Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(4). – С. 31-43 – ISSN 2079-6641

ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.891.3

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ДИАГНОСТИКИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Горева Т.И.[1], Порнягин Н.Н.[2], Пюкке Г.А.[3]

[1] Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1
[2] Российский государственный университет им. И.М. Губкина, 119996, ГСП-1, г. Москва, Ленинский проспект, 65
[3] Камчатский государственный технический университет, 683003, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35.
E-mail: tatyana-goreva@yandex.ru

Предложена нейро-сетевая модель диагностики деффектов в технических системах на примере диагностической изоварной карты электронного стабилизатора напряжения переменного тока.

Ключевые слова: нейронные сети, синаптические связи, сеть Кохонена

INFORMATION AND COMPUTATION TECHNOLOGIES

MSC 92B20

NEURAL NETWORK MODEL DIAGNOSIS TECHNICAL SYSTEMS

Goreva T.I.[1], Pornjagin N.N..[2], Pjukke G.A.[3]

[1] Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1
[2] Gubkin Russian State University of Oil and Gas, 119996, Moscow, Leninsky prospekt., 65
[3] Kamchatka State Technical University, 683003, Petropavlovsk-Kamchatsky, Klychevskaya st. 35
E-mail: tatyana-goreva@yandex.ru

Proposed neural network model Defect diagnosis of technical systems as an example of diagnostic izovarnoy card electronic voltage regulator AC.

Key words: neural network, synaptic connections, network Kohonen

ВВЕДЕНИЕ

Многие нелинейные задачи не поддаются строгой формализации традиционными математическими методами [1]. В таких условиях, когда решение задачи аналитически в общем виде невозможно, оправдан нейросетевой подход, позволяющий обеспечить достаточно высокое качество выполнения задачи.

В ряде изначальных работ [2] и др., касающихся аппроксимации нелинейных функций заложен математический базис нейросетевой теории, определяющий универсальные аппроксимирующие свойства нейронных сетей. В большинстве случаев аналитические модели диагностирования это нелинейные соотношения, затрудняющие формирование модели объекта диагностирования по моделям составляющих компонент. Формально высказывание об универсальных аппроксимационных свойствах нелинейности представляется в виде:

$$F(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{q}^{2n+1} h_p \left[\sum_{p}^{n} \Phi_q^p(x_p) \right]$$

Оно утверждает, что с помощью линейных операций и каскадного соединения можно из произвольных нелинейных элементов получить любой требуемый результат с заранее заданной точностью. Здесь h_q – непрерывная функция; $\Phi_q^p(x_p)$ – функция, зависящая от F.

В работе [2] в качестве процедуры обучения многослойного перцептрона приведен алгоритм обратного распространения (back propagation), обеспечивающий решение задачи статистической классификации и распознавания. В процессе обучения на вход нейронной сети (НС) поступают данные обучающей выборки при корректировке весовых коэффициентов синаптических связей с целью получения наиболее адекватного сигнала на выходе нейронной сети.

При использовании алгоритма обратного распространения сигнал ошибки на выходе НС распространяется в обратном направлении с последующей корректировкой синаптических весов нейронной сети для достижения минимальной выходной погрешности. Обученная НС обладает способностью обобщения, т. е. имеет возможность давать статистически корректный ответ на входные сигналы, принадлежащие классу обучающих данных, но не использующиеся ни при обучении, ни при тестировании.

Для решения задач аппроксимации нелинейностей важны методики разрешающие проблемы принятия решений в условиях неполных данных с учетом постоянно изменяющихся условий окружающей среды. Этим методикам отвечают возможности нейро - технологий. Нейронные сети не требуют традиционного программирования: информация обучения НС накапливается в весах, а не в программах. Это делает их устойчивыми к флуктуациям входных воздействий и обеспечивает устойчивость работоспособности сети при выходе из строя отдельных ее компонент.

На возникший дефект сеть реагирует только изменением качества функционирования при сохранении общей работоспособности (это роднит ее с высокоорганизованными биологическими системами). Изначальными процедурами построения однонаправленной сети являются задание топологии и задание правил обучения. Топология выбирается исходя из требуемой точности идентификации, содержания задачи, количества параметров процесса, размерности вектора входных данных. Настройка сети это многоходовой итерационный процесс, при котором периодически анализируются результаты и регулируются параметры: количество ассоциативных слоев, количество нейронов в слое, выбор функции активации.

Увеличение количества слоев позволяет выявить более тонкие статистические закономерности. Но размерность сети должна соответствовать размерности данных обучающей выборки. В противном случае, способность сети к обучению будет снижаться, или наоборот, будет утрачена способность сети определять основные параметры отображения.

СТРУКТУРА НЕЙРОСЕТИ

Структура НС прямого распространения приведена на рис. 1, где y_i^j – выход i-го нейрона j-го слоя; j – номер слоя; i – номер нейрона; n – количество входных нейронов.

Связи нейронов входного слоя с нейронами первого ассоциативного слоя являются выборочными и в общем случае с фиксированными значениями веса.

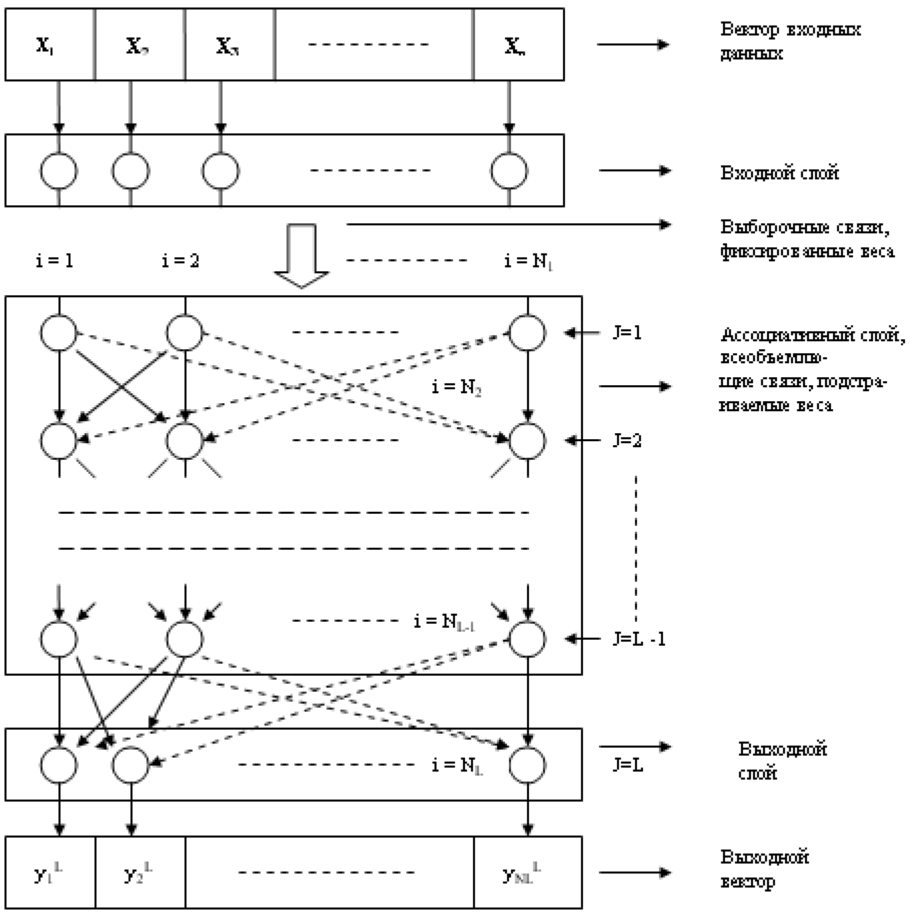


Рис. 1. Структура НС прямого распространения

Веса синаптических связей образуют матрицу весов связей ξ:

$$\xi = \begin{pmatrix} w_{11}^2 & w_{12}^2 & \dots & w_{1N2}^2 \\ w_{11}^3 & w_{12}^3 & \dots & w_{1N3}^3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{11}^L & w_{12}^L & \dots & w_{1NL}^L \end{pmatrix}$$

Связи между нейронами ассоциативных слоев (включая выходной) являются всеобъемлющими с подстройкой весов синаптических связей на обучающей стадии. Каждый выходной сигнал j-го слоя подается на вход всех нейронов $(j+1)$-го слоя.

Для выхода i-го нейрона $(j+1)$-го слоя можно записать:

$$y_i^{j+1} = \sum_{k=1}^{N_j} w_{ik}^{j+1} y_k^j + w_{k0}^{j+1}, i = 1,..,N_{j+1},$$

где y_i^{j+1} – выход i-го нейрона $(j+1)$-го слоя; w_{ik}^{j+1} – вес связи k-го нейрона $(j+1)$-го слоя с i-м нейроном j-го слоя; w_{i0}^{j+1} – величина внешнего смещения. Результат адаптивного суммирования является аргументом функции активации, посредством которой выполняется преобразование входных воздействий в выходной сигнал с настраиваемыми характеристиками. Настройка сети предусматривает процедуру регулирования весовых коэффициентов входов нейронов и приведение к нулю порога аргумента функции активации. На основе анализа задачи подбирается соответствующая нейро – сетевая модель.

Для обучения НС с помощью алгоритма обратного распространения минимизируется общая ошибка выхода. Корректируются величины весовых коэффициентов каждого участвующего в обучении нейрона. Обучение перцептрона состоит из тактов и эпох.

Каждый такт обучения δ-й эпохе соответствует одновременной подаче на вход сети сигнала входа эмпирической выборки и сравнении сигнала выхода эмпирической выборки с выходным сигналом НС. Если объем выборки , то в каждом такте обучения перцептрон взаимодействует с одной из пар векторов вход – выход. После реализации всего объема выборки данных вход – выход δ-я эпоха обучения заканчивается и оценивается значение суммарной выходной среднеквадратической ошибки E_δ перцептрона с матрицей весовых коэффициентов ξ_δ.

$$E_\delta = \|Y^k - Y^{k^*}\|/M,$$

где Y^k – истинный вектор обучающей выборки; Y^{k^*} – результат нейро-сетевой обработки выходного сигнала в δ-й эпохе. Подстройка матрицы весов ξ_δ с помощью минимизации среднеквадратической ошибки E_δ выполняется с помощью итерирования по эпохам обучения в соответствии с алгоритмом обратного распространения ошибки.

$$\xi_{\delta+1} = \xi_\delta - \mu \left(\frac{\partial E_\delta}{\partial \xi_\delta}\right) + \nu\left(\xi_\delta - \xi_{\delta-1}\right),$$

где μ, ν – параметры алгоритма, определяющие скорость и устойчивость итерационного процесса обучения. Величина градиента $-\frac{\partial E_\delta}{\partial \xi_\delta}$ при нахождении глобального минимума гиперповерхности ошибки E_δ определяет направление спуска (метод градиентного спуска) на пути к глобальному минимуму, результатом которого будут новые очередные значения коэффициентов матрицы $\xi_{\delta+1}$.

Вычисление значений компонент матрицы весов при итерировании по эпохам выполняется в соответствии с выражением:

$$w_{ik}^{j}(m+1) = w_{ik}^{j}(m) + \Delta w_{ik}^{j},$$

где Δw_{ik}^{j} – изменение веса на $(m+1)$-м шаге:

$$\Delta w_{ik}^{j} = -\alpha\left(\frac{de}{dw_{ik}^{j}}\right),$$

где α – скорость обучения. Выражение новых значений весов на $(m+1)$-м шаге для нейронов выходного слоя:

$$\Delta w_{ik}^{j} = \alpha \Delta_i^L yk^{L-1},$$

где $\delta_i^L = (y_i^L - y_i^{L^*})\varphi'(\alpha_i^L)$ – локальная ошибка. Для ассоциативного слоя p имеет место соотношение:

$$\Delta w_{ik}^{p} = \alpha \Delta_i^p y_k^{p-1},$$

где $\Delta_i^p = \varphi\prime\left(\alpha_i^p\right)\sum\limits_{k=1}^{\sigma}\Delta_k^{p+1}w_{ik}^{p+1}$, $\sigma = N_{p+1}^{i}$ – количество нейронов $(p+1)$-слоя связанных с i-м нейроном p-го слоя.

Рассмотрим задачу построения и обучения нейросети, для выполнения процедур кластеризации и идентификации при оценке показателей диагностирования методом исключения варьируемого параметра [3]. Алгоритм включает выполнение процедуры обоснования выбора структуры нейросети с целью оптимизации количества нейронов и минимизации аппаратных затрат на основе метода логического анализа диагностической модели и совокупности существующих типов сетей с подбором необходимого количества элементов, что позволяет получить нейросеть относительно небольшой размерности.

Сначала выбирается структура нейросети, руководствуясь заданными требованиями диагностической модели (1):

$$\begin{array}{ccc} K_1 = F_1(g_1) & K_2 = D_1(g_1) & K_1 = L_1(K_2) \\ K_1 = F_2(g_2) & K_2 = D_2(g_2) & K_1 = L_2(K_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_1 = F_m(g_m) & K_2 = D_m(g_m) & K_1 = L_m(K_2) \end{array} \tag{1}$$

K_1, K_2 – коэффициенты передачи выбранных каналов прохождения тестового сигнала объекта диагностирования; g_1, g_m – параметры структурных единиц объекта диагностирования.

Сеть должна имеет два входа, на которые подаются значения функций передачи каналов прохождения тестового сигнала, наблюдаемых на ОД (слой I). Сеть имеет четыре выхода, соответствующие четырем состояниям (слой K): р – объект работоспособен, д – в ОД имеет место одиночный дефект, кд – в ОД имеют место кратные дефекты, нс – объект находится в неработоспособном состоянии. Имеется один внутренний слой нейронов J. В качестве функции возбуждения внутреннего $F_j(x)$ и выходного слоя $F_k(x)$ выбраны пороговые функции (рис. 2).

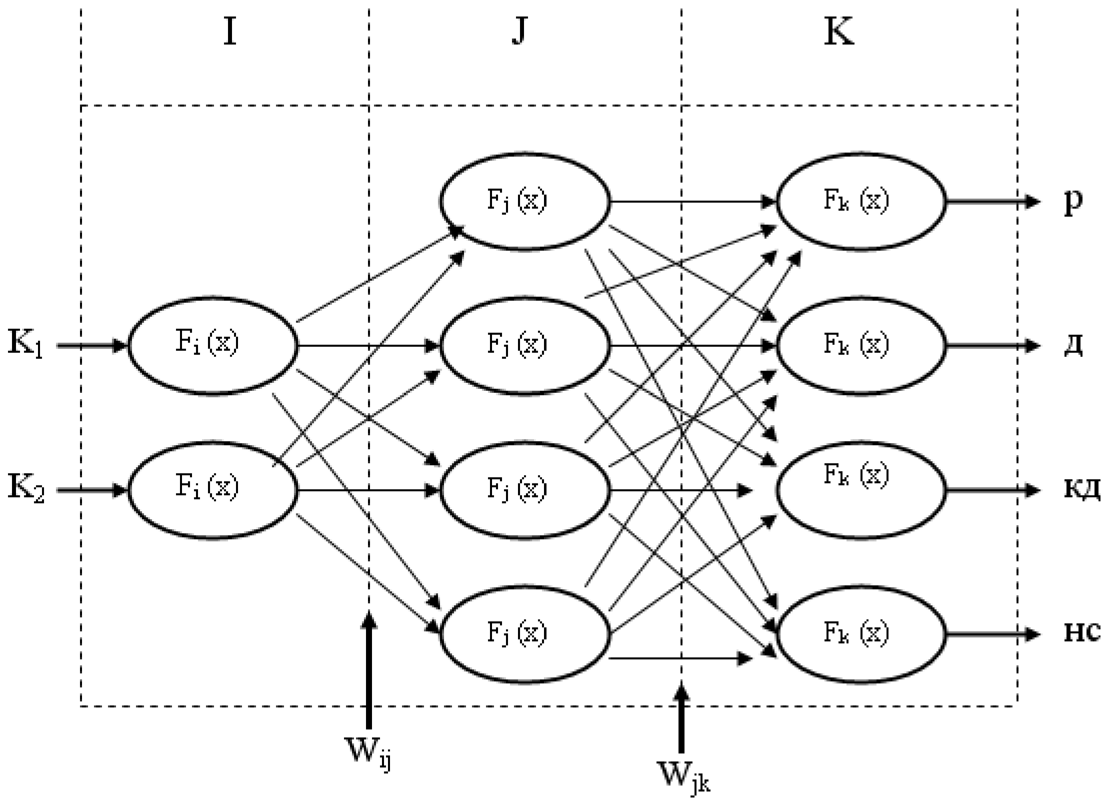


Рис. 2. Структура нейросети для решения задач диагностики

Обучающие выборки K_1 и K_2 формируются на основе наблюдений за состоянием объекта диагностирования. Локализация кратного дефекта, выполняется на ОД при замене исправного компонента на неисправный. Полученные значения ошибки обучения составили не более 10%.

