1 м, которые используются мониторинга почвенного радона. Получено, что вариации плотности потока α -излучения на глубине 1 м плохо отражают, а γ -излучений – совсем не отражают динамику объемной активности радона как в плане суточных вариаций, так и их амплитуды.

Ключевые слова: радон, грунт, мониторинг, детектор

© Яковлева В.С., Нагорский П.М., 2015

MSC 81V35

SPECIAL ASPECTS OF CALIBRATION OF IONIZING RADIATION DETECTORS USED FOR SOIL RADON MONITORING

V.S. Yakovleva¹, P.M. Nagorskiy²

¹ National Research Tomsk Polytechnic University, 634050, Tomsk, Lenin st., 30 Russia,

² Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS, 634055, Tomsk, Akademicheskaya st., 10 / 3., Russia

E-mail: vsyakovleva@tpu.ru

The results of calibration of α -, β - and γ -radiation detectors mounted into borehole at depths of 0.5 and 1 m, which are destined for soil radon monitoring, are represented and analyzed. The radon isotopes radiometer RTM 2200 (SARAD GmbH, Germany) was used for the calibration aim.

Key words: radon, soil, monitoring, detector

© Yakovleva V.S., Nagorskiy P.M., 2015

^{*}Работа выполнена при поддержке ФЦП №14.575.21.0105.

Введение

Методы контроля почвенного радона по α -, β - или γ -излучению непосредственно в скважинах являются наиболее распространенными в целях прогноза землетрясений, при изучении вопросов газообмена между литосферой и атмосферой [1]-[7]. В этих методах детекторы ионизирующих излучений, работающие в счетном режиме, опускают в скважину на определенную глубину, при этом не нарушаются процессы переноса газа в грунте, в отличие от методов с принудительной откачкой воздуха из скважины для последующего анализа.

Причинами замены радиометров радона на детекторы α -, β - или γ -излучений, устанавливаемых непосредственно в скважины, является их простота в обслуживании и пригодность для организации длительного автоматизированного непрерывного мониторинга почвенного радона. К тому же, они на 1–2 порядка дешевле методов с использованием α -спектрометрии, что позволяет их массовое использование. При этом можно существенно увеличить количество пунктов одновременного мониторинга и расширить тем самым зону наблюдений. Главным их достоинством является то, что они позволяют в квазиреальном масштабе получать, обрабатывать и анализировать данные.

Однако, достоверность результатов и надежность методов прямой регистрации радона в скважине с использованием детекторов ионизирующих излучений детально и длительно ранее не исследовались. Перевод измеренной детекторами скорости счета импульсов в величину объемной активности (OA) радона осуществляют посредством умножения на поправочный коэффициент, определяемый, обычно, косвенным методом сравнения данных с результатами однократных (в лучшем случае, не длительных) измерений аттестованными радиометрами радона.

Очень часто, анализ динамики почвенного радона на предмет «аномалий» в целях прогноза землетрясений производят по результатам мониторинга без перевода измеренной скорости счета импульсов в величину ОА радона, аргументируя тем, что в такого рода задачах важны лишь относительные вариации.

Тем не менее, анализ результатов численного моделирования [8], [9] позволил предположить, что поправочные коэффициенты для перевода плотности потоков (ПП) ионизирующих излучений (ИИ) не будут пропорциональны ОА радона в почвенном воздухе, и, возможно, будут представлять собой функции от одного или нескольких параметров. Кроме того, перевод результатов измерений в абсолютные величины может быть полезным в последующих расчетах переноса радона в системе грунт-атмосфера и уточнении коэффициентов модели, а также для исследований вопросов газообмена, переноса воздушных масс, атмосферного электричества и пр.

Для проверки возможности измерения радона методом прямой регистрации в грунте (скважине) по одному или нескольким ИИ, а также для определения поправочных коэффициентов, была проведена серия длительных калибровочных экспериментов в Томской обсерватории радиоактивности и ионизирующих излучений (ТОРИИ).

Приборы и методы

Для мониторинга почвенного радона выбрали высокочувствительные интеллектуальные блоки детектирования БДПА-01 (2 шт.), 2 БДПБ-01 (2 шт.) и БДКГ-03 (ATOMTEX, Беларусь), которые были установлены на экспериментальной площадке ТОРИИ в 5 отдельных скважин глубиной 0,5 и 1 м, согласно схеме, приведенной на рис. 1а.



