

УДК 517.926

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ РИКИТАКИ С ТРЕНИЕМ *

И.А. Ильин^{1, 2}, Д.С. Нощенко², А.С. Пережогин^{1, 2}

¹ Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

² Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная д.4

E-mail: d72156@gmail.ru

В работе представлены результаты численного моделирования фазовых траекторий динамической системы Рикитакки с трением. При заданных параметрах системы и начальных условиях установлены режимы удвоения предельного цикла.

Ключевые слова: динамическая система Рикитакки, фазовые траектории

© Ильин И.А., Нощенко Д.С., Пережогин А.С., 2013

MSC 34A34

DYNAMIC OF RIKITAKI'S SYSTEM WITH A FRICTION

I.A. Il'in^{1, 2}, D.S. Noshchenko², A.S. Perezhogin^{1, 2}

¹ Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

² Kamchatka state university by Vitus Bering, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4, Russia

E-mail: d72156@gmail.ru

The paper presents the results of numerical modeling of phase trajectories of the dynamical system Rikitake. Parameters of system and initial conditions at the case of doubling cascade mode are shown.

Key words: Rikitaki system, phase portrait

© Il'in I.A., Noshchenko D.S., Perezhogin A.S., 2013

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках программы стратегического развития ФГБОУ ВПО «Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга» на 2012-2016 гг.

Введение

Инверсии магнитного поля могут быть описаны с помощью модели Рикитаки [1, 3]. В работе [2] динамика модели рассчитывалась при малых временах. Потапов приводит значения устойчивых и неустойчивых точек в фазовом пространстве.

Модель Рикитаки в безразмерных переменных представляет в виде [2]:

$$\frac{dx_1}{dt} = -vx_1 + y_1 \cdot x_2 \quad (1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -vx_2 + y_2 \cdot x_1 \quad (2)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = -\sigma_1 y_1 + 1 - x_1 \cdot x_2 \quad (3)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -\sigma_2 y_2 + 1 - x_1 \cdot x_2 \quad (4)$$

В представленной системе 1 переменные x_1, x_2 – безразмерные токи первого и второго диска, y_1, y_2 – безразмерные угловые скорости дисков, σ_1, σ_2 – коэффициенты трения в дисках, v – омическая диссипация.

Рассмотрим основные динамические режимы системы в зависимости от параметров. Параметры системы σ_1, σ_2, v являются положительными, поэтому можно показать, что дивергенция векторного поля в четырехмерном пространстве отрицательная. Система Рикитаки является диссипативной.

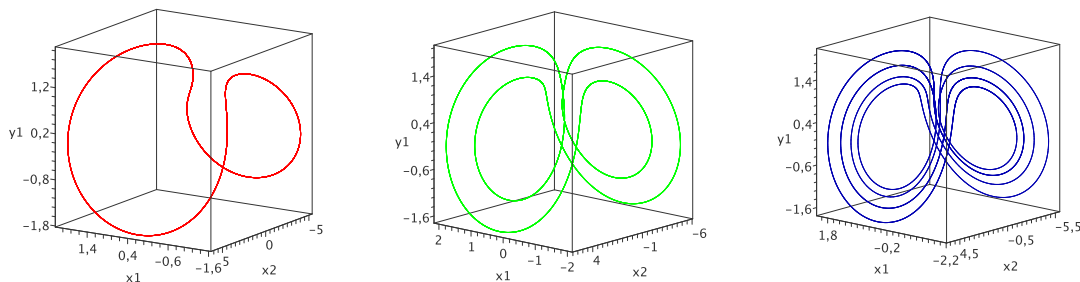


Рис. 1. Примеры удвоения периода предельного цикла. Фазовый портрет (x_1, x_2, y_1)

Для численного моделирования установим параметры $\sigma_1 = 0.0090$, $\sigma_2 = 0.0009$. В зависимости от параметра v получим предельные фазовые траектории при больших временах. При значении $v = 0.660$ в системе наблюдается единственный предельный цикл. Плавное изменение параметра v приводит к тому, что при значении $v = 0.709$ в предельном цикле наблюдается удвоение периода. Далее происходит срыв данного режима, и фазовая траектория плотно заполняет ограниченную область в фазовом пространстве (x_1, x_2, y_1) . При достижении значения $v = 0.739$ фазовая траектория вновь выходит на предельный цикл с удвоением периода. Продолжая изменять параметр v можно получить удвоение предельного цикла. В системе Рикитаки наблюдаются устойчивые предельные циклы с периодом кратным 2. Удвоение периода предельного цикла представлено на рис. 1.

Особенный режим в динамике системы наблюдается при $v = 0.790$, $\sigma_1 = 0.0090$, $\sigma_2 = 0.0009$. Решения и фазовая предельная фазовая траектория приведены на рис. 2.

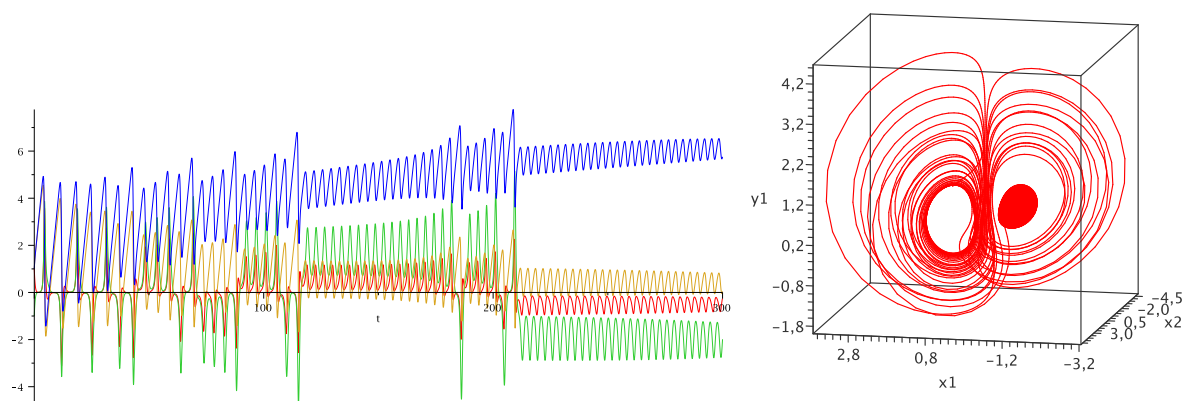


Рис. 2. Примеры удвоения периода предельного цикла. Решения системы и фазовый портрет (x_1, x_2, y_1)

В данном случае динамика системы после хаотического поведения переходит в стационарный режим, где колебания постепенно затухают, и фазовая траектория стремится к одной из устойчивых точек. С точки зрения, описания геомагнитных инверсий подобная динамика системы может описывать суперхроны. То есть хаотический режим переброса магнитного поля сменяется стационарным значением магнитного поля с относительно малыми колебаниями по сравнению с хаотическим режимом.

Заключение

Исследованные динамические режимы системы Рикитакис имеют предельные фазовые траектории, характер которых зависит от омического коэффициента ν . При этом переход от одного предельного состояния к другому происходит через хаотические режимы.

Установлен особенный режим, при котором после хаотического поведения, система переходит в устойчивый режим. Подобный режим может описывать суперхроны в инверсии геомагнитного поля Земли.

Библиографический список

1. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. М.: Едиториал УРСС. 2004. 320 с.
2. Потапов В.И. Визуализация фазовых траекторий динамической системы Рикитакис // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6. № 2. С. 255-265.
3. Рикитакис Т. Электромагнетизм и внутреннее строение Земли. Л.: Недра. 1968. 332 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 09.11.2013