Проведенные эксперименты и исследования подтвердили целесообразность использования нейросетей для решения задач диагностики. Это дает возможность внедрения новейших компьютерных технологий в производство диагностических комплексов, применяемых при обслуживании технических объектов. Оценка показателей диагностирования методом исключения варьируемого параметра дает возможность решить как задачи кластеризации и классификации областей состояний объекта диагностирования.

Как показывают расчеты, для решения задач кластеризации целесообразно использовать итеративно – градиентный алгоритм обучения НС *back propagation* (обратного распространения), используемый нами в дальнейшем для минимизации среднеквадратического отклонения текущих выходных значений сигнала от устанавливаемых в многослойной нейронной сети.

Этапы кластеризации для НС с алгоритмом обратного распространения, при наличии обучающей выборки, включают первичное формирование кластеров путем по парного сравнения наиболее различающихся входных сигналов. Обучающая выборка строится на основе детерминированной модели при известных интервалах допустимых изменений диагностируемых параметров. Мерой различия для бинарных сигналов может служить расстояние Хемминга, для других типов сигналов – евклидово расстояние. Если входов два, то считают, что первый сигнал принадлежит классу 1 (кластеру), другой – классу 2. Строится обучающая выборка, проводится обучение сети.

Случайным образом выбирается один из оставшихся входных сигналов и вводится в НС. Если среднеквадратичное отклонение текущего выхода от одного из известных выходных сигналов обучающей выборки меньше заданного порогового значения, то входной сигнал считается принадлежащим классу соответствующего примера. В противном случае считается, что входной сигнал принадлежит новому классу. Строится обучающая выборка из трех примеров и по ней выполняется обучение и т.д. Аналогичные действия повторяются до тех пор, пока не закончатся все сочетания компонент вектора входных величин.

На втором этапе объединения для каждого сформированного на первом этапе кластера строится «центральный» или «эталонный» образ, каждый элемент которого есть среднее арифметическое соответствующих элементов всех примеров данного класса. Далее с помощью меры Хемминга или Евклида определяется расстояние между парами «центральных» образов. Если расстояние меньше некоторого порогового значения, то два класса объединяются в один. Соответствующим образом формируется новая обучающая выборка и по ней проводится обучение НС. Эту операцию повторяют до тех пор, пока не останется ни одной пары классов, расстояние между «центральными» образами которых меньше порогового значения.

Анализируя возможность программной реализация этого алгоритма на языке MatLab можно выбрать сеть Кохонена. Алгоритм обучения такой сети (рис. 3) предусматривает самообучение по правилу «победитель забирает все» и обеспечивает решение задачи автоматической классификации, т.е. отнесения предъявленного вектора входов к одному из классов. Итоговым результатом обучения являются векторы весов, показывающие на центры кластеров (центры группирования) входных образов.

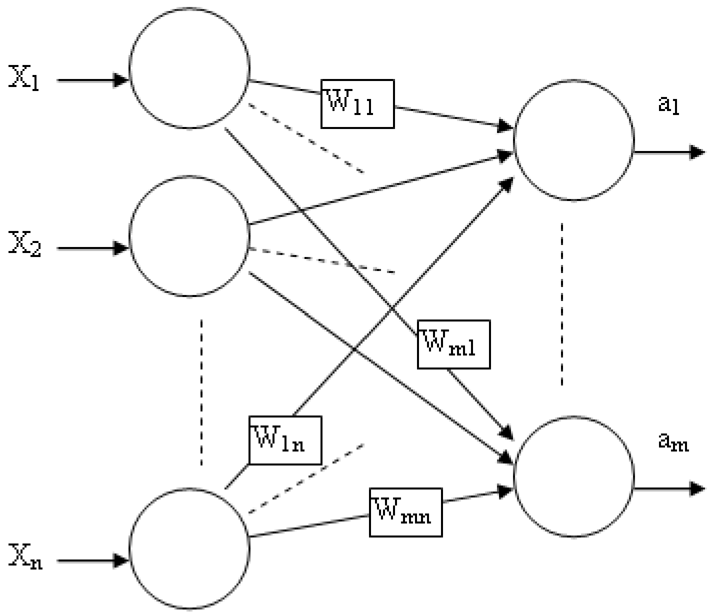


Рис. 3. Структура сети Кохонена

При настройке сети все векторы весов должны быть нормализованы:

$$\|w_i\| = 1, i = 1, 2, ..., m, w_r = w_r + \eta\,(x - wr),$$

где индекс r обозначает нейрон-победитель, соответствующий вектору весов w_r , который ближе всех расположен к (текущему) входному вектору x, η — коэффициент скорости обучения. После выявления нейрона-победителя его выход устанавливается равным единице (у остальных нейронов устанавливаются нулевые выходы), а веса корректируются так, чтобы уменьшить квадрат величины рассогласования $\|x-w_r\|^2$. Коррекции весов у других нейронов не производится. Итоговым результатом коррекций весов являются векторы весов, показывающие на центры кластеров входных образов. Для обучения сети не требуется значения целевых векторов, так как сеть обучается без учителя и в процессе обучения классифицирует входные векторы в группы схожих.

Коэффициент скорости обучения η обычно полагается равным 0,7 и может затем постепенно уменьшаться в процессе обучения. Это позволяет делать большие начальные шаги для быстрого грубого обучения и меньшие шаги при подходе к окончательной величине.

Сеть является предельно простой, но вместе с тем достаточно эффективной. Слой Кохонена часто применяется в составе других сетях в силу своей самообучаемости, и хотя поставленная задача имеет целевые векторы, использование сети Кохонена может открыть новые возможности при решении задач диагностики. Рассмотрим тестирование сети Кохонена в среде MatLab для примера оценки работоспособности объекта.

Для обучения нейросети требуется построение входного вектора $\mathbf{P}$ и выходного вектора $\mathbf{T}$ в качестве эталонной обучающей последовательности. Рассмотрим структуры и содержание этих векторов. Обучения НС будет производиться на примере диагностической изоварной карты электронного стабилизатора напряжения переменного тока [3], поэтому структура и содержание компонент вектора $\mathbf{P}$ следующая: две строки соответствующие двум координатам изоварной карты K_1, K_2 и N столбцов задающих объем обучающей выборки. Все состояния объекта диагностирования можно разбить на следующие области: область работоспособности; область одночных дефектов; область кратных дефектов; область неработоспособных состояний.

Сеть, воспринимая входной вектор как точку с двумя координатами, должна определить к какой области он относится и дать заключение о состоянии объекта, т.е. выход сети имеет четыре варианта, соответствующие каждой из областей состояний. Структура вектора $\mathbf{T}$ зависит от кодирования состояний объекта диагностирования. Если принадлежность одной из областей обозначить логической единицей, а непринадлежность – нулем, тогда сеть должна иметь следующие выходы:

– $\mathbf{T_1} = (1;0;0;0)$ – работоспособное состояние ($\mathbf{T_1}$);

– $\mathbf{T_2} = (0;1;0;0)$ – дефект одного элемента ($\mathbf{T_2}$);

– $\mathbf{T_3} = (0;0;1;0)$ – дефект нескольких элементов ($\mathbf{T_3}$);

– $\mathbf{T_4} = (0;0;0;1)$ – недопустимое состояние ($\mathbf{T_4}$) (например, выход из строя всех элементов).

Векторы $\mathbf{T_1}, \mathbf{T_2}, \mathbf{T_3}, \mathbf{T_4}$ представлены в виде векторов-столбцов. Количество столбцов вектора зададим равным N – общему объему обучающей выборки. Тогда каждой из четырех строк вектора ставится в соответствие состояние ОД: $\mathbf{T_1}, \mathbf{T_2}, \mathbf{T_3}, \mathbf{T_4}$ Чтобы связать выходные векторы с состояниями обьекта необходимо построить конфигурацию соответствующих областей по координатам изоварной карты K_1, K_2.

На рис. 4 представлена структура областей состояний ОД, которая соответствует реальным картам изовар.

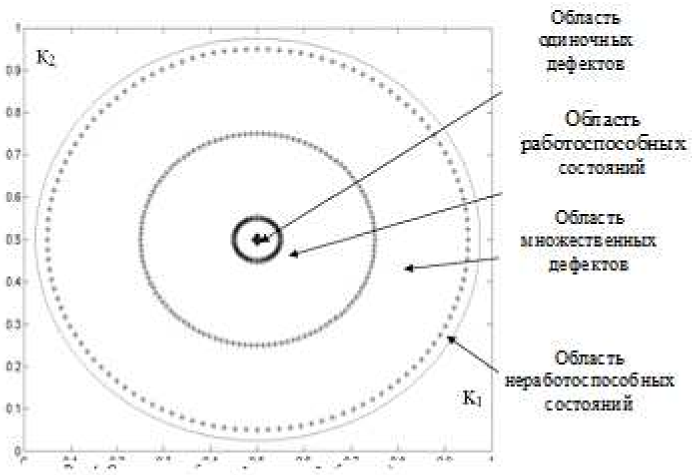


Рис. 4. Структура областей состояний объекта диагностирования для обучения

Если рассматривать карту изовар, как прямоугольную систему координат для двух переменных, то границы областей можно представить в полярной системе координат, тем самым, связав переменные. Пусть координаты рабочей точки РТ (0,5; 0,5) являются центром полярной системы координат, r – расстояние, j – угол поворота. Тогда связь между декартовыми координатами произвольной точки плоскости K_1, K_2 и введенными параметрами определится соотношениями: $K_1 = \rho\cos\varphi + 0,5$, $K_2 = \rho\sin\varphi + 0,5$. Изменяя угол в пределах $0 < j < 2p$ и меняя параметр r в пределах плоскости K_1, K_2, т. е. в пределах $0 < r \leq 0,5$ можно получить координаты любой из точек областей. Границы областей состояний можно определить с помощью параметра r следующим образом:

– $r \gg 0,05$ – граница области работоспособности;
– $r \gg 0,05$ и $r \gg 0,25$ – границы области однократных дефектов;
– $r \gg 0,25$ и $r \gg 0,45$ – границы области многократных дефектов;
– $r \gg 0,45$ и $r \gg 0,475$ – границы области недопустимых состояний.

Для дополнительного качества обучения, кроме включения координат границ областей состояний, можно также во входном векторе представить последовательности точек, принадлежащим разным областям и разграничить совпадающие границы областей. Такое построение увеличит объем обучающей последовательности с 605 до 759 обучающих пар, но тем самым увеличит и точность отнесения входных векторов желаемым областям состояний. Полученный объем в отношении к нейронным сетям, решающих задачи классификации и кластеризации, не является большим, и существенно не повлияет на скорость функционирования сети, в частности вероятностной НС.

При ограниченных аппаратных возможностях реализации сети, можно опустить рассмотренную дополнительную составляющую обучающей последовательности и использовать только координаты областей состояний. Программа построения разрабатываемой сети будет реализовываться в среде *MatLab*, применяющейся при решении математических задач. Поэтому выбор структуры нейросети можно выполнять, исходя из возможностей среды *MatLab* и ее специализированного пакета *Neural Network Toolbox*.

Пакет *Neural Network Toolbox* содержит средства для проектирования, моделирования, обучения и использования множества известных парадигм аппарата искусственных НС: от базовых моделей персептрона до самых современных ассоциативных и самоорганизующихся сетей. Для каждого типа архитектуры и обучающего алгоритма НС имеются функции инициализации, обучения, адаптации, создания и моделирования.

В состав пакета *Neural Networks Toolbox* входит 150 различных функций, образуя собой своеобразный макроязык программирования, позволяющий создавать, обучать и использовать самый широкий класс нейросетей. Данные функции по своему назначению делятся на ряд групп. Функции активации и связанные с ними функции обучения нейронных сетей. Функции настройки слоев нейронов являются вспомогательными при работе с некоторыми функциями обучения НС, а также используются при настройках однослойных нейросетевых структур (персептронов, слоев Кохонена и т.п.). Функции одномерной оптимизации можно рассматривать как вспомогательные для функций обучения.

Для многих НС этапом, предваряющим процедуру их обучения, является инициализация (задания некоторых – обычно выбираемых случайным образом) весов и смещений сети. Функции преобразования входов сети преобразуют значения входов с использованием операций умножения и суммирования. Функции весов и расстояний используют при создании самоорганизующихся карт. Функции использования нейронных сетей:

– моделирующая работу НС;

– инициализации НС;

– осуществляющая обучение НС;

– информации о структуре и свойствах НС.

Пакет *Neural Networks Toolbox* содержит ряд блоков, которые могут быть использованы для построения НС (в виде схем) в среде *Simulink*, либо применяться вместе с специальной функцией *gensim*, для создания модели сети по существующей программе на нейрочипе, нецелесообразна вследствие, высокой их стоимости и сравнительно небольшими требованиями, предъявляемыми нейросетью к микросхеме, так как исходная структура сети содержит всего два слоя и оперирует с двумя входами. Одним из вариантов аппаратной реализации является применение микроконтроллера фирмы *Analog Devices*, основным преимуществом которого в решаемой задаче, является низкая стоимость.

При решении сложных плохо формализуемых задач диагностики эффективность нейросетевого подхода проявляется в полной мере и может быть успешно использована для решения задач диагностики судовых электрических средств автоматизации (СЭСА). Выполняются задачи идентификации моделей, кластеризации данных, распознавания образов. При диагностировании судовых электрических средств автоматизации (ЭСА) технические состояния структурных единиц и элементов ЭСА можно принять за распознаваемые образы, а входной набор данных представить массивами значений основных диагностических признаков. Анализ состояний ОД, отображенных в пространстве основных диагностических признаков, выполняется при разбиении плоскости K_1, K_2 на подобласти состояний ОД. При этом группируются входные данные по критерию близости. Сеть выполняет кластеризацию данных, которая позволяет построить эффективный анализ состояния ОД при выполнении локализации дефектов в схемах СЭСА. Задачу диагностирования СЭСА можно свести к задаче наблюдения за величинами диагностических признаков выбранных каналов диагностирования.

При использовании нейросетевых методов существуют различные способы выделения областей, выбор наиболее оптимальных из них, обеспечивающих сходимости построенных алгоритмов, является первостепенной задачей, решаемой при нейросетевом подходе. В настоящее время применяются различные способы реализации запоминания областей. Наиболее употребляемые из них – это выделение областей гиперплоскостями и покрытие областей гипершарами. Для запоминания одной из ограничивающих область гиперплоскости достаточно сохранения $n+1$ значения, где n – размерность пространства. Соответственно для запоминания одного гипершара также требуется $n+1$ значение: координаты центра и радиус.

В нейронных сетях для запоминания каждой гиперплоскости или гипершара используется отдельный элементарный вычислитель, называемый нейроном, а для запоминания всех гиперплоскостей или гипершаров используется объединение составляющих нейронов в параллельную структуру – нейросеть. Именно параллельная согласованная работа всех нейронов обеспечивает быстрое решение задачи о принадлежности точки n-мерного пространства выделяемой при создании сети области.