Рис. 1. Схема установки почвенных детекторов ИИ (а) и внешний вид (б) комплекса для их калибровки с помощью радиометра радона RTM 2200

Внешний вид комплекса для калибровки почвенных детекторов ионизирующих излучений с помощью радиометра радона и торона RTM 2200 (фирма SARAD, Германия) представлен на рис. 16. Калибровку почвенных детекторов производили в периоды с 28 мая по 28 июля и с 5 октября по 21 ноября 2011 г.

Для осуществления калибровки в верхней части пластиковой трубы (рис. 1a), выступающей над поверхностью грунта, сделали 2 отверстия для подвода соединительных трубок с радиометром. Воздух вместе с накопленными внутри скважины почвенными газами посредством встроенной в радиометр воздушной помпы постоянно (со скоростью 1 л/мин.) откачивался через 1-ю соединительную трубку из нижней части скважины и попадал внутрь измерительного объема радиометра. За время движения газов из скважины внутрь радиометра торон почти полностью успевал распадаться. Поэтому, разработанная схема позволила анализировать только почвенный радон. После измерительного объема воздух вместе с радоном отводился обратно в скважину через 2-ю соединительную трубку в верхнюю часть скважины.

Результаты и их анализ

Сначала проанализируем различия в области сбора информации фотонов γ -излучения, β - и α -частиц, образующихся при радиоактивном распаде почвенных радионуклидов, изотопов радона и их дочерних продуктов распада (ДПР). Для этого рассмотрим схемы установки детекторов фотонов (рис. 2а) и заряженных частиц (рис. 2б и в).



Рис. 2. Область сбора фотонов γ-излучения (а), β-частиц (б) и α-частиц (в), образующихся при радиоактивном распаде почвенных радионуклидов и изотопов радона и их ДПР

Из приведенных схем следует, что области сбора заряженных частиц и фотонов существенно различаются.

Сбор фотонов γ -излучения детектором происходит в пределах радиуса 50–60 см, в зависимости от размеров скважины. Учитывая, что скважина для γ -детектора герметично закрыта снизу, детектор регистрирует только фотоны, образованные в грунте. Сбор α -частиц происходит из небольшого воздушного объема, ограниченного стенками пластиковой трубы с открытым основанием и расстоянием до грунта, соответствующим длине максимального пробега α -частиц в воздухе, определяемой размером чувствительной области детектора, максимальной энергией α -частиц (8,8 МэВ) и энергетическим порогом сцинтилляционного детектора (3 МэВ).

 β -частицы попадают в детектор из того же воздушного объема плюс из слоя грунта толщиной около 0,5 см. Изменение погодных условий приводит к изменению концентрации радона в грунте, при этом возможна временная задержка отклика реакции как всей системы «грунт-воздух внутри скважины», как и отдельных ее частей, которая будет определяться различиями во времени установления радиоактивного равновесия между радоном и α -, β -излучающими продуктами распада.

Таким образом, различия в областях сбора ИИ, характеризуемых отличающимися размерами и характеристиками включенных сред, позволяют ожидать различия в динамике различных видов ИИ, характеризующих изменения концентрации радона в грунте.

Результаты калибровки в скважине 1 м с *а*-детектором приведены на рис. 3.

На верхней диаграмме изображен экспериментальный ряд ОА радона (Rn 1 м) и восстановленный умножением на рассчитанный поправочный коэффициент $K_{\alpha 1}$ ряд ОА радона (Альфа 1 м). На нижней диаграмме рис. 1 приведены изменения температуры на земной поверхности.

Поправочный коэффициент $K_{\alpha 1}$ определяли делением среднего за период измерений значения ОА радона на среднюю скорость счета импульсов, регистрируемую детектором.



Рис. 3. Динамика температуры и ОА радона на глубине 1 м

Анализ реального и восстановленных рядов ОА радона показал, что α -детектор на глубине 1 м неадекватно отображает реальное изменение ОА радона в скважине, отсутствуют суточные вариации, которые регистрирует радиометр радона.

Следующей производили калибровку α -детектора в скважине 0,5 м с 3 по 10 июня. Результаты калибровки в скважине 0,5 м с α -детектором приведены на рис. 4.

Здесь изображен измеренный радиометром ряд ОА радона (Rn 0,5 м) и восстановленные умножением на рассчитанные поправочные коэффициенты ряды ОА радона (Альфа 0,5 м и Бета 0,5 м), а также температура грунта на поверхности грунта.