Выберем для решения задач диагностики однонаправленные двухслойные сети, дающие хорошие результаты сходимости и точности решений. Задача формирования обучающей выборки, определение ее объема решается исходя из конкретного условия поставленной задачи. Выберем множество пар входных и выходных векторов $\{X_k, Y_k\}$, $k = 1,...,\ N$, где N – размер обучающей выборки. НС считаем однородной с последовательными связями и сигмоидальными передаточными функциями. Для определения количества нейронов, необходимого числа синаптических связей и их весов L_w использется соотношение:

$$MN/(1+\log_2 N) \leq L_w \leq M[(N/M)+1](n+M+1)+M,$$

где $M = 2^m$ – размерность входного сигнала; m – количество двухполюсных компонент схемы замещения ОД; n – размерность входного сигнала. При решении задач диагностики методом исключения варьируемого параметра пространство наблюдений состоит из двух диагностических признаков, т. е. $n = 2$.

Для определения количества синаптических связей при рассмотрении схемы, содержащей 20 составляющих компонент, зададимся следующими параметрами: $N = 512$; $n = 2$; $M = 10^6$ Получим $2 \cdot 10^5 < L_w < 10^{12}$. Количество нейронов определим из соотношения: $L = L_w/(n+M)$, тогда $L = 100$. Построение такой сети реально. Наиболее эффективным в данном случае является алгоритм обратного распространения (back propagation) и если функция активации нейрона дважды дифференцируема, то согласно теореме «о полноте» любая непрерывная функция на замкнутом ограниченном множестве может быть равномерно приближена функциями, вычисляемыми нейронными сетями.

Рассмотрим двухслойную сеть с несколькими нейронами скрытого слоя (рис. 5).

Построим алгоритм обучения этой нейросети. Специфика этого алгоритма определяет круг задач диагностирования судовых ЭСА. Выход сети описывается выражением:

$$O^k = 1/(1+exp(-w^T o^k)),$$

где w – вектор весов выходного нейрона; O^k – вектор выходов нейронов скрытого слоя с элементами: $o_i^k = 1/(1+exp(-w_i^T x^k))$, где w_i – вектор весов, связанных с i-м скрытым нейроном, $i = 1,...,L$.

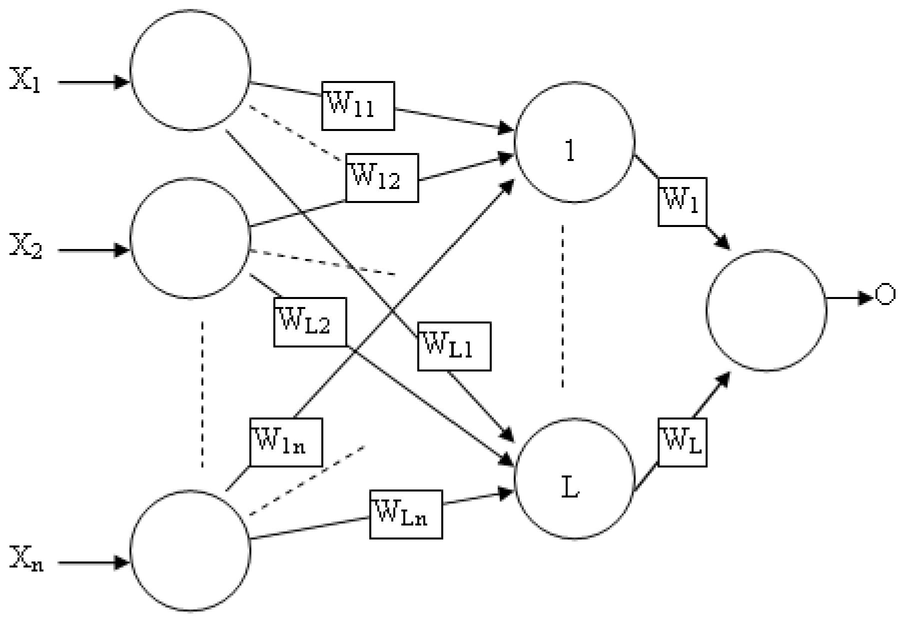


Рис. 5. Нейронная сеть с корректировкой весов

Градиентная корректировка весов выполняется на основе минимизации квадратичной функции ошибки посредством соотношений:

$$W = W - \eta[\partial E_k(W,w)/\partial W]; \; w_i = W - \eta[\partial E_k(W,w)/\partial w_i],$$

где $\eta = const$ – коэффициент скорости обучения $(0 < \eta < 1)$. Тогда для сигмоидальной функции активации получим:

$$\partial E_k(W,w)/\partial W = 0,5\partial/\partial W[y_{k-1}/(1+exp(-w^T o^k))]^2 = -(y^k - O^k)O^k(1-O^k)o^k.$$

Подставляя в исходное выражение, получим в скалярной форме:

$$W_i := W_i + \eta\delta_k o_i^k,$$

где $\delta_k = (y^k - O^k)O^k(1-O^k)$.

Аналогично для второго выражения в скалярной форме получим:

$$w_i^j = w_i^j + \eta\delta_k W_i o_i^k(1-o_i^k)x_j^k,$$

где $i = 1,...,L; j = 1,...,n$.

Алгоритм обучения нейросети, представленный на рис.5, используется для построения процедуры оценки состояния объектов судовых ЭСА. Наиболее употребляемым способом запоминание областей, является способ выделения областей гиперплоскостями.

Для запоминания отдельной гиперплоскости используется нейрон. Совокупность гиперплоскостей представляется объединением нейронов в нейросеть, выполняющую параллельную согласованную работу всех нейронов, что обеспечивает оперативное решение задачи о идентификации точки области, выделяемой при построении сети. Каждый нейрон j задает значениями весов своих входов уравнение гиперплоскости:

$$a_j = \sum_{i=0}^{n(j)} W_{ji}X_{ji} = 0,$$

где $n(j)$ – количество входов нейрона j; a_j – величина порога функции активации, $j \in 1, 2, \ldots, N$, обеспечивает оперативное решение задачи об идентификации точки области, выделяемой при построении сети. Двухуровневая НС способна аппроксимировать любую непрерывную функцию, определенную на ограниченном множестве $\{x_1, x_n\}$, с любой заданной точностью $\varepsilon > 0$:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{N} V_i(1/(1 + exp(-\sum_{i=1}^{n(j)} W_i^j x_i^j))),$$

где N – количество нейронов первого слоя; W_i^j – вес j го входа i-го нейрона первого слоя с сигмоидальной функцией активации, $i = 1,\ N; j = 1, n$.

В двумерном пространстве основных диагностических признаков можно выполнить разбиение изоварной картины по областям с реализацией распределенного коллективного запоминания нейронами при обучении. При этом выделение области работоспособности и областей одиночных и кратных дефектов наиболее эффективно проводится гиперплоскостями. Анализ изоварной картины мостового выпрямителя показал возможность использования нейросети для автоматизации диагностических процедур.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные теоретические исследования и модельные компьютерные эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

- проблема роста искажающей мощности в сети электропитания может быть эффективно решена методами активной цифровой фильтрации;

- выделение импульсных кондуктивных и других видов помех эффективно осуществлять, используя разложение в базисе вейвлетов;

- практическая реализация алгоритмов цифровой обработки может быть успешно осуществлена средствами микропроцессорной техники и силовой электроники.

Библиографический список

1. Горева Т.И., Пюкке Г.А., Портнягин Н.Н. Разработка метода построения аналитической модели параметрической оптимизации систем // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. – 2011. – № 2 (3) – С. 33-41.

2. Горбань А. Н., Дунин-Барковский В. Л., Кардин А. Н. и др. Нейроинформатика. – Новосибирск: Наука, 1998. – 295 с.

3. Пюкке Г. А., Кузнецов С. Е., Портнягин Н. Н. Диагностирование электрических цепей методом изовар / Изв. Вузов. Электромеханика. – 1998. – № 1. – С. 35-40.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 24.07.2012

УДК 621.3.01

ФИЛЬТРОКОМПЕНСИРУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО ИМПУЛЬСНЫХ И ФЛУКТУАЦИОННЫХ ПОМЕХ

Горева Т.С.[1], Кузнецов С.Е.[2], Порнягин Н.Н.[3]

[1] Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1

[2] Государственная морская академия им. адм. С.О. Макарова, 199106, г. Санкт-Петербург, Косая линия, д. 15а

[3] Российский государственный университет им. И.М. Губкина, 119996, ГСП-1, г. Москва, Ленинский проспект, 65

E-mail: tatyana-goreva@yandex.ru

Предложена методика и алгоритмы идентификации структурных составляющих несинусоидальных сигналов напряжения и тока в судовой электроэнергетической системе. Разработана структурная схема и полезная модель активного компенсатора кондуктивных помех на основе вейвлет-преобразования.

Ключевые слова: судовая электрическая сеть, активный компенсатор помех, импульсные помехи, вейвлет – преобразование

MSC 93B30

FILTER-UNIT PULSE AND FLUCTUATING NOISE

Goreva T.S.[1], Kuznetsov S.E.[2], Pornjagin N.N.[3]

[1] Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1

[2] Admiral Makarov State maritime academy, 199106, St. Petersburg, Oblique line 15a

[3] Gubkin Russian State University of Oil and Gas, 119996, Moscow, Leninsky prospekt., 65

E-mail: tatyana-goreva@yandex.ru

The technique and algorithms for identifying structural components of non-sinusoidal voltage and current signals in the ship power system. The skeleton diagram and useful model of active compensator conducted emissions on the basis of wavelet transform.

Key words: a ship electric network, the active jack of hindrances, pulse hindrances, wavelet – transformation

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] был предложен метод анализа импульсных помех в системах электроснабжения. Такой анализ необходим, так как увеличение установленной мощности нелинейных резко переменных нагрузок в судовых системах, приводит в ряде случаев к ухудшению качественных показателей электроэнергии (КПЭ).

Низкое качество электроэнергии характеризуется искажением формы синусоидального напряжения в цепях питания, отклонением напряжения за пределы установленных допусков или полные прерывания подачи электроэнергии. Такие возмущения могут быть вызваны гармониками сетевой частоты или неполадками в системе электроснабжения. Внешние возмущения обычно проявляются как неправильная работа оборудования или его полная остановка. Флуктуации напряжения имеют относительно небольшое (менее $\pm5\%$) изменение среднеквадратичного значениями напряжения в линии питания. Источником является пульсирующая нагрузка.

Целью методов преодоления проявлений низкого качества электроэнергии является обеспечение соответствия электроэнергии, используемой для питания оборудования, требованиям стандартов.

Поэтому принципиально новым методом многомасштабного анализа является структурная индексация. Её суть заключается в выявлении структурных особенностей сигналов для последующего анализа этих особенностей. Сигналы питающего напряжения содержат разномасштабные локальные особенности. Относительная величина и временная протяженность таких особенностей зависит от природы возмущения.

Естественным и наиболее эффективным способом представления таких сигналов является построение нелинейных адаптивных аппроксимирующих схем на основе экстраполирующих фильтров. Инструментом, позволяющим реализовать такую процедуру для сигналов с подобными особенностями, является вейвлет-преобразование. При обычном ортогональном вейвлет – разложении аппроксимирующие коэффициенты раскладываются на аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты более низкого уровня, а затем процедура применяется к вновь полученным аппроксимирующим коэффициентам. Детализирующие коэффициенты далее не анализируются.

МЕТОД СТРУКТУРНОЙ ИНДЕТИФИКАЦИИ

Предлагается новый метод выделения структурных составляющих случайных сигналов тока и напряжения на основе вейвлет – преобразования [2],[3],[5].

Структурная схема активного компенсатора помех (АКП) сетевого тока представлена на рис.1. В состав АКП входят следующие узлы:

1) датчики тока (ДТ) и напряжения (ДН);
2) микропроцессор с процессорным ядром DSP;
3) система управления силовыми ключами;
4) IGBT – преобразователь;
5) дроссели (L);
6) блок защиты (F);
7) выпрямитель (UD).

В состав компенсатора помех входят:

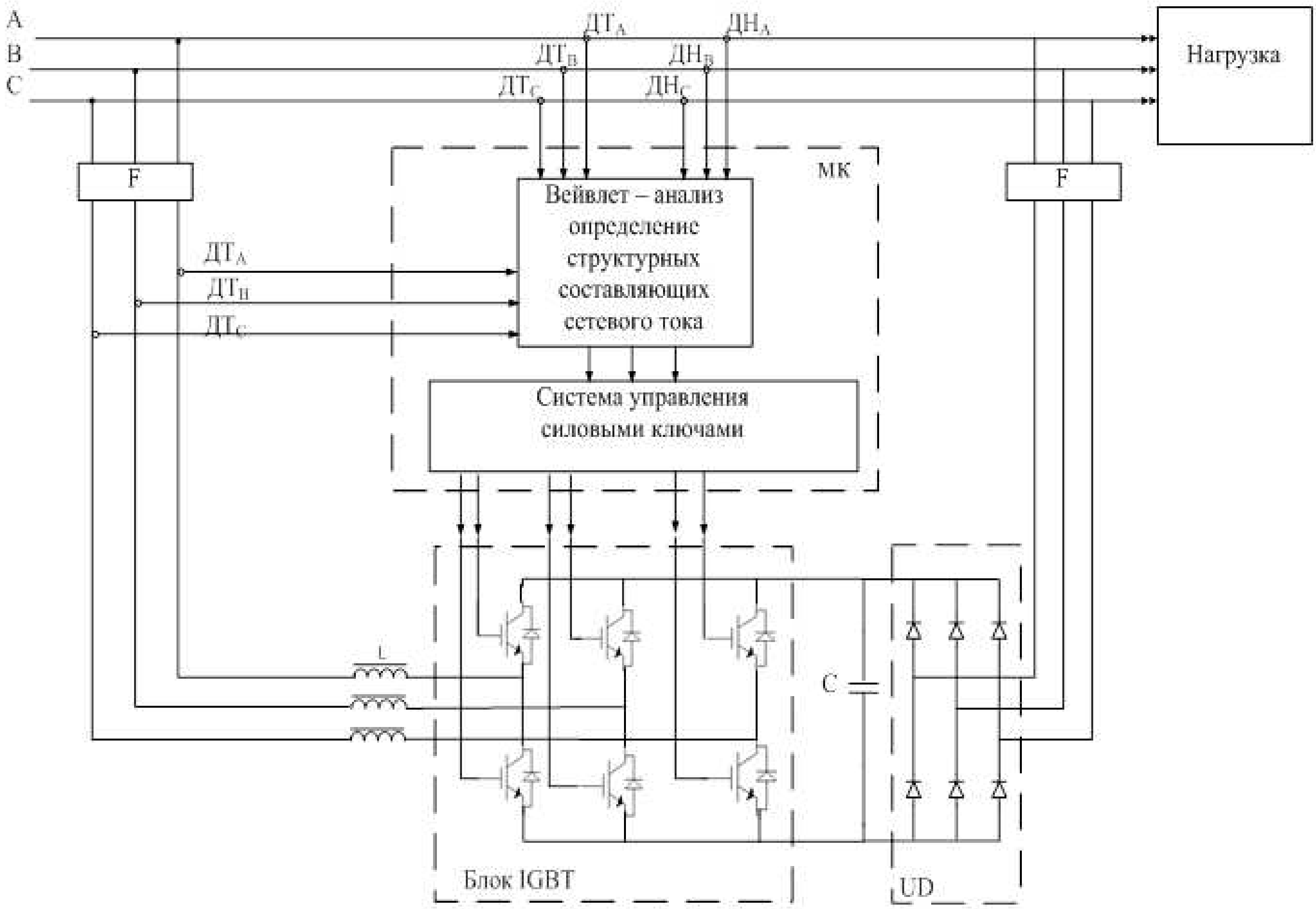


Рис. 1. Структурная схема системы обнаружения и компенсации помех тока

1. Современные интеллектуальные оптические датчики тока и напряжения. Работа оптического датчика тока основана на эффекте Фарадея, заключающемся в изменении поляризации светового потока под воздействием магнитного поля. Упрощенная структурная электронноoптической схемы датчика тока содержит источник оптического сигнала. Этот сигнал с помощью разветвителя преобразуется в два право- и левополяризованных сигнала с противоположными напряжениями вращения, которые поступают в оптическую петлю, выполненную из N витков оптоволокна. Возможное размещение датчиков: распределительные устройства, места разделки кабеля. Токовые датчики позволяют измерять токи в диапазоне от 3А до 1кА с погрешностью не превышающей 1%. Работает в диапазоне температур $-40\ldots+85\ {}^0C$. Вес этих датчиков в комплекте с оптоволоконными проводами не превышает 570 г. Полученные электрические сигналы поступают на вход аналого-цифрового преобразователя электронного блока с дальнейшей обработкой в DSP процессоре.

2. Блок активного фильтра (АФ). В качестве АФ используется инвертор напряжения на силовых IGBT-транзисторах. В схеме предусматривается независимое управление транзисторами каждой фазы. Накопителем энергии является конденсатор C и служит для сглаживания пульсаций мгновенной активной мощности потребителя.

3. Система управления активным фильтром (СУАФ). В основе СУ лежит широтно-импульсный модулятор, который преобразует непрерывные сигналы сетевого тока и напряжения в управляющие импульсы для IGBT-ключей инвертора напряжения.

Система управления реализует алгоритм минимизации значений токов ВГ. В цепях модулятора предусмотрена обратная связь по току и таким образом обеспечивается «слежение» токов компенсации i_k за изменением задающих токов i_s. Применение в СУ и инверторе амплитудно-импульсной модуляции (АИМ) взамен широтно-импульсной модуляции (ШИМ) позволит улучшить качество выходного тока и напряжения инвертора, что открывает перспективы применения инверторов в автономных электротехнических комплексах, таких как судовые электротехнические системы.

4. Блок формирования задающих токов компенсации (Вейвлет-Фильтр). При изменяющемся режиме работы нелинейных нагрузок кривые напряжения и тока оказываются непериодическими. Амплитуды и фазы ВГ изменяются во времени по случайным законам. Кроме того, при работе нелинейных нагрузок появляются импульсные и флуктуационные помехи они обуславливают появление составляющих сплошного спектра. По этой причине применение рядов Фурье для идентификации структурных составляющих дает значительную погрешность, следовательно и все устройство будет работать неэффективно.

5. Блок защиты содержит быстродействующие предохранители и с помощью контактора и балластного сопротивления обеспечивает защиту от КЗ и перегрузки. Применение АКП обеспечивает значительное снижение:

– коэффициента несинусоидальности;

– коэффициента n-й гармонической составляющей.

Построена компьютерная модель фильтрокомпенсирующего устройства рис. 2–4 [4]. Проведена экспериментальная проверка разработанных алгоритмов улучшения параметров качества электроэнергии. Результаты эксперимента приведены на рис.5–8.

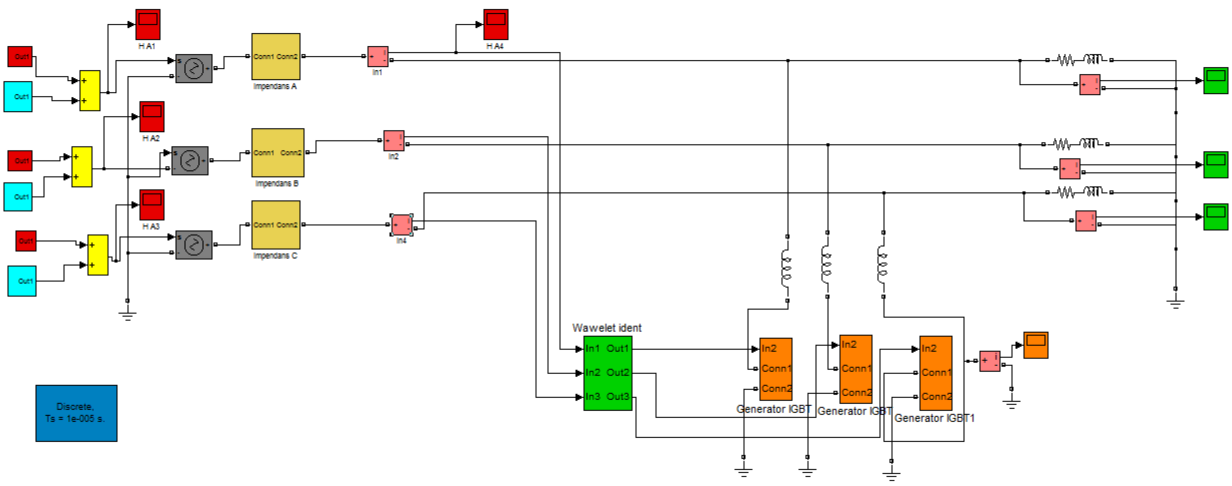


Рис. 2. Полезная модель на фильтрокомпенсирующее устройство импульсных и флуктуационных помех случайного характера, возникающих в системах электроснабжения, с идентификацией в ортогональном вейвлет-базисе

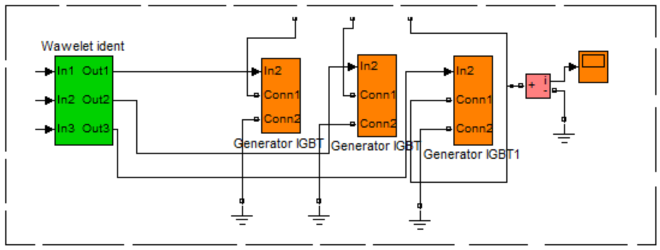


Рис. 3. Подсистема формирования сигнала управления

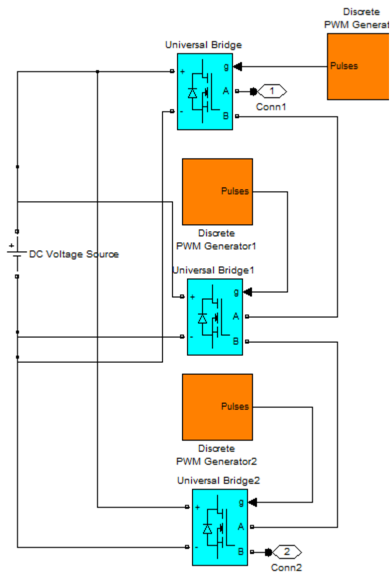


Рис. 4. Подсистема выработки сигнала компенсации

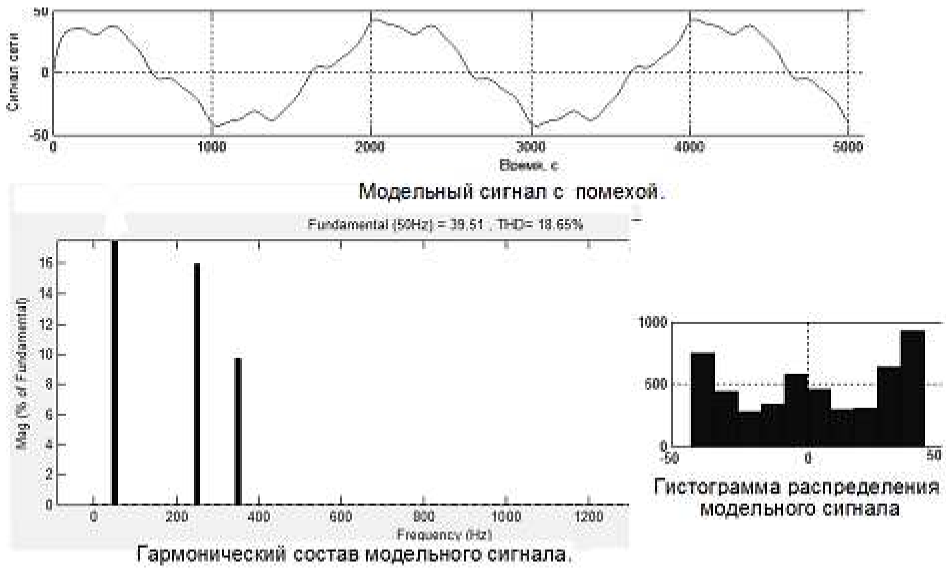


Рис. 5. Анализ структурных особенностей тока нагрузки (соответствующим пятой и седьмой гармоникам по Фурье)

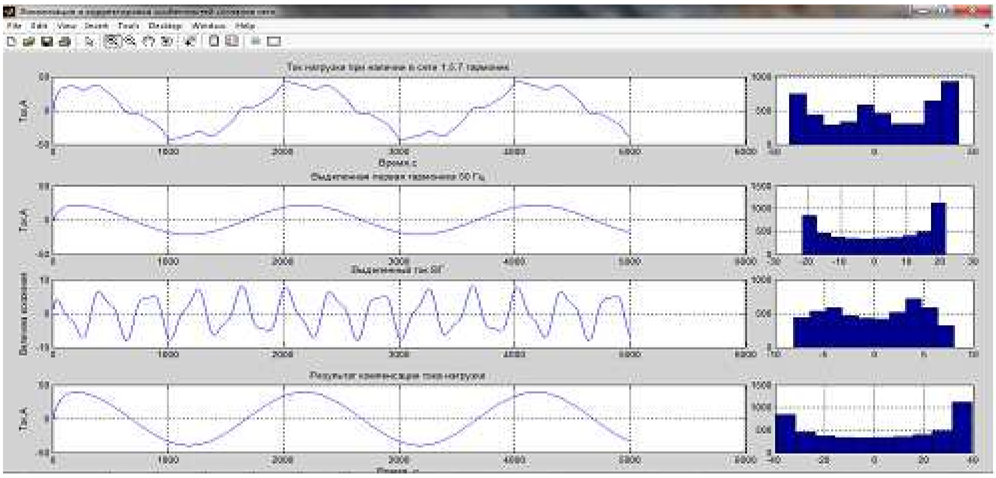


Рис. 6. Идентификация структурных компонент тока нагрузки

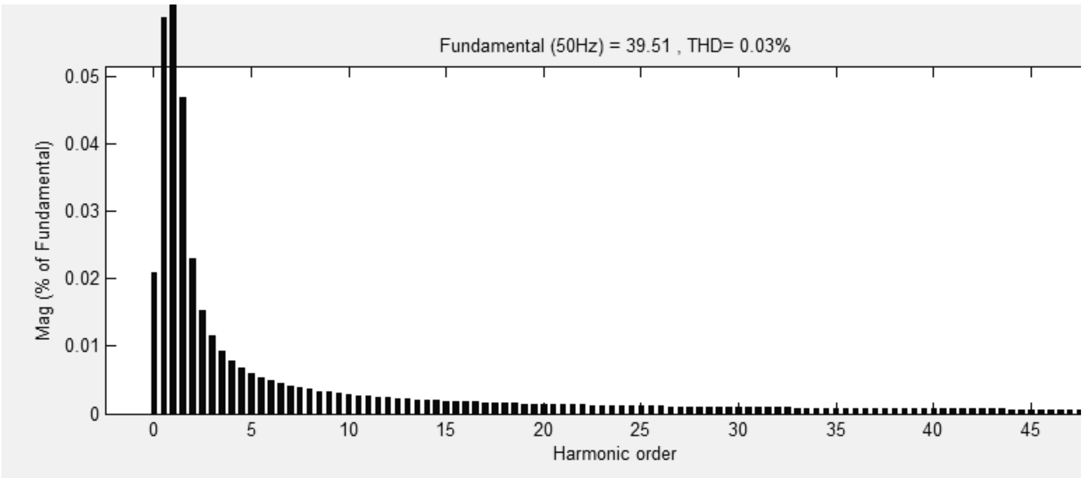


Рис. 7. Гармонический состав сигнала после подавления помехи

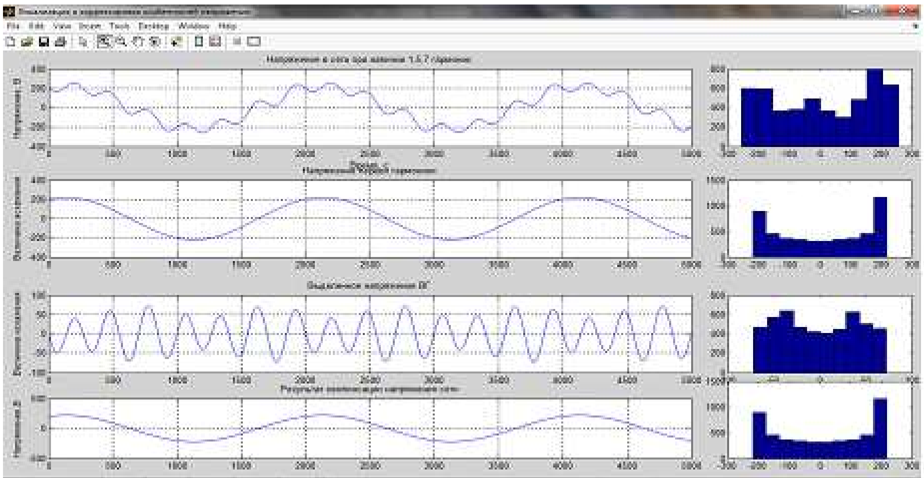


Рис. 8. Идентификация структурных компонент напряжения сети

Из полученных результатов видно, что представленные методы и разработанный активный компенсатор помех позволит уменьшить высшие гармонические составляющие в питающую сеть от 18,65 до 0,03%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные теоретические исследования и модельные компьютерные эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

- проблема роста искажающей мощности в сети электропитания может быть эффективно решена методами активной цифровой фильтрации;

- выделение импульсных кондуктивных и других видов помех эффективно осуществлять, используя разложение в базисе вейвлетов;

- практическая реализация алгоритмов цифровой обработки может быть успешно осуществлена средствами микропроцессорной техники и силовой электроники.

Библиографический список

1. Горева Т.С., Кузнецов С.Е, Портнягин Н.Н. Метод анализа импульсных помех в системах электроснабжения с индентификацией структурных компонент в ортогональном вейвлет-базисе // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. – 2011. – № 2 (3) – С. 50–57.

2. Кузнецов С.Е., Портнягин Н.Н., Горева Т.С., Горева Т.И. Свидетельство об отраслевой регистрации комплекса программ для ЭВМ № 16624: «Анализатор импульсных и флуктуационных помех случайного характера в системах электроснабжения с идентификацией структурных компонент в ортогональном вейвлет базисе». – М.: ИНИМ РАО, 2011.

3. Кузнецов С.Е., Горева Т.С., Портнягин Н.Н. Построение активных фильтров подавления импульсных помех в сетях электропитания промысловых судов с применением вейвлет – анализа // Эксплуатация морского транспорта. – 2011. – Вып. 3. – С. 65–70.

4. Горева Т.С., Портнягин Н.Н., Кузнецов С.Е. Свидетельство об отраслевой регистрации комплекса программ для ЭВМ № 16746: «Полезная модель на фильтрокомпенсирующее устройство импульсных и флуктуационных помех случайного характера, возникающих в системах электроснабжения, с идентификацией в ортогональном вейвлет - базисе». – М.: ИНИМ РАО, 2011.

5. Горева Т.С., Портнягин Н.Н. Методы построения активных фильтров подавления импульсных помех в сетях электропитания промысловых судов. – М.: Академия Естествознания, 2010. – 102 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 12.06.2012

Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(4). – С. 5-10 – ISSN 2079-6641

МАТЕМАТИКА

УДК 512.24

О ПОДГРУППАХ ПОЧТИ АМАЛЬГАМИРОВАННОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ ГРУПП С КОНЕЧНОЙ ОБЪЕДИНЕННОЙ ПОДГРУППОЙ

А.П. Горюшкин[1,2]

[1] Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4
[2] Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1
E-mail: as2021@mail.ru

Исследуются подгруппы групп, почти разложимых в свободное произведение с объединенной конечной подгруппой.