Восстановление β -ряда на 0,5 м простым умножением на поправочный коэффициент не получилось. В итоге, поправочные коэффициенты для перевода данных измерений из имп./с в единицы ОА радона (Бк/м³) были определены для α - и β -детекторов различными способами. Для определения поправочного коэффициента K_{β} потребовалась более сложная схема с восстановлением β -ряда. Значения скорости счета импульсов β -детектора (N_{β}) были разделены на 2 части: а) постоянная ($N_{\beta s}$), обусловленная почвенными радионуклидами, не относящимися к радоновой компоненте; и б) переменная ($N_{\beta Rn}$), обусловленная β -излучающими радионуклидами радоновой цепочки распада, содержащимися в воздухе скважины и 5 см слое грунта в нижнем открытом основании скважины.



Рис. 4. Результаты калибровки α-детектором в скважине 0,5 м

Таким образом, суммарная скорость счета импульсов определялась как $N_{\beta} = N_{\beta s} + N_{\beta Rn}$, а ОА радона рассчитывали из выражения

$$OA_{Rn}(i) = (N_{\beta}(i) - N_{\beta s}) \cdot K_{\beta}.$$

Постоянная составляющая $N_{\beta s}$, величина которой составила 47% от средней скорости счета импульсов для исследуемой скважины, зависит от физико-геологических характеристик исследуемого участка, расстояния от детектора до поверхности грунта и диаметра скважины.

Анализ результатов калибровки скважины 0,5 м с α -детектором показал, что временные изменения ОА радона, а также потоков α - и β -излучений, измеренных на одной глубине 0,5 м, но в разных скважинах, практически синхронны, имеют близкую к пилообразной форму. Амплитуда вариаций ПП α -излучения изменяется во времени в согласии с радоновым полем. Динамика ПП β -излучения на той же глубине практически совпадает с динамикой радона и α -поля для рассматриваемого периода.

Временные вариации ОА радона, ПП α- и β-излучений на глубине 0,5 м хорошо коррелируют с динамикой температуры поверхности грунта.

Для того, чтобы оценить каким образом система циклической прокачки воздуха при процедуре калибровки влияет на поведение α и β -полей на рис. З представлен немного больший период, т.е. около 2 суток до калибровки и после. После подключения системы прокачки воздуха через радиометр радона средний α -фон на глубине 0,5 м снизился на 20%. Амплитуда вариаций, при этом, заметно не изменилась. Такая реакция α -фона связана с частичным удалением из воздуха в скважине торона и α -излучающих продуктов распада радона и торона. При отключении прокачки воздуха α -фон в скважине быстро восстановился.

На β -фон системы прокачки воздуха повлияла гораздо сильнее. 10 июня систему прокачки воздуха с радиометром RTM 2200 подключили к скважине 0,5 м с установленным внутри β -детектором, при этом амплитуда вариаций снизилась почти в 2 раза (рис. 4). Результаты калибровки β -детектора в скважине 0,5 м приведены на рис. 5.



Рис. 5. Результаты калибровки В-детектора в скважине 0,5 м

На верхней диаграмме изображен измеренный радиометром ряд ОА радона в 0,5 м скважине (Rn 0,5 м) и восстановленный умножением на поправочный коэффициент ряд ОА радона, измеренной β -излучению (Бета 0,5 м). На нижней диаграмме рис. 5 приведен для сравнения восстановленный умножением на поправочный коэффициент ряд ОА радона, измеренной α -излучению (Альфа 0,5 м).

Получено, что динамика ПП β -излучения на глубине 0,5 м хорошо повторяет динамику радона на той же глубине, в отличие от ПП α -излучения, измеряемой в соседней скважине на расстоянии всего 1,5 м.

В этом калибровочном эксперименте также было получено, что ПП α -излучения на глубине 0,5 м не совсем корректно динамику радонового поля, как в плане суточного хода, так и амплитуды вариаций. В некоторые периоды наблюдается опережение суточного хода радона вплоть до асинхронного (период с 14 по 17 июня 2011 г).

Последней калибровочной процедурой летнего сезона была калибровка β -детектора в скважине 1 м. В период калибровки наблюдалось аномальное повышение ОА радона на глубине 1 м (рис. 6) с 13 по 15 июля, которое, как показал анализ, было вызвано выпадением интенсивных осадков (47 мм).



Рис. 6. Результаты калибровки *β*-детектора в скважине 1 м

В это же время было зарегистрировано практически синхронное аномальное увеличение ПП α -излучения на глубинах 0,5 и 1 м и β -излучения на 1 м.

Восстановление ряда ОА радона по данным β -детектора на глубине 1 м осуществляли по такой же схеме, как описано выше. Получено хорошее совпадение с измеренными радиометром радона значениями, однако в некоторые периоды наблюдается опережение суточного хода β -фона на 1 м по сравнению ОА радона приблизительно на 2–3 часа. Суточный ход ПП α -излучения на глубине 1 м в период калибровки не был выявлен, хотя ОА радона на этой же глубине показывала отчетливые суточные вариации. Таким образом можно заключить, что α -поле на глубине 1 м не отражает суточные вариации ОА радона, хотя реагирует на сильные внешние воздействия, но с меньшей чувствительностью. Суточный ход ПП α - и β -излучений на глубине 0,5 м показал приблизительно 6-ти часовое запаздывание в наступлении максимумом по сравнению с ходом ОА радона на глубине 1 м.

Анализ результатов калибровки показал, что суточный ход температуры за период наблюдений можно описать функцией $T(t) = T_0 + T_1 \cdot cos(w(t - t_m, rge T_0=18,9 \ ^{0}C - средняя температура, <math>T_1=4,78 \ ^{0}C$ – максимальное отклонение от среднего значения, w=0,261799 – частота, t_m – время наступления максимума, которое составило 17:00. Радоновое поле также хорошо описывается подобной функцией с отставанием на 2 часа во времени наступления максимума, т.е. $t_m=19$ ч. Вариации температуры в течение суток составили около 25%, а ОА радона – 18%. При этом, если положить, что вариации температуры единственный источник вариаций радонового поля, то увеличение температуры на 1 0 С приводило бы к увеличению ОА радона (на глубине 0,5 м) на 300 Бк/м³, и наоборот, соответственно.

Процедуру калибровки детекторов частично повторили осенью 2011 г. Особое внимание было уделено вопросам влияния прокачки скважин, поскольку из-за больших размеров «эталонных» радиометров радона калибровку почвенных детекторов ионизирующих излучений можно осуществить только методом откачки воздуха из скважины для последующего анализа.

Полученные в осеннем калибровочном эксперименте измеренный радиометром ряд ОА радона в 1 м скважине (Rn 1 м) и восстановленные умножением на поправочные коэффициенты ряды ОА радона по α - и β -излучениям на глубине 1 м изображены на рис. 7.



Рис. 7. Динамика измеренной радиометром ОА радона на глубине 1 м и восстановленных рядов ОА радона на 1 м по β- и α-излучениям

Получено, что динамика ПП α -излучения на глубине 1 м хорошо повторяет динамику ОА радона на той же глубине, в отличие от ПП β -излучения. Однако, выявлено сильное влияние процесса циклической прокачки воздуха через скважину и радиометр на величину и динамику плотности потока α -излучения в калибруемой скважине.

Скорость счета импульсов от α -излучения в скважине после подключения схемы циклической продувки снизилась почти в 4 раза. При этом существенно увеличилось стандартное отклонение. Хотя после окончания прокачки скважины α -фон (в единицах ОА радона) увеличился и сравнялся с β -фоном.

Сильное влияние системы прокачки в осеннем калибровочным эксперименте, по сравнению с летним экспериментом, когда после подключения системы прокачки средний α -фон в скважине 0,5 м снизился всего на 20%, можно объяснить нарушением герметичности в местах соединении трубок с пластиковой трубой, которой обсажена скважина, из-за больших перепадов температуры.

Анализ результатов проведенных калибровочных экспериментов показал следующее. Некоторые поправочные коэффициенты, определенные для одного детектора в повторных экспериментах имели сильное расхождение Для β -фона это можно объяснилось тем, что детектор при подсоединении системы прокачки воздуха был передвинут на другое расстояние от грунта, что привело к изменению значения $N_{\beta s}$, которое изменилось с 2,1 до 3,1 имп./с (с 47% до 65% от общей скорости счета импульсов). Таким образом, изменение высоты установки β -детектора в скважине сильно повлияло как на поправочный коэффициент для перевода скорости счета в объемную активность, так и на постоянную ($N_{\beta s}$) составляющую скорости счета, обусловленную β -излучающими почвенными радионуклидами, не относящимися к ДПР радона и торона.

Получено также, что при вычислении поправочных коэффициентов для перевода измеренного значения в единицы ОА радона в почвенном воздухе следует учитывать тот факт, что принудительная откачка воздуха из скважины снижает поток β - и α -излучений. При этом существенно снижается размах суточных вариаций.

Анализ реальных и восстановленных рядов ОА радона показал следующее.

ПП α -излучения на глубине 1 м, в основном, не адекватно отображает реальное изменение ОА радона в скважине, отсутствуют суточные вариации. Согласованность динамики ОА радона и ПП α -излучения на 1 м зарегистрирована только в осенний период. В основном, ПП α -излучения отражает лишь изменения средних за 1–2 сут. значений ОА радона с погрешностью ~ 30%. Однако, при аномальных выбросах радона ПП α -излучения на глубине 1 м реагирует заметным образом, что делает этот параметр допустимым для использования в целях прогнозирования опасных явлений, например, изменения напряженно-деформированного состояния земной коры, но с некоторыми ограничениями.