Ключевые слова: свободное произведение с объединением, порождающее множество, индекс подгруппы, нормальный делитель.

MATHEMATICA

MSC 18A32

ON SUBGROUPS OF ALMOST AMALGAMATED FREE PRODUCT TWO GROUPS WITH FINITE AMALGAMATED SUBGROUP

A.P. Goryushkin[1,2]

[1] Kamchatka State University by Vitus Bering, 683032, Petropavlovsk Kamchatskiy, Pogranichnaya st, 4, Russia
[2] Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1
E-mail: as2021@mail.ru

Subgroups of groups which can be present as almost free product of two groups with finite
amalgamated subgroup are studied.

Key words: free product with amalgamation, set of generators, index of a subgroup, normal subgroup.

ВВЕДЕНИЕ

Группа G почти обладает некоторым свойством, если G является конечным расширением группы, обладающей этим свойством.

Например, свободное произведение двух конечных групп является почти свободной группой. Почти свободной группой будет и амальгамированное произведение двух конечных групп с объеденной нормальной подгруппой.

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ПОЧТИ РАЗЛОЖИМОСТИ

Пусть группа G – почти разложима в амальгамированное произведение, т. е. в группе G есть нормальный делитель N конечного индекса, который является свободным произведением с объединенной подгруппой, $N = A \underset{U}{*} B$, причем подгруппа U имеет индекс больше единицы и в группе A, и в группе B. Предположим дополнительно, что подгруппа U – конечна.

В такой группе G конечным нормальным делителем может быть только подгруппа из U. Более того, каждая конечно порожденная подгруппа бесконечного индекса вместе со всеми своими сопряжениями, образно выражаясь, «занимает очень мало места», как показывает следующая теорема, являющаяся необходимым условием почти разложимости группы в свободное произведение с объединенной конечной подгруппой.

Теорема 1. *Если группа G почти разложима в амальгамированное произведение с объединенной конечной подгруппой, и H – произвольная конечно порожденная подгруппа бесконечного индекса в G, то для некоторого элемента w из G множество* $wHw^1 \ \cap H$ *конечно.*

Доказательство. По условию в G существует нормальный делитель N конечного индекса, причем $N = A \underset{U}{*} B$, где A, B – неединичные группы, а подгруппа U – конечна, и $|\,A : U\,| > 1, |\,B : U\,| > 1$.

Пусть D – пересечение нормального делителя N и подгруппы H, $D = N \cap H$

Из неравенства $|H : D| \leq |G : N|$ и конечной порожденности H следует, что подгруппа D тоже конечно порождена. Кроме того, из конечности индекса N в G и бесконечности индекса H в G следует, что индекс $|N : D|$ – бесконечен.

Так как объединяемая подгруппа U конечна из бесконечности «обычного» индекса H в G следует бесконечность разложения Nпо двойному модулю (D, U).

Итак, D – конечно порожденная подгруппа в группе $N = A \underset{U}{*} B$, и индекс $|N : (D, U)\,|$ бесконечен. Число двухконцевых двойных смежных классов конечно (см. [1], следствие к лемме 8). Отсюда следует, что существует такой элемент u из N, что все элементы из uDu^1в полуприведенной форме начинаются и заканчивается Aслогом. Точно также найдется такой элемент s из N, что все элементы из sDs^1в полуприведенной форме начинаются и заканчивается Bслогом. Но это значит, что пересечение $uDu^{-1} \cap sDs^{-1}$ целиком содержится в объединяемой подгруппе U..

Пусть $w = us$. Тогда подгруппа $D_1 = wDw^1 \cap D$ целиком содержится в uUu^1, и поэтому конечна. Теперь заметим, что

$$wHw^1 \cap H) \cap N = wHw^1 \cap N) \quad \cap (H \ \cap N) = wHw^1 \ \cap wNw^1) \cap \ (H \ \cap N) =$$

$$= w(H \ \cap N)w^1 \ \cap (H \ \cap N) = wDw^1 \cap D \subset uUu^1.$$

Итак, множество $wHw^1 \cap H\ ) \cap N$ содержится в сопряжении объединяемой подгруппы, и поэтому состоит из конечного числа элементов.

Кроме того, индекс $(\varpi H\varpi^1 \cap H) \cap N$в $(\varpi H\varpi^1 \cap H)$ конечен; а это и означает, что $wHw^1 \cap H$ – конечное множество. Теорема доказана. □

Следствие 1. *Пусть группа G порождается конечным множеством своих подгрупп $G_1, G_2, ..., G_m$, причем каждое пересечение $D_{ij} = G_i \cap G_j (i,\ j \in \{1, 2, ..., m\})$ – конечно порождено и имеет конечный индекс и в G_i,* и в G_j, *и хотя бы одна из подгрупп D_{ij} имеет бесконечный индекс в G. Тогда если G – почти разложима в свободное произведение с объединенной конечной подгруппой, то все подгруппы* $G_1, G_2, ..., G_m$ – конечны.

Доказательство. Предположим, например, что группа G_1 бесконечна. Следовательно, D_{1k}– тоже бесконечны для всех $k = 2, 3, ..., m$, и, следовательно, бесконечны и все остальные подгруппы G_k. Покажем, что тогда необходимое условие почти разложимости в свободное произведение с объединенной конечной подгруппой для группы G не выполняется.

В качестве контрпримера – подгруппы H, опровергающей утверждение теоремы 1 о свойствах конечно порожденных подгруппах почти разложимых групп, возьмем пересечение $G_i \cap G_j$, имеющее бесконечный индекс в G, $H = G_i \cap G_j$.

Так как $G = gp(G_1, G_2, ..., G_m)$, произвольный элемент w из G является словом, слогами которого являются элементы g_i, выбранные из G_i. Индукцией по числу этих слогов в представлении w получаем, что пересечение $wHw^1 \cap H$ имеет конечный индекс во всех подгруппах G_k. Поэтому для любого элемента w из G пересечение $wHw^1 \cap H$ состоит из бесконечного числа элементов. Утверждение доказано. □

Непосредственно из этого получается следующее утверждение.

Следствие 2. Свободное произведение $A \underset{U}{*} B$, где подгруппа U – конечно порождена и имеет конечный неединичный индекс в каждом сомножителе, является почти свободным произведением с объединенной конечной подгруппой тогда и только тогда, когда группы A, B – конечны.

ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ КОНЕЧНОСТИ ИНДЕКСА ПОДГРУППЫ

Для каждой конечно порожденной подгруппы H бесконечного индекса в свободном произведении найдется нетривиальный нормальный делитель группы, имеющий с H единичное пересечение ([2], глава I, §7).

Свободное произведение групп является частным случаем обобщенного свободного произведения – объединяемая подгруппа в свободном произведении единична, и в частности – конечна.

Оказалось, что вместо слов «свободное произведение» можно говорить почти разложимая в свободное произведение с объединенной конечной подгруппой.

Теорема 2. *Если H – конечно порожденная подгруппа бесконечного индекса в почти свободном произведении двух групп и с объединенной конечной подгруппой, то существует такой неединичный нормальный делитель S группы что пересечение $H \cap S$– единично.*

Доказательство. По условию в нашей группе существует нормальный делитель G конечного индекса, причем $G = A \underset{U}{*} B$, где A, B – неединичные группы, а подгруппа U – конечна. Разложимость должна быть нетривиальна, т. е. индекс U в каждом из множителей должен быть больше единицы. Если он конечен в каждой из подгрупп, то G является почти свободной группой, а для почти свободных групп утверждение теоремы 2 верно. Поэтому можно считать, что по крайней мере один из индексов (а. следовательно, и один из множителей) бесконечен.

Рассуждая далее точно так же, как в начале доказательства теоремы 1, видим, что достаточно доказать утверждение теоремы 2 для группы G.

Итак, пусть конечно порожденная подгруппа H содержится в группе G и имеет в ней бесконечный индекс. Объединяемая подгруппа конечна, поэтому разложение группы G по двойному модулю (H, U) тоже бесконечно. Из конечной порожденности H следует, что число двухконцевых смежных классов HgU конечно, и следовательно, существуют одноконцевые смежные классы.

Из конечности объединяемой подгруппы следует, что и число правых смежных классов Hg_i, $i \in I$, тоже конечно. Используя множество всех L левых сегментов всех элементов из H, получаем, что некоторое сопряжение $g_i^{-1}Hg_i$ подгруппы H с помощью представителя g_i двухконцевого смежного класса является одноконцевым (причем длина элементов из подгруппы $g_i^{-1}Hg_i$ не ограничена).

Пусть z – произвольный элемент из G, который начинается A-слогом, а заканчивается B-слогом. Тогда все элементы из множества

$$\left\{z^{-1}w^{-1}g_i^{-1}Hg_iwz \mid i \in I\right\}$$

оканчиваются только на Bслоги. Кроме того, для каждого нееденичного элемента h из H верно неравенство $l\left(z^{-1}w^{-1}g_i^{-1}hg_iwz\right) > l(z)$.

Если теперь выбрать z так, чтобы $l(z) > l(w)$, то для каждого неединичного элемента a из свободного множителя A выполнится неравенство $l(wzaz^{-1}w^{1}) > l(z)$ - $l(w)$.

Следовательно, существует такой элемент w из группы G, что:

a) все элементы из множества $\left\{w^{-1}g_i^{-1}Hg_iw \mid i \in I\right\}$ оканчиваются только на B-слоги;

b) $min\{l\left(waw^{-1}\right), l\left(w^{-1}g_i^{-1}hg_iw\right)\} > max\{l\left(g_i^{-1}g_j\right)\}$ для любых i, $j \in I$, h из $H \setminus U$, a из $A \setminus U$;

c) $l\left(waw^{-1}\right) > \max\left\{l\left(g_i\right) \mid i \in I\right\}$.

Если w обладает свойствами a и b и a - произвольный неединичный элемент из A, то элемент $x = waw^{1}$ не принадлежит множеству $\left\{g_i^{-1}Hg_j \mid i, j \in I\right\}$. Предположим, что существует элемент h и индексы i, j такие, что $x = g_i^{-1}hg_j$. Ввиду условия b $h \notin U$. Из этого равенства следует $g_i^{-1}g_j = g_i^{-1}hg_i^{w}aw^{-1} = w\left(w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_iwa\right)w^{-1}$.

Элемент $w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}$ оканчивается на B-слог, поэтому

$$l\left(w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}a\right) > l\left(w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}\right)$$

.

Кроме того, элемент $w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}a$является строго циклически приведенным, и, следовательно, для каждого элемента g из G выполняется неравенство

$$l\left(g^{-1}w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}ag\right) \quad \geq \quad l\left(w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}a\right).$$

Таким образом, получаем, что

$$l\left(g_i^{-1}g_j\right) = l\left(g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}aw^{-1}\right) \geq l\left(w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{wa}\right) > \quad l\left(w^{-1}g_i^{-1}h^{-1}g_i^{w}\right) > l\left(g_i^{-1}g_j\right).$$

Полученное противоречие означает, что предположение о том, что элемент x принадлежит множеству $\{g_i^{-1}Hg_j \mid i,\ j \in I\}$, неверно: элемент g_ix несравним с g_j по модулю H для всех $i,\ j \ \in I$.

Возьмем w в выражении $x = waw^1$, удовлетворяющим условиям a,b,c.

Тогда для каждого i из I элемент g_ix оканчивается на такой же слог, что и элемент x. Пусть для определенности элемент x оканчивается на A-слог.

Каждый правый смежный класс Hg_ix содержит элемент, оканчивающийся на A-слог. Кроме того, смежный класс Hg_ix – одноконцевой, так как он не входит в множество M, а множество M содержит все двухконцевые правые смежные классы по H.

Это значит, что все элементы из Hg_ix оканчиваются только на A-слоги. Следовательно, и все элементы из Mx оканчиваются тоже только на A-слоги, а так как M содержит L, то и все элементы из Lx оканчиваются на A-слоги, и ни один элемент из U не попал в Lx. Следовательно, элемент x^{-1} не является правым сегментом никакого элемента из L.

Первый слог x^{-1} является обращением последнего слога элемента x, откуда следует, что элемент q оканчивается на B-слог. Но тогда $yx = q$ – элемент из Lx, оканчивающийся на B-слог; получили противоречие.

Таким образом, элемент x^{-1} не является правым сегментом никакого элемента из L. Это означает, что x^{-1} не может быть внутренним сегментом никакого элемента h из H. Другими словами, для каждой конечно порожденной подгруппы H бесконечного индекса в G найдется такой элемент w_0, который не содержится в качестве внутреннего сегмента ни в одном из элементов из подгруппы H.

Теперь покажем, что для любого элемента w_0 из группы $G = A \underset{U}{*} B$, где подгруппа U – конечна, найдется нормальный такой делитель S группы G, что каждый неединичный элемент из S содержит в своей нормальной форме в качестве сегмента элемент w_0.

Для этого воспользуемся методом малых сокращений для амальгамированных свободных произведений (см., например: [3], гл. V, раздел 11). Чтобы построить требуемый нормальный делитель S, достаточно указать такое симметризованное множество R, удовлетворяющее условию $C'\left(\frac{1}{6}\right)$, что левая половина каждого элемента из R содержит в качестве внутреннего сегмента наперед заданный элемент w_0.

Условие $C'\left(\frac{1}{6}\right)$ означает, что для различных элементов r_1 и r_2 из R, имеющих приведенные формы $r_1 = xy_1$ и $r_2 = xy_2$, выполняется неравенство $l\,(x) < \dfrac{\bar{l}\,(x)}{6}$. Пусть w – элемент из G, имеет приведенную форму $w = a_1b_1sa_2b_2$, где a_1, a_2, b_1, b_2 – элементы из $A \setminus U$, $B \setminus U$ соответственно, а элемент s содержит элементы w_0 и w_0^{-1}в качестве внутренних сегментов. Предположим, кроме того, что $l\ (w) \geq 15$.

Так как, по крайней мере, один из индексов подгруппы U в группах A, B бесконечен, а другой индекс не меньше двух, элемент w можно выбрать таким образом, что элементы a_1, a_2, b_1, b_2 и их участвуют в образовании элемента w в точности один раз.

Рассмотрим теперь симметризованное множество R, порожденное элементом w^7. Множество R состоит из всех циклически приведенных сопряжений элементов w^7 и w^{-7}. Каждый элемент r из R можно представить в виде $r = x^{-1}w_1x$, где w_1 – циклическая перестановка элемента w^7 или w^{-7}, а x - элемент из свободного множителя A или B.

Если $x \notin U$, то $r = x^1 u_1 x$ является полуприведенной формой элемента r. Поэтому приведенная форма элемента r из R, отличного от u и u^1, имеет вид $r = (w_2 w^6 w_1)^{\varepsilon}$, где $\varepsilon = \pm 1$, а $w = w_1 w_2$ – полуприведенная форма элемента w. Если $r = w$ или w^{-7}, то получим разложение для элемента r полагая $w_1 = 1$ если $\varepsilon = 1$, и $w_2 = 1$, если $\varepsilon = -1$.

Таким образом, в приведенной форме элемента r, если $\varepsilon = 1$, то $l\,(w) \geq 1$ и w_2 заканчивается B-слогом; если $\varepsilon = -1$, то $l\,(w) \geq 1$ и элемент w_1^{-1} заканчивается A-слогом. В любом случае $l\,(w_1) \leq l\,(w)$ и $l\,(w_1) \leq l\,(w)$. Кроме того, для каждого элемент r из R выполняется равенство $\bar{l}\,(r) = 7 \cdot l\,(w)$, и поэтому $l\,(w) + 2 < \frac{1}{6}\bar{l}\,(r)$.