ПП α -излучения на глубине 0,5 м показывает задержку во времени моментов наступления максимумов в ОА радона по сравнению с глубиной 1 м, задержка может составлять до 8 ч. По времени задержки оценена скорость движения радона в грунте $17 \cdot 10^{-4}$ см/с, что почти в 3 раза выше скорости движения радона только за счет молекулярной диффузии $6 \cdot 10^{-4}$ см/с.

ПП β -излучения на глубинах 0, 5 и 1 м довольно хорошо отражает динамику радонового подпочвенного поля, при положительных температурах атмосферного воздуха и в не дождливые дни четко прослеживается суточный ход. Однако, суточный ход β -поля в некоторые периоды имеет сдвиг по сравнению с суточным ходом радонового поля, т.е. время наступления максимума в динамике β-поля в разные периоды времени опережает/запаздывает на несколько часов.

ПП *γ*-излучения на глубине 1 м не отражает динамику ОА радона на той же глубине. По результатам калибровки разработаны рекомендации по процедуре калибровки почвенных детекторов.

Рекомендации по проведению калибровки детекторов ИИ для контроля динамики почвенного радона

Рекомендации к условиям и процедуре проведения калибровки детекторов ионизирующих излучений, устанавливаемых в скважины и используемых для контроля динамики почвенного радона в режиме мониторинга, можно сформулировать следующим образом.

- При использовании метода откачки воздуха из скважины при процедуре калибровки не рекомендуется использовать скважины с уже установленными детекторами, а следует бурить дополнительную скважину с аналогичными характеристиками (глубина, диаметр) на расстоянии не менее 70 см и не более 3 м. Таким образом, не будут нарушены условия естественного воздухообмена между грунтом и атмосферой.

- Если в результате обслуживания скважин с детекторами производилось перемещение, удаление и замена детекторов ИИ, необходимо провести повторную калибровку и определение нового поправочного коэффициента. Особенно чувствительны к перемещениям β-сцинтилляционные детекторы.

- В случае, если калибровка производилась в скважинах с установленными внутрь детекторами ИИ, то необходимо помимо определения самого поправочного коэффициента определять также поправку на снижение размаха суточных вариаций после начала откачки воздуха из скважины. Для этого следует регистрировать данные с детектора ИИ, как минимум, за несколько дней до начала процедуры калибровки и после ее завершения.

- Детекторы ИИ во время калибровки не должны выниматься из скважины или перемещаться в ней, поскольку это приводит к искажению временного ряда данных.

- Скважины с установленными внутри детекторами ИИ во время калибровки не должны открываться, т.е. трубки для откачки воздуха из скважины, которые циклически подсоединяются к радиометру радона, должны быть установлены, как минимум, за день до начала эксперимента, что достаточно для восстановления равновесной активности радона в скважине.

Заключение

Анализ результатов калибровочных экспериментов показал, что для мониторинга почвенного радона лучше всего подходят детекторы β -излучений, которые можно устанавливать на глубины 0,5–1 м. Детекторы α -излучений могут быть использованы для мониторинга радона только при их установке на глубине около 0,5 м. Детекторы γ -излучения вообще не пригодны для целей мониторинга почвенного радона.

По результатам калибровки разработаны рекомендации к условиям и процедуре калибровки почвенных детекторов ИИ.

В случае, если мониторинг радона производится с целью прогноза землетрясений или изучения опасных природных явлений, то замена параметра измерения ОА

радона на ПП β -излучения является вполне оправданной, а на ПП α -излучения – может привести к большим сложностям в расшифровке данных мониторинга, однако может быть использована с некоторыми ограничениями и допущениями.

Авторы выражают глубокую благодарность А.В. Вуколову за помощь в проведении экспериментов.