Левая половина каждого элемент из R содержит элемент w_0 по построению R. Отсюда следует, что, что множество R удовлетворяет условию $C'\left(\frac{1}{6}\right)$, и поэтому каждый элемент из S – нормального замыкания множества R содержит в качестве внутреннего сегмента левую половину некоторого элемента из R, которая содержит внутри себя элемент w_0. Теорема 2 доказана. $\Box$

Доказанное утверждение означает, в частности, что достаточным условием конечности порожденной подгруппы H почти амальгамированного произведения G двух групп с конечной объединенной подгруппой является не тривиальность пересечения H с любым неединичным нормальным делителем группы G.

Заключение

Убрать условие конечности для объединяемой подгруппы в формулировке теоремы 2 нельзя. Даже в случае, когда множители являются свободными группами, амальгамированное произведение свободных групп может оказаться простой группой. В таком случае, естественно, что о никаких нормальных делителях, лежащих вне конечно порожденной подгруппы, речь уже идти не может.

Библиографический список

1. Karras A., Solitar D. The subgroups of a free product of two groups with an amalgamated subgroup // Trans. Amer. Math. Soc. – 1970 – V.150 – P. 227–255.
2. Горюшкин А.П. Группы, разложимые в свободное произведение (строение и применение), Palmarium Academic Publishing, Саарбрюккен, 2012. – 142 с.
3. Линдон Р., Шупп П. Комбинаторная теория групп. – М., Мир, 1980. – 448 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 15.05.2012

Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(4). – С. 18-23 – ISSN 2079-6641

УДК 517.955

МОДЕЛЬ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА РАДОНА

Паровик Р.И.[1,2]

[1] Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7
[2] Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1
E-mail: parovikroman@gmail.com

В работе предложена модель радиоактивного распада вещества на примере радона (^{222}Rn). В модели предполагается, что вероятность распада радона, а также период его полураспада зависят от фрактальных свойств геологической среды. Установлены зависимости параметров распада от фрактальной размерности среды.

Ключевые слова: фрактальная размерность, радиоактивный распад, дробная производная

MSC 00A71

MODEL RADIOACTIVE RADON DECAY

Parovik R.I.[1,2]

[1] Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia
[2] Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1, Russia
E-mail: parovikroman@gmail.com

In a model of radioactive decay of radon in the sample (^{222}Rn). The model assumes that the probability of the decay of radon and its half-life depends on the fractal properties of the geological environment. The dependencies of the decay parameters of the fractal dimension of the medium.

Key words: fractal dimension, radioactive decay, a fractional derivative

ВВЕДЕНИЕ

В 2005 году вышла работа немецких физиков [1], в которой приводился эксперимент по ускорению процесса распада нестабильных ядер железа (^{57}Fe). С помощью искусственно созданной слоистой структуры с центром в виде тонкой пленки ^{57}Fe был организован рентгеновский волновод.

В эксперименте короткая вспышка рентгеновского излучения проходила вдоль железного слоя волновода и приводила ядра в неустойчивое возбужденное состояние. Далее через долю микросекунды ядра переходили в исходное состояние с испусканием рентгеновского фотона исходной энергии, при этом наблюдалось изменение вероятности распада возбужденного состояния ядра. В результате такого изменения ядро в 6 раз быстрее стало испускать гамма-квант.

Авторы объясняют этот эффект наличием ограниченного пространства (стенками волновода) так как, попадая в волновод, фотон имеет несколько другое распределение, чем в пустом неограниченном пространстве.

Следовательно, можно сделать вывод о том, что распад нестабильных ядер может в зависимости от конкретных ситуаций ускоряться или замедляться. Поэтому может изменяться T – период полураспада вещества и λ – вероятность распада вещества.

Если волновод заполнен фрактальной геологической средой, то естественно предположить, что параметры λ и T должны зависеть от фрактальной размерности среды. В настоящей работе согласно этому предположению предложена новая модель радиоактивного распада радона.

МОДЕЛЬ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА ^{222}RN.

Закон распада радионуклидов [2] интерпретируется так: число атомов радона ΔN, распадающихся за промежуток времени между t и $t+\Delta t$, пропорционально числу атомов радона еще не распавшихся к моменту и некоторой постоянной величины λ, характеризующей скорость превращений данного элемента.

С помощью математического уравнения этот закон можно записать в дифференциальной форме следующим образом:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \tag{1}$$

Знак минус говорит об уменьшении числа атомов в процессе распада. Уравнение (1) предполагает наличие стопроцентной концентрации частиц радиоактивного радона в рассматриваемом пространстве. Если известно число атомов радона N_0 в начальный момент времени $t=0$, то решение уравнения (1) запишется так:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{2}$$

Из уравнения (1) постоянная распада определяется как отношение:

$$\lambda = \left| \frac{\frac{dN(t)}{dt}}{N(t)} \right| \tag{3}$$

Для радона $\lambda = 2,1 \cdot 10^{-6} c^{-1}$ [2]. Период полураспада радона T определяется согласно уравнению (2), когда $N = N_0/2$ и составляет $T = \ln 2/\lambda \approx 3,82$ дня (рис.1).

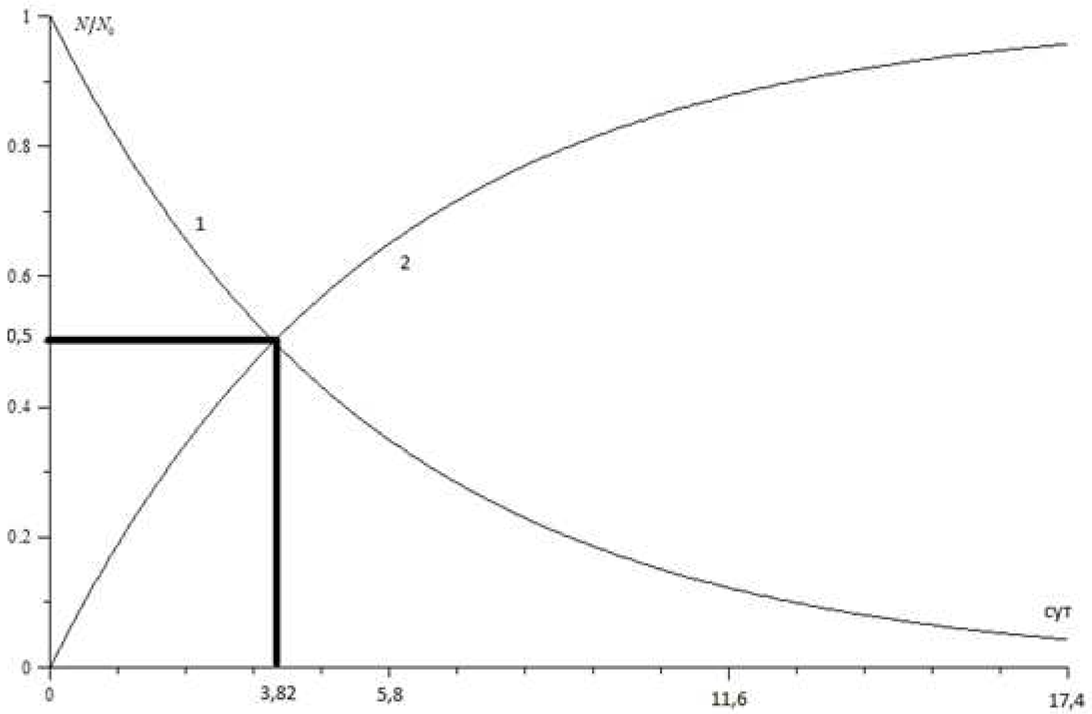


Рис. 1. Кривые распада (1) радона и его накопления (2)

В работе [2] автор пишет, что «...константа λ является основной константой радиоактивного распада, и ее значение для радионуклида (радона) остается практически неизменным в различных условиях существования его в земной коре». Однако как показал эксперимент в работе [1], а также и в работах [3],[4] можно создать условия, при которых процесс распада может протекать быстрее или медленнее.

Если рыхлые отложения считать фрактальной средой со сложной структурой пор и проводными каналами, то естественно предположить, что распад радона будет зависеть от фрактальной размерности геосреды.

Уравнение распада радона в некоторой точке фрактальной геосреды может быть записано в терминах дробной производной [5]

$$\partial_{0t}^{\alpha} N(\tau) = -\lambda N(t), \tag{4}$$

где $\partial_{0t}^{\alpha} N(t) = \dfrac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{N'(\tau)\, d\tau}{(t-\tau)^{\alpha}}$ – оператор дробного дифференцирования, $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера, $0 < \alpha < 1$.

Параметр α пропорционален или равен фрактальной размерности среды [6] и показывает количественную меру того как частицы радона заполняют окружающее пространство. Надо отметить, что при значении параметра $\alpha = 1$ мы приходим к уравнению (1). Фрактальные свойства геосреды обуславливают эффекты памяти: частица «помнит» как она попала именно в эту точку фрактальной среды. Временная корреляция описывается интегралом со степенным ядром, стоящим в правой части уравнения (4).

Вероятность распада радона во фрактальной среде из уравнения (4) определяется:

$$\lambda = \left| \frac{\partial_{0t}^{\alpha} N(\tau)}{N(t)} \right| \tag{5}$$

Пусть на некоторой глубине фрактального грунта расположен датчик регистрации концентрации радона в одинаковые моменты времени τ . Тогда можно в соотношении (5) аппроксимировать оператор дробной производной [6]:

$$\partial_{0t}^{\alpha} N(\tau) = \frac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \sum_{k=0}^{j} b_k \left(N_{k-j+1} - N_{k-j}\right), b_k = (j+1)^{1-\alpha} - j^{1-\alpha}, j = 1\ldots M, \quad (6)$$

где M - количество данных.

Следовательно, выражение (5) согласно (6) запишется так:

$$\lambda = \left| \frac{\dfrac{\tau^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \sum\limits_{k=0}^{j} b_k \left(N_{k-j+1} - N_{k-j}\right)}{N(t)} \right|. \quad (7)$$

Для уравнения (4) можно задать начальное распределение радона, как и для уравнения (1):

$$N(0) = N_0 \quad (8)$$

Решение уравнения (4) с учетом условия (8) известно [7] и его можно записать в терминах специальной функции Миттаг-Леффлера:

$$N(t) = N_0 E_\alpha\left(-\lambda t^\alpha\right), \quad (9)$$

где $E_\alpha\left(-\lambda t^\alpha\right) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-\lambda t^\alpha\right)^k}{\Gamma(\alpha k+1)}$ – функция Миттаг-Леффлера, свойства которой подробно рассмотрены в книге [8]. На рис. 2 представлены расчетные кривые, полученные по формулам (2) и (9) для различных значений параметра α .

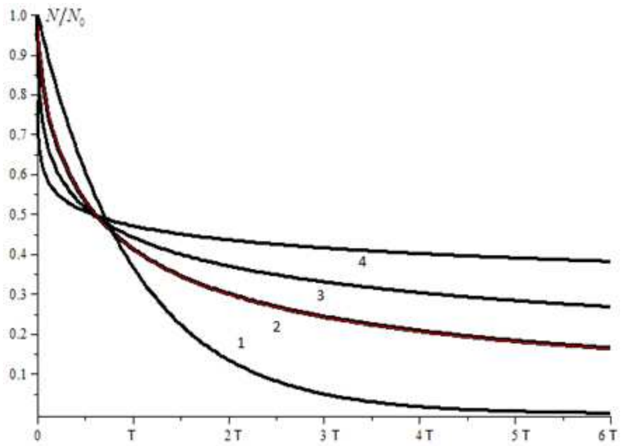


Рис. 2. Расчетные кривые распада радона, полученные по формулам (2) и (9): кривая 1 – $\alpha = 1$; кривая 2 – $\alpha = 0{,}8$; кривая 3 – $\alpha = 0{,}6$; кривая 4 – $\alpha = 0{,}4$

Согласно рис. 2 можно сделать вывод, что при значении $0 < \alpha < 1$ вероятность распада радона уменьшается, а решение (2) имеет уже другой (степенной) вид. Степенная функция имеет так называемые «тяжелые» затягивающиеся хвосты, что обуславливает замедление скорости распада радона. Однако, когда параметр α изменяется в пределах от 1 до 2, то уравнение (4) будет иметь другой тип и можно предположить, что скорость распада радона будет увеличиваться.

Функция Миттаг-Леффлера в (9) может быть также вычислена с помощью несобственного интеграла [9]:

$$E_\alpha(-\lambda t^\alpha) = \frac{\sin(\alpha\pi)}{\alpha}\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1}e^{-xt\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}}{x^{2\alpha}+2x^\alpha\cos(\alpha\pi)+1}. \quad (10)$$

Подставим (10) в (9) с учетом $N = N_0/2$ и $t = T$, тогда получим в неявном виде выражение для периода полураспада

$$\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1}e^{-xT\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}}{x^{2\alpha}+2x^\alpha\cos(\alpha\pi)+1} = \frac{\pi}{2sin(\alpha\pi)} \quad (11)$$

Решив уравнение (11) в зависимости от значения параметра α, определим T, а параметр λ можно оценить с помощью формулы (7). Соотношения (7) и (11) показывают, что параметры T и λ зависят от значений α.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

.

Уравнение типа (9) было использовано автором в работе [10] для определения параметра по экспериментальным данным радоновых полей на Петропавловске-Камчатском геодинамическом полигоне. Результатом работы стало установление связи параметра α с сейсмической активностью Южной Камчатки. Деформационные возмущения в земной коре изменяют ее фрактальную структуру вследствие чего, изменяется и фрактальная размерность.

Уменьшение скорости распада радона приводит к увеличению его миграционной способности (диффузионной длины [2]), а это в свою очередь может объяснить аномалии в поле подпочвенного радона, наблюдаемые на сети станций.

Интересен случай когда $1 < \alpha < 2$, тогда тип уравнения будет изменяться вместе с вероятностью распада радона. Известно, что на вероятность распада радона могут влиять различные воздействия: магнитное поле [3], интерференция волновых функций ядра [4], солнечная активность [11], а также возможны и другие воздействия.

Библиографический список

1. Rohlsberger R. et al. Accelerating the spontaneous emission of X rays from atoms in cavity // Physical Review Letters. – 2005. – Vol. 95 (9).

2. Новиков Г.Ф. Радиометрическая разведка. – Л.: Недра, 1989. – 407 с.

3. Михеев В.Л., Морозов В.А., Морозова Н.В. О возможности контролируемого изменения скорости радиоактивного распада атомных ядер // Письма в ЭЧАЯ. – 2008. – Т.5. – № 4 (146). – С. 623–627.

4. Филиппов Д.В. Увеличение вероятности разрешенных электронных β-распадов в сверхсильном магнитном поле // Ядерная физика. – 2007. – Т. 70. – № 2. – С. 280–287.

5. Нахушева В.А. Математическое моделирование нелокальных физических процессов в средах с фрактальной структурой: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – Таганрог, 2008. – 268 с.

6. Беданокова С.Ю. Математическое моделирование солевого режима почв с фрактальной структурой // Вестник СамГУ. Серия Физико-математические науки. – 2007. – № 2 (15). – С. 102–109.

7. Нахушев А.М. Дробное исчисление его применение. – М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

8. Джрбашян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. – М.: Наука, 1966. – 672 с.

9. Gorenflo R., Loutchko J., Luchko Y. Computation of the Mittag-Leffler function and its derivative // Fract. Calc. Appl. Anal. – 2002. – Vol. 5. – P. 491–518.

10. Паровик Р.И., Фирстов П.П., Макаров Е.О. Математическое моделирование фрактальной размерности геосреды и сейсмическая активность Южной Камчатки // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. – 2011. – № 2 (3). – С. 42–49.

11. E. Fischbach et al. Additional experimental evidence for a solar influence on nuclear decay rates // Astroparticle Physics. – 2012. – Vol. 37. – P. 81–88.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 05.02.2012

Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(4). – С. 29-30 – ISSN 2079-6641

УДК 517.955

ДИГРАММЫ СТРЕТТА-АЙНСА ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ МАТЬЕ*

Паровик Р.И.[1,2]

[1] Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7
[2] Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1
E-mail: parovikroman@gmail.com

В работе исследовано решение обобщенного уравнения Матье. С помощью диаграмм Стретта-Айнса построены области неустойчивости, условие когда может возникнуть параметрический резонанс.