Библиографический список

- 1. Адушкин В.В., Спивак А.А., Кожухов С.А., Кукушкин Ю.В. Резонансные особенности эсхаляции природного радона// Доклады РАН. 2005. Т.400. №4. С.369-371.
- 2. Авдуалиев А.К., Войтов Г.И., Рудаков В.П. Радоновый предвестник некоторых сильных землетрясений Средней Азии // ДАН СССР. 1986. Т. 291. №4. с. 924-927.
- 3. Уткин В.И, Юрков А.К. Радон и проблема тектонических землетрясений // Вулканология и сейсмология. 1997. №4. С.84-92.
- 4. Segovia, N., Mena, M., Pena, P., Tamez, E., Seidel, J.L., Monnin, M., Valdes, C. Soil radon time series: surveys in seismic and volcanic areas // Radiation Meas. 1999. V. 31, P. 307-312.
- 5. Steinitz, G., Begin, Z.B. and Gazit-Yaari, N. A. Statistically Significant Relation between Rn Flux and Weak Earthquakes in the Dead Sea Rift Valley // Geology, 2003. V. 31. P. 505–508.
- 6. Zmazek, B., Vaupotic, J., Zivcic, M., Premru, U., Kobal, I. Radon monitoring for earthquake prediction in Slovenia // Fizika B (Zagreb). 2000. V. 9. N. 3. P.111-118.
- 7. Firstov P.P., Yakovleva V.S., Shirokov V.A., Rulenko O.P., Filippov Yu.A., Malysheva O.P. The nexus of soil radon and hydrogen dynamics and seismicity of the northern flank of the Kuril-Kamchatka subduction zone // Annals of Geophysics. 2007. V. 50. №4. P. 547–556.
- Яковлева В.С., Каратаев В.Д., Зукау В.В. Моделирование атмосферных полей γ- и β-излучений, формирующихся почвенными радионуклидами // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2011. №1(2). С. 64–73.
- Яковлева В.С., Нагорский П.М., Черепнев М.С. Формирование α-, β- и γ-полей приземной атмосферы природными атмосферными радионуклидами // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2014. №1(8). – С. 86–96.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 25.05.2015

УДК 539.165/166

РАЗВИТИЕ ТЕХНОЛОГИИ РАДИАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА В ГОРОДСКОЙ СРЕДЕ *

В.С. Яковлева¹, П.М. Нагорский²

- ¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина 30,
- ² Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, 634055, г. Томск, пр. Академический, 10 / 3.

E-mail: vsyakovleva@tpu.ru

В работе изложены и проанализированы результаты мониторинга метеорологических и радиационных величин в Томской обсерватории радиоактивности и ионизирующих излучений. Показаны преимущества новой технологии радиационного мониторинга, включающей исследование вертикальных распределений радиационных величин. По результатам анализа данных радиационного мониторинга произведена проверка адекватности существующих моделей переноса изотопов радона в грунте и атмосфере применительно к городской среде.

Ключевые слова: радиационный мониторинг, технология, ионизирующее излучение, радон, грунт, атмосфера

© Яковлева В.С., Нагорский П.М., 2015

MSC 81V35

THE DEVELOPMENT OF RADIATION MONITORING TECHNOLOGY FOR URBAN ENVIRONMENT

V.S. Yakovleva¹, P.M. Nagorskiy²

¹ National Research Tomsk Polytechnic University, 634050, Tomsk, Lenin st., 30 Russia,
 ² Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems SB RAS, 634055, Tomsk,

Akademicheskaya st., 10 / 3., Russia

E-mail: vsyakovleva@tpu.ru

The results of monitoring of meteorological and radiation parameters in Tomsk Observatory of Radioactivity and Ionizing Radiation are presented and analyzed in this work. The advantages of new radiation monitoring technology including the investigation of radiation parameters vertical profiles are presented. The verification of existing soil and atmosphere radon isotopes transport models were conducted for urban environment with help of analysis results of radiation monitoring data.

Key words: radiation monitoring, technology, ionizing radiation, radon, soil, atmosphere

© Yakovleva V.S., Nagorskiy P.M., 2015

^{*}Работа выполнена при поддержке ФЦП №14.575.21.0105.

Введение

Замечательные индикаторные свойства радионуклидов и ионизирующих излучений известны и активно используются с давних времен для получения новых знаний о динамических процессах, происходящих в атмосфере и литосфере, совершенствования моделей переноса газов и аэрозолей, а также в целях прогноза опасных явлений природного и техногенного характера. Высока роль ионизирующей радиации и естественной радиоактивности, особенно радиоактивного газа радон, в радиоэкологии, сейсмологии, физике приземного слоя атмосферы, строительстве. В связи с этим научными коллективами и государственными структурами производят радиационный мониторинг приземной атмосферы и исследование динамики активности некоторых радионуклидов в приземной атмосфере и грунте.

К сожалению, основным направлением контроля радиационной обстановки до сих пор являлась искусственная радиоактивность, вызванная испытаниями ядерного оружия, техногенными авариями и технологическими процессами. Поэтому, особое внимание уделялось только мониторингу γ -фона. Контролем вариаций характеристик полей других видов ионизирующих излучений (α -, β -излучения) практически не занимались, что объясняли их низкой проникающей способностью, соответственно информативностью. Мониторингом почвенного радона и плотности потока радона с поверхности земли занимаются, в основном, с целью прогноза землетрясений, либо, эпизодически в радиоэкологических и геоэкологических изысканиях перед началом строительства.

Научным коллективом [1] был разработан комплексный подход к радиационному мониторингу, основной «изюминкой» технологии которого было изучение вертикального разреза характеристик полей ионизирующих излучений (ИИ) и радона в системе грунт-атмосфера. Целью настоящей работы являлось выявление преимуществ в исследовании вертикальных распределений радиационных величин по сравнению с традиционным подходом, при котором исследуется только одна высота (глубина), или одна радиационная величина.

Одной из задач исследования являлась разработка методики тематической обработки архивных данных мониторинга метеорологических и радиационных величин, которая определяется областью применения результатов: радиационная экология и биология; строительство; сейсмология или физика атмосферы. Результаты радиационного мониторинга использованы для проверки адекватности существующих моделей переноса радионуклидов, а также особенностей переноса ионизирующих излучений применительно к городской среде.

Приборы и методы

Радиационный мониторинг в Томской обсерватории радиоактивности и ионизирующих излучений (ТОРИИ) реализуется с конца 2008 г. и его технология постоянно совершенствуется. На настоящий момент радиационный мониторинг включает синхронные непрерывные автоматизированные с высокой частотой дискретизации (1–10 мин.) измерения характеристик полей ИИ (α -, β -, и γ -излучения), плотности потоков радона (ППР) и торона (ППТ) с поверхности грунта, а также объемной активности (OA) радона, торона и дочерних продуктов их распада (ДПР) на глубинах до 5 м и высотах до 35 м. Схема мониторинга структуры и динамики полей ионизирующих

излучений и естественной радиоактивности в приземной атмосфере и поверхностном слое грунта приведена на рис. 1.



Рис. 1. Схема мониторинга структуры и динамики полей ИИ и естественной радиоактивности в приземной атмосфере и поверхностном слое грунта

Параллельно, на базе Института мониторинга климатических и экологических систем СО РАН (Академгородок, г. Томск), ведется мониторинг атмосферно-электрических и метеорологических величин [1].

Комплексный подход к радиационному мониторингу позволил получить ряд новых важных научных находок. Была выявлена иная, отличающаяся от традиционных представлений зависимость объемной активности (OA) радона (плотности потока альфа-излучения) от высоты над земной поверхностью (рис. 2).

Традиционные модели показывают экспоненциальное снижение объемной активности радона с ростом высоты. Наши результаты показали, что с ростом высоты до 25 м плотность потока (ПП) альфа-излучения возрастает в несколько раз, и далее до 35 м остается практически постоянной. Это же справедливо и для радона. Объяснением такой особенности поведения радона является влияние городской инфраструктуры.



Рис. 2. Зависимость плотности потоков альфа- и бета-излучений от высоты

Вблизи от экспериментальной площадки расположены высотные здания – корпуса ИМКЭС, объединенные буквой «П», которые могут влиять на турбулентные процессы и перенос воздушных масс. К тому же часть детекторов (рис. 1) расположены на мезонине здания ИМКЭС.

Кроме того, увеличение OA радона с высотой следует учитывать также и при моделировании уровней радона внутри помещений многоэтажных зданий, поскольку, проветривание помещений может приводить не к снижению уровней радона, согласно традиционным представлениям, а к их увеличению.

Что касается широко распространенной модели переноса радона в грунте, учитывающей только диффузионный перенос, она предназначена только для получения усредненных за длительный промежуток времени (несколько суток и более) характеристик ППР или ОА радона в грунте в целях оценки радонового потенциала территорий, но не пригодна для моделирования внутрисуточных вариаций.

Диффузионно-адвективная модель переноса изотопов радона в грунте [2], [3] имеет более широкое применение и позволяет описывать большинство экспериментальных данных, однако и она не лишена недостатков, поскольку скорость адвекции представлена постоянной величиной. Такое представление не позволяет описывать экспериментально полученные ряды данных о характеристиках почвенного поля радона, испытывающих суточные и сезонные вариации. К тому же нашим коллективом

было обнаружено, что времена наступления максимумов (минимумов) в суточных вариациях (рис. 3 и 4) зависят от глубины расположения детектора и коррелируют с изменениями температуры грунта на разных глубинах. По оси X на рис. 3 и 4 указан номер дня в году.