Ключевые слова: фрактальная размерность, параметрический резонанс, диаграмма Стретта-Айнса.

MSC 00A71

CHARTS STRUTT-INCE FOR GENERALIZED MATHIEU EQUATION

Parovik R.I.[1,2]

[1] Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia
[2] Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1, Russia
E-mail: parovikroman@gmail.com

We have investigated the solution of the generalized Mathieu equation. With the aid of diagrams Stratton-Ince built the instability region, the condition can occur when the parametric resonance.

Key words: fractal dimension, parametric resonance, chart Strutt-Ince

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-01-90715.

ВВЕДЕНИЕ

С развитием теории фрактальных сред разрабатываются физические модели с интегро-дифференцированием дробного порядка [1]. В работе [2] была предложена обобщённая модель параметрического резонанса Матье. Уравнение в этой модели содержало в правой части дробный оператор дифференцирования порядка $1<\beta<2$ по времени. Параметр β определял долю разрешенных состояний колебательной системы во фрактальной среде. Было получено решение модели в виде интегрального уравнения Вольтерра второго рода.

Эта работа является логическим продолжением работы [2] и направлена на исследование с помощью диаграмм Стретта-Айнса решения обобщенного уравнения Матье.

Необходимо отметить, что в работе [3] рассматривалось уравнение Матье с «фрактальным трением» и решение его исследовались в областях устойчивости или неустойчивости.

Исследуем области неустойчивости параметрического резонанса для следующего обобщенного уравнения Матье

$$\partial_{0t}^{\beta}u(\tau)+[\delta+\xi\cos(\omega t)]u(t)=0, t\in[0,T]. \tag{1}$$

Здесь для простоты исследования взята функция $\cos(\omega t)$, а в работе [2] в уравнении (1) была рассмотрена специальная функция $\cos_{\alpha}(\omega t)=\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k(\omega t)^{\alpha k}}{\Gamma(\alpha k+1)}$ – обобщенный косинус с параметром $1<\alpha<2$, который при значении параметра $\alpha=2$ совпадает с обычным косинусом, т.е. $\cos(\omega t)$. Дробная производная в (1) имеет смысл Капуто порядка $1<\beta<2$. Параметры δ, ξ – константы.

Если положить в уравнении (1) ξ=0 и $\delta=\omega^{\alpha}$, то оно переходит в известное уравнение дробного осциллятора, которое подробно исследуется в работе [4].

Уравнение (1) представляет собой обобщение на случай фрактальной среды классического уравнения Матье, которое описывает параметрические возбуждения колебаний в механических системах, а также связанное с ним явление параметрического резонанса – возрастания амплитуды колебаний.

ДИАГРАММЫ СТРЕТТА-АЙНСА

Рассмотрим дифференциальное уравнение в дробных производных (1) при $\omega=1$

$$\partial_{0t}^{\beta}u(\tau)+[\delta+\xi\cos(t)]u(t)=0, t\in[0,T]. \tag{2}$$

Определим, при каких условиях, существует параметрический резонанс или не существует. Для этого в $\delta-\xi$ плоскости необходимо определить области устойчивости и неустойчивости решения уравнения (1) или еще говорят построить диаграммы Стретта-Айнса. Как правило, в области неустойчивости существует параметрический резонанс, который приводит к возрастанию амплитуды колебаний.

Оценим параметр δ . Рассмотрим производную дробного порядка в левой части (2):

$$\partial_{0t}^{\beta}u(\tau)=\frac{1}{\Gamma(2-\beta)}\int\limits_{0}^{t}\frac{u''(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{1-\beta}}=\frac{1}{\Gamma(2-\beta)}\int\limits_{0}^{t}v^{1-\beta}u''(t-v)\,dv. \tag{3}$$

Воспользуемся методом гармонического баланса для уравнения (2), будем искать в виде гармонического ряда [3]:

$$u(t) = A\cos\left(\frac{t}{2}\right) + B\sin\left(\frac{t}{2}\right). \tag{4}$$

Подставляем решение (4) в выражение (3), получим:

$$\frac{1}{\Gamma(2-\beta)}\int\limits_0^t v^{1-\beta}u''(t-v)\,dv = -\frac{1}{4\Gamma(2-\beta)}\int\limits_0^t v^{1-\beta}A\cos\left(\frac{t-v}{2}\right) + B\sin\left(\frac{t-v}{2}\right)dv.$$

Учитывая, что

$$\cos\left(\frac{t-v}{2}\right) = \cos\left(\frac{t}{2}\right)\cos\left(\frac{v}{2}\right) + \cos\left(\frac{t}{2}\right)\cos\left(\frac{v}{2}\right),$$

$$\sin\left(\frac{t-v}{2}\right) = \sin\left(\frac{t}{2}\right)\cos\left(\frac{v}{2}\right) - \cos\left(\frac{t}{2}\right)\sin\left(\frac{v}{2}\right),$$

приходим к следующему результату:

$$-\frac{\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{4\Gamma(2-\beta)}\int\limits_0^t v^{1-\beta}A\cos\left(\frac{v}{2}\right) - B\sin\left(\frac{v}{2}\right)dv - \frac{\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{4\Gamma(2-\beta)}\int\limits_0^t v^{1-\beta}A\sin\left(\frac{v}{2}\right) + B\cos\left(\frac{v}{2}\right)dv =$$

$$= -\frac{\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{4\Gamma(2-\beta)}\left[AI_s - BI_c\right] - \frac{\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{4\Gamma(2-\beta)}\left[AI_c + BI_s\right] \tag{5}$$

$$I_s = 2^{2-\beta}\int\limits_0^{\frac{t}{2}} w^{1-\beta}\sin(w)\,dw, I_c = 2^{2-\beta}\int\limits_0^{\frac{t}{2}} w^{1-\beta}\cos(w)\,dw \tag{6}$$

Известно, что при $t \to \infty$ интегралы (6) можно оценить следующим образом:

$$I_s = 2^{2-\beta}\int\limits_0^{\infty} w^{1-\beta}\sin(w)\,dw = 2^{2-\beta}\Gamma(2-\beta)\cos((\beta-1)\pi/2) \tag{7}$$

$$I_c = 2^{2-\beta}\int\limits_0^{\infty} w^{1-\beta}\cos(w)\,dw = 2^{2-\beta}\Gamma(2-\beta)\sin((\beta-1)\pi/2)$$

Подставляя (7) в (5), получим следующее соотношение:

$$-\frac{\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{2^{\beta}}\left[A\sin((\beta-1)\pi/2) - B\cos((\beta-1)\pi/2)\right] - \tag{8}$$

$$-\frac{\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{2^{\beta}}\left[A\cos((\beta-1)\pi/2) + B\sin((\beta-1)\pi/2)\right]$$

Подставляя (8) и (4) в (1), после некоторых преобразований получим формулу:

$$\delta = \frac{1}{2^{\beta}} \sin\left(\left(\beta-1\right)\pi/2\right) \pm \frac{1}{2^{\beta+1}} \sqrt{2^{2\beta}\xi^{2} - 4cos^{2}\left(\left(\beta-1\right)\pi/2\right)} \tag{9}$$

Если в формуле (9) положить $\beta = 2$, получим известное соотношение для классического параметрического резонанса Матье.

$$\delta = \frac{1}{4} \pm \frac{\xi}{2} \tag{10}$$

На рис. 1 в качестве примера построена диаграмма Стретта-Айнса согласно формуле (10).

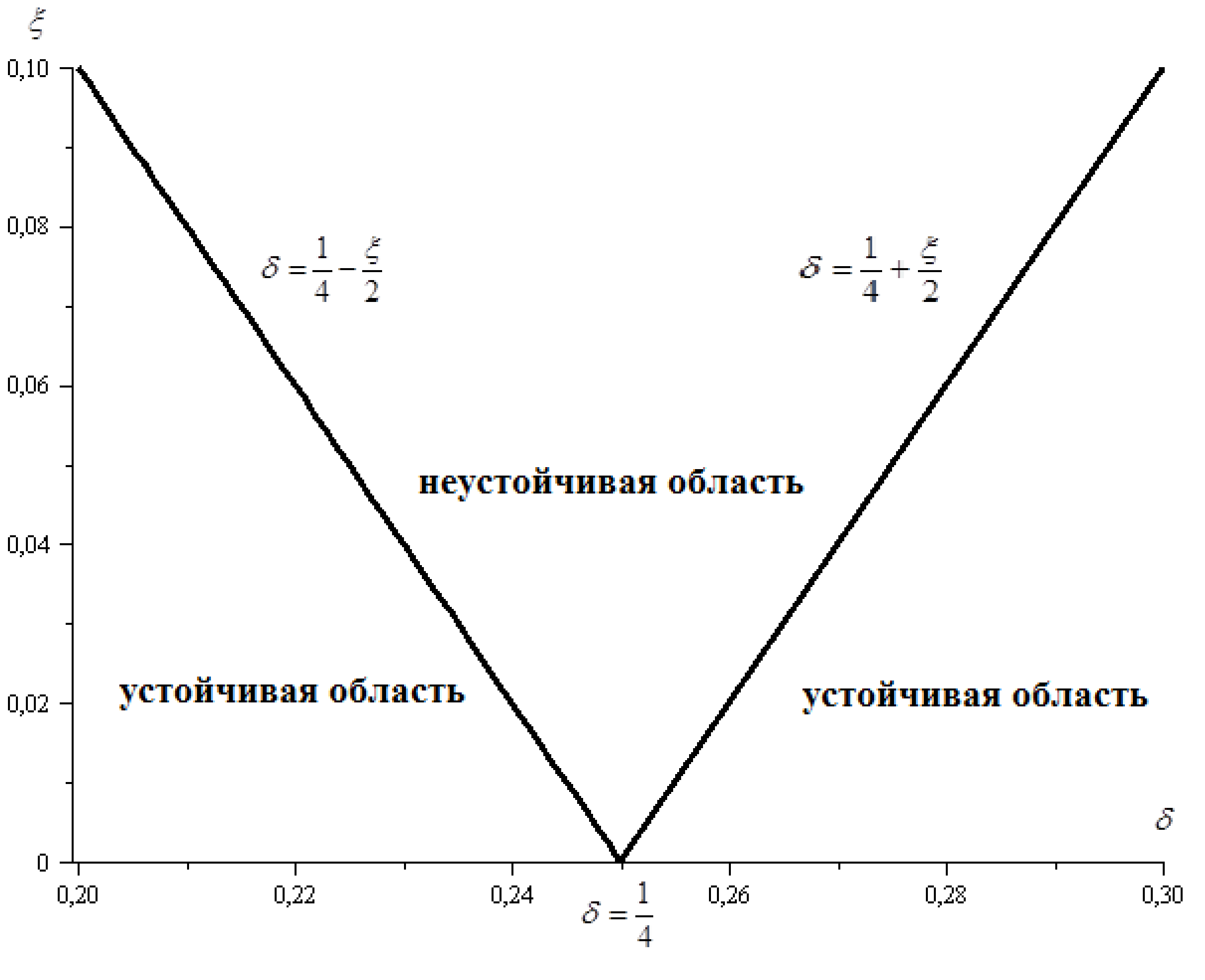


Рис. 1. Диаграмма Стретта-Айнса для соотношения (10)

Можно заметить, что в выражении (9) накладывается ограничение на параметр ξ. Значения этого параметра должны удовлетворять следующему неравенству:

$$\xi \geq \frac{\cos\left(\left(\beta-1\right)\pi/2\right)}{2^{\beta-1}} \tag{11}$$

На рис. 2 показана область значения параметра согласно условию (11).

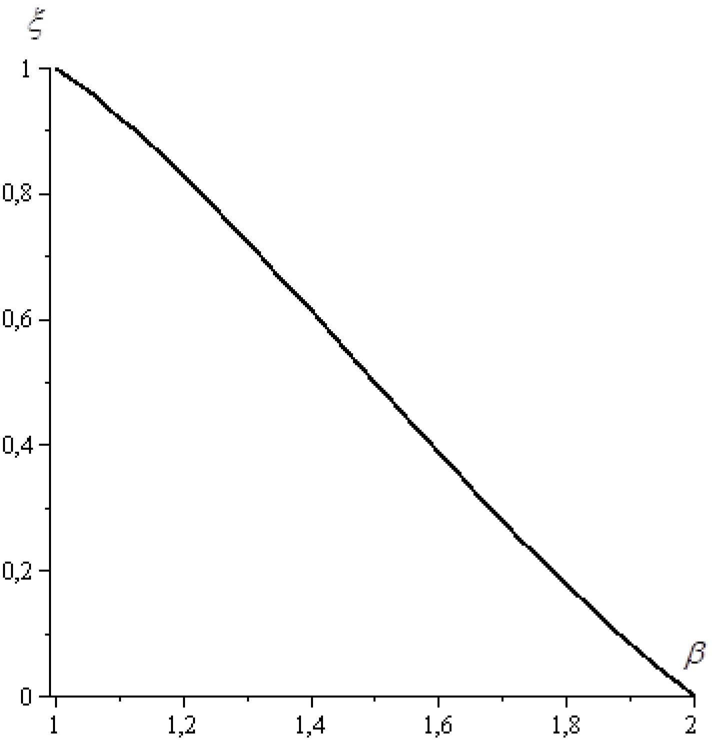


Рис. 2. Кривая, определяющая ограничения на параметр ξ

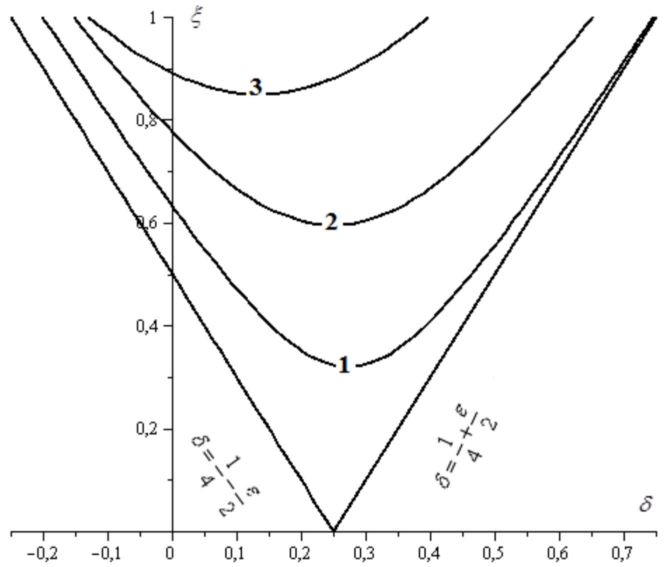


Рис. 3. Диаграмма Стретта-Айнса для выражения (10). Кривые построены в зависимости от параметра β: 1 – $\beta = 1,8$; 2 – $\beta = 1,6$; 3 – $\beta = 1,2$

Проведем визуализацию результатов исследования решения уравнения (1). Согласно проведенному ранее анализу было получено выражение (10). Далее приведена его визуализация.

Из рис. 3 видно, что при уменьшении параметра изменяется вид кривых, т.е. изменяются границы областей устойчивости и неустойчивости. Область неустойчивости сужается при значениях параметра $\beta \to 1$, поэтому вероятность появления эффекта параметрического резонанса уменьшается.

На рис. 4 приведена поверхность, построенная согласно соотношению (9) в зависимости от параметров α, δ, ξ.