Анализ экспериментальных данных, полученных в ТОРИИ, показал, что требуется усовершенствование как модели переноса радионуклидов применительно к городской атмосфере, так и модели переноса изотопов радона в грунте, посредством замены постоянных коэффициентов модели на аппроксимационные функции, определенные на основе экспериментальных данных.



Рис. 3. Суточные вариации температуры грунта и ОА радона в грунте, измеряемой по: а) альфа-излучению; б) бета-излучению на разных глубинах

Скорость адвекции следует описывать функцией от глубины грунта и времени. Экспериментально полученные суточные вариации ОА радона снижаются с глубиной и время наступления максимумов (минимумов) испытывает временную задержку. Такое поведение обусловлено теплофизическими свойствами грунта и местными метеорологическими условиями. В отсутствие осадков суточные и сезонные перепады температуры грунта оказывают наибольшее влияние на ход суточных вариаций ОА радона.

Годовые, а также суточные колебания температуры можно описать синусоидальной функцией времени и глубины [4], [5]. С учетом этого выражение для функции скорости адвекции модернизируем следующим образом:

$$v(x,t) = \frac{v_a}{T_a} \sin(\omega t + \phi(z) - z/d) \exp(-z/d),$$

где v_0 – средняя скорость адвекции, экспериментально определяемая для слоя грунта мощностью 1 м, м/с; T_a — средняя температура поверхности, °*C*; A_0 — амплитуда колебания температуры на поверхности грунта, °*C*; ω — радиальная частота; $\phi(z)$ — время задержки начальная фаза) в функции *z*, *c*; $d = \sqrt{2k/(C\omega)}$ – глубина затухания температурных колебаний в почве, т.е. на этой глубине амплитуда температуры уменьшается в = 2,718 раза по отношению к амплитуде температуры на поверхности почвы (A_0), м; k – коэффициент теплопроводности, Дж/м; *C* – объёмная теплоёмкость, Дж/м³.

Такое представление скорости адвекции позволяет описывать влияние температуры и теплопроводности грунта на ОА радона в суточном и годовом ходе.

Таким образом, для численного моделирования структуры и вариаций как атмосферного радиационного фона, так и переноса радона в грунте, необходимость знать и контролировать ряд метеорологических величин (давление, температура, скорость ветра, характеристики турбулентности атмосферы и осадков и пр.).



Рис. 4. Суточные вариации ОА радона в грунте, измеряемой по альфа- и бетаизлучениям на разных глубинах

Заключение

Дальнейшее развитие технологии радиационного мониторинга городской среды заключается в совершенствовании моделей переноса газов и радионуклидов в различных средах, разработке новых алгоритмов и методов контроля как радиационных величин, так и метеорологических атмосферно-электрических и актинометрических величин. Это позволит получать новые данные о структуре и динамике полей ионизирующих излучений и естественной радиоактивности в приземной атмосфере и поверхностном слое грунта, выявлять особенности и закономерности в их поведении, а также взаимосвязи с метеорологическими процессами внутрисуточного, суточного и синоптического масштабов.

Одним из результатов мониторинга является постоянно пополняющаяся библиотека данных, включающая базы данных о характеристиках полей излучений и ОА радионуклидов в грунте и приземной атмосфере, атмосферно-электрических и метеорологических величинах, о повторяемости и интенсивности экстремальных событий, связанных с метеорологическими явлениями в сейсмически безопасном регионе с резко-континентальным типом климата в условиях его современных изменений. База данных и результаты мониторинга могут быть востребованы в Роспотребнадзоре, Росгидромете, службах МЧС и здравоохранения, а также научными организациями, занимающимися прогнозом изменения напряженно-деформированного состояния земной коры.

Библиографический список

- 1. Яковлева В.С., Каратаев В.Д., Вуколов А.В., Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Нагорский П.М., Смирнов С.В., Фирстов П.П., Паровик Р.И. Методология многофакторного эксперимента по процессам переноса радона в системе "литосфера–атмосфера" // АНРИ. 2009. №4. С.55-60.
- 2. Yakovleva V.S., Parovik R.I. Solution of diffusion-advective equation of radon transport in many-layered geological medium // Nukleonika. 2010. V. 55. №4. P. 601–606.
- 3. Яковлева В.С., Паровик Р.И. Численное решение уравнения диффузии-адвекции радона в многослойных геологических средах // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2011. №1(2). С. 44–54.
- 4. Д.А. Де Врие. Теплофизические свойства почвы в физике окружающей среды. Под ред. У.Р. ван Вийк. Изд-во «Норт Холланд», Амстердам, 1963.
- 5. Шульгин А.М. Климат почвы и его регулирование. Л.: Гидрометеоиздат, 1967. 300 с.