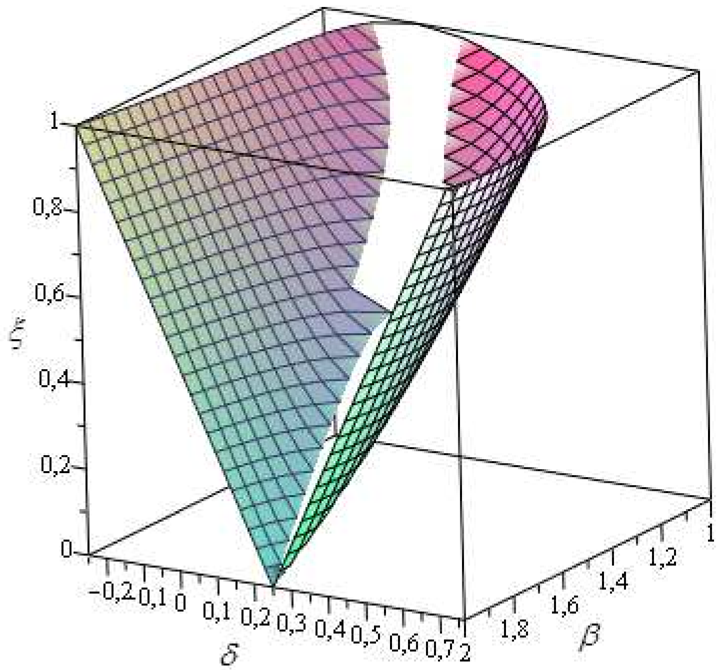


Рис. 4. $\alpha - \delta - \xi$- поверхность, построенная согласно выражению (10)

Видно, что есть область на этой поверхности, на которой значения параметра δ не определены, это обусловлено выражением (11).

Анализ решения уравнения (1) показал, что при изменении параметра δ сужается область неустойчивости, а так же параметр ξ имеет ограничения (11).

Границы областей устойчивости и неустойчивости диаграммы Стретта-Айнса можно уточнить, если рассматривать решение (4) для более высоких гармоник, но это приведет к определенным вычислительным трудностям.

В качестве примера приведем рис. 5 при значении параметра $\beta = 2$, диаграмму Стретта-Айнса устойчивых (S) и неустойчивых (U) областей для уравнения Матье первых трех резонансов [5].

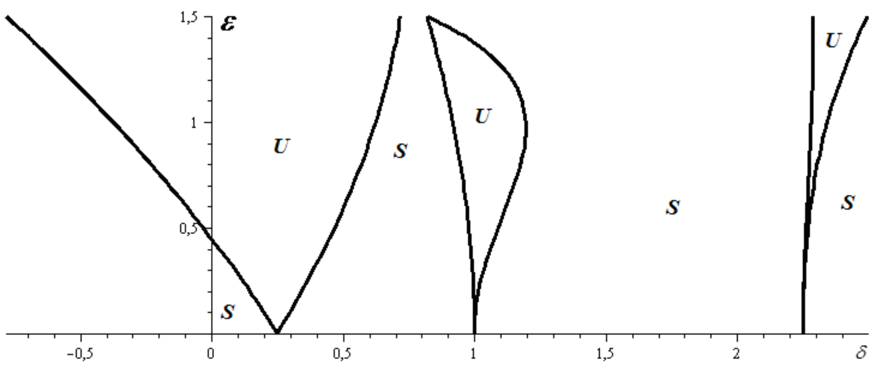


Рис. 5. Диаграмма Стретта-Айнса для уравнения Матье

Согласно этой диаграмме, можно определить при каких значений параметров δ и ξ возникает параметрический резонанс.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование решения с помощью диаграммы Стретта-Айнса показали, что существуют области неустойчивости параметрического резонанса, причем при уменьшении параметра β эти области сужаются.

Надо отметить, что в работе [6] авторы рассмотрели уравнение дробного осциллятора с внешним стабилизирующим инерциальным воздействием. Интересно было бы рассмотреть уравнение (1) с учетом внешней силы согласно этой работы, а потом перейти к рассмотрению уравнения (1) со случайной внешней силой.

Библиографический список

1. Тарасов В.Е. Модели теоретической физики с интегро-дифференцированием дробного порядка. – М. – Ижевск: Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2011. – 568 с.

2. Паровик Р.И. Обобщенное уравнение Матье // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2011. – № 2 (3). – С. 12–17.

3. Rand R.H., Sah S.M., Suchrsky M.K. Fractional Mathieu equation // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. – 2010. – Vol. 15. – P. 3254–3262.

4. Нахушева В.А. Дифференциальные уравнения математических моделей нелокальных процессов. – М.: Наука, 2006. – 173 с.

5. Sinha S.C., Chou C.C., Denman H.H. Stability analysis of systems with periodic coefficients: an approximate approach // Journal of Sound and Vibration. – 1979. – Vol. 64 (4). – P. 515–527.

6. Афанасьев В.В., Данилаев М.П., Польский Ю.Е. Стабилизация фрактального осциллятора инерциальными воздействиями // Письма в ЖТФ. – 2010. – Т. 36. – Вып. 7. – С. 1–6.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 5.08.2012

Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(4). – С. 51-60 – ISSN 2079-6641

НАНОТЕХНОЛОГИИ

УДК 54.052

ПРОИЗВОДСТВО НАНОДИСПЕРСНЫХ ПОРОШКОВ КРЕМНЕЗЕМА С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕМБРАН И КРИОХИМИЧЕСКОЙ ВАКУУМНОЙ СУБЛИМАЦИИ

Потапов В.В.[1,2], Горев Д.С.[2]

[1] Научно-исследовательский геотехнологический центр ДВО РАН, 683002 Северо-Восточное шоссе, 30, а/я 56,

[2] Филиал Дальневосточного Федерального государственного университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1.

E-mail: tatyana-goreva@yandex.ru

Разработан вариант производства нанодисперсных порошков кремнезема из природных гидротермальных растворов. Получены золи кремнезема с содержаниями SiO_2 до 600 г/дм^3 (43,0 мас. %) и радиусами частиц 29–135 нм.

Ключевые слова: гидротермальный раствор, золь кремнезема, нанопорошки кремнезема.

NANOTECHNOLOGY

MSC 82D80

NANOPOWDER PRODUCTION OF SILICA USING MEMBRANE AND VACUUM SUBLIMATION CRYOCHEMICAL

Potapov V.V.[1,2], Gorev D.S.[2]

[1] Russian Academy of Sciences research geotechnological center, 683002, north-east of the highway, 30

[2] Branch of the Far Eastern Federal State University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatsky, Tushkanova st., 11 / 1

E-mail: tatyana-goreva@yandex.ru

A variant of the production of nanopowders of silica from natural hydrothermal solutions. Derived silica sols with the contents of SiO_2 to 600 g/l^3 (43,0 wt. %) And the radius of the particles 29-135 nm.

Key words: hydrothermal solution, silica sol, silica nanopowder.

ВВЕДЕНИЕ

Поиск новых источников кремнезема обусловлен ростом потребления аморфных кремнеземов современной промышленностью, в том числе в высокотехнологичных отраслях, связанных с производством наноструктурных материалов. Экономическая целесообразность выделения кремнезема из гидротермальных растворов обусловлена комплексным использованием этих растворов в энергоминеральном производстве. Глубокая очистка раствора от коллоидного кремнезема повышает эффективность использования энергетического потенциала теплоносителя, дает дополнительное количество электрической и тепловой энергии за счет снижения температуры обратной закачки раствора, и одновременно с этим получение минерального сырья в виде аморфного нанодисперсного кремнезема [1].

ПРОИЗВОДСТВО НАНОДИСПЕРСНЫХ ПОРОШКОВ КРЕМНЕЗЕМА

Гидротермальные растворы представляют собой нетрадиционный источник минерального сырья, в том числе аморфных кремнеземов. Кремнезем образуется в природном растворе из молекул ортокремниевой кислоты (ОКК) в результате ее химического взаимодействия с алюмосиликатными минералами пород в недрах гидротермальных месторождений. При подъеме раствора на поверхность по продуктивным скважинам и снижения температуры раствор становится пересыщенным и в нем проходят поликонденсация и нуклеация молекул ОКК, приводящие к формированию сферических наночастиц кремнезема с радиусами 5–100 нм. Кроме кремнезема в растворе находятся и другие компоненты, концентрации которых приведены в следующей табл. 1.

Таблица 1

Концентрация основных компонентов исходного гидротермального раствора

Компонент	Концентрация, мг/л
Na^+	282
K^+	48,1
Li^+	1,5
Ca^{2+}	2,8
Mg^{2+}	4,7
$Fe^{2+,3+}$	<0,1
Al^{3+}	<0,1
Cl^-	251,8
SO_4^2	220,9
HCO_3^-	45,2
CO_3^{2-}	61,8
H_3BO_3	91,8
SiO_2	780

Следует отметить, что кремнезем находится в растворе в двух состояниях твердом и растворенном, концентрация которого составляет 200 мг/л.

Существует технологический подход к выделению полезных компонентов гидротермальных растворов на основе их баромембранного концентрирования. В результате баромембранного концентрирования получают стабильные водные золи кремнезема. Концентрированные водные золи кремнезема получали из жидкой фазы гидротермальных теплоносителей (сепаратов) скважин Мутновских геотермальных электрических станций (ГеоЭС). Отделение (сепарацию) жидкой фазы от паровой фазы двухфазного потока проводили в сепараторах ГеоЭС. Диапазон значений pH исходного сепарата $4,5-9,4$, концентрации кремнезема $C_t = 400-800$ мг/кг, температура раствора от 20 до 90 ^0C.

Установка для мембранного концентрирования гидротермального раствора включала патрон (патроны) с мембранными фильтрами, насос, расходомеры, манометры, запорную и регулирующую арматуру, емкости исходного раствора, концентрата и фильтрата. В экспериментах были изучены возможности использования для концентрирования гидротер-мальных растворов основных мембранных процессов: микрофильтрации, ультрафильтрации, нанофильтрации и обратного осмоса. Эксперименты с мембранами показали преимущество ультрафильтрации при получении концентрированных золей кремнезема [2]. Поэтому для накопления значительных объемов золей применяли в большинстве случаев ультрафильтрацию, либо комбинацию ультрафильтрации и микрофильтрации. Использованы ультрафильтрационные мембраны капиллярного типа. Исходная среда подается в длинные капиллярные трубки, стенки которых представляют собой мембранный слой. При движении внутри трубки часть среды фильтруется наружу в радиальном направлении и накапливается в корпусе фильтр-патрона в пространстве между трубками (фильтрат). Та часть среды, которая прошла по всей длине трубки, не фильтруясь через стенки мембраны (концентрат), поступает в коллектор концентрата и выводится из патрона в осевом направлении. Фильтрат выводится из корпуса фильтр патрона в боковом направлении. Применяли мембраны, выполненные из полиэфирсульфона, либо полиакрилонитрила. Диаметры пор мембранного слоя распределены в диапазоне 20-100 нм. Характеристики ультрафильтрационных мембран и фильтр-патронов, использованных в экспериментах приведены в табл. 2.

Концентрирование проводили в три этапа: на первом этапе достигали содержаний $\mathbf{SiO_2}$ 3–10 г/дм^3, на втором — 10–30 г/дм^3, на третьем — 100–600 г/дм^3 (10–43,0 мас. %). На первом этапе применяли фильтры крупного типоразмера, на втором – среднего типоразмера, на третьем – малого типоразмера.

Установлено, что ультрафильтрационные мембраны имеют селективность по коллоидному кремнезему около 1,0 без предварительного добавления коагулянтов и низкую селективность по молекулам кремнекислоты и ионам. Поэтому с помощью ультрафильтрации можно получить раствор с высоким содержанием SiO2 и низкой концентрацией примесных ионов – Na^+, K^+, Ca^{2+}, Mg^{2+}, $Fe^{2,3+}$, Al^{3+}, SO_4^{2-}, Cl^-.

С помощью разбавления золя и повторного ультрафильтрационного концентрирования можно добиваться снижения концентрации примесных ионов.

Таким образом, ультрафильтрация имеет преимущества перед другими мембранными процессами при решении задачи получения стабильных концентрированных водных золей кремнезема с низким содержанием примесей.

Для концентрирования золей с большими диаметрами частиц (40-70 нм и более) можно применять микрофильтрацию.

Содержание SiO_2 в золях кремнезема при использовании ультрафильтрационных мембран было доведено до 100-600 г/дм^3. Плотность золей была в пределах 999–

Таблица 2

Параметры ультрафильтрационных мембранных фильтров

Характеристика ультрафильтрационного мембранного фильтра	Малый типоразмер	Средний типоразмер	Крупный типоразмер	
			Однопатронный модуль	Двухпатронный модуль
Внешний диаметр волокна, нм	0,6	1,6	2,0	1,6
Внутренний диаметр волокна, нм	0,4	1,0	1,2	1,0
Материал капиллярных волокон	Полиэфирсульфон	Полиакрилонитрил	Полиэфирсульфон	Полиакрилонитрил
Количество полых волокон, шт.	1150	1500	2520	3000
Площадь мембранного слоя одного волокна, м^2	0,00027	0,00166	0,0056	0,00333
Суммарная площадь мембранного слоя, м^2	0,31	2,5	15,0	10,0
Размер модуля, мм	315x65	550x100	1500x220	1260x90

1325 г/дм^3, динамическая вязкость 1–150 мПа·с, радиусы частиц кремнезема 5–135 нм, дзета-потенциал частиц –32,4...42,5 мВ.

С учетом полученных экспериментальных данных основными стадиями баромембранного концентрирования являются:

1) старение исходного гидротермального раствора при определенном температурном режиме, нуклеация и поликонденсация ортокремниевой кислоты, рост наночастиц кремнезема;

2) ввод стабилизатора для предотвращения агрегации наночастиц;

3) фильтрование раствора через мембранные фильтр-патроны с целью концентрирования, проводимое в несколько этапов (2-3 этапа);

4) удаление ионов (ионы Na^+, K^+, Ca^{2+}, Mg^{2+}, $Fe^{2+,3+}$, Al^{3+}, SO_4^{2-}, Cl^-) из полученного золя методом ионного обмена (ионобменные колонны, фильтры) для повышения химической чистоты золя и его стабилизации, либо разбавление золя и его повторное концентрирование.

Концентрированные водные золи кремнезема были использованы для получения малоагрегированных нанодисперсных порошков. Для выделения твердой фазы из водных золей применимы коагуляция (флокуляция), золь-гель переход, криохимическая технология [3],[4]. Криохимическая технология, основанная на сочетании низко- и высокотемпературных воздействий на перерабатываемые материалы, предоставляет широкие возможности для получения нанодисперсных материалов, в том числе и из золей, суспензий [5].

Технологическая схема криохимической нанотехнологии включает следующую последовательность основных технологических фаз производства:

- подготовка концентрированной водной золи кремнезема;
- диспергирование золи и криокристаллизация капель дисперсной среды;
- сублимационное удаление растворителя из криогранулята, полученного на предыдущей стадии;
- утилизация (десублимация) растворителя.

Диспергирование растворов на отдельные капли применяют для создания развитых межфазных поверхностей, обеспечивающих высокую интенсивность тепло - и массообменных процессов, сопровождающих технологические фазы криокристаллизации и сублимации.

Главная цель процесса криокристаллизации заключается в сохранении высокой химической и гранулометрической однородности, присущих диспергируемоой золи. Возможность сохранения высокой химической однородности определяется различными условиями, в том числе размером замораживаемых капель раствора, его температурой, физико-химической природой и температурой хладоагента. Гранулометрическая однородность продукта характеризуется размерами как самих криогранул, так и дисперсных кристаллитов, образованных на стадии старения исходного гидротермального раствора.

Особенность криогранулирования состоит в том, что процесс кристаллизации водной золи проводят при температурах, значительно более низких, чем температура замерзания воды. Такое понижение температуры необходимо для увеличения скорости замораживания, что позволяет исключить агрегацию и зафиксировать равномерно распределенные наночастицы кремнезема, находящего в золи, в твердом состоянии. В дальнейшем при сублимационном удалении воды остается малоагрегированный порошок кремнезема, с дисперсностью соответствующей дисперсности кремнезема в водном золе.

Стадию сублимации льда проводят при давлении более низком, чем давление, соответствующее тройной точки воды, для которой эти параметры составляют: давление ($p = 610$ Па) и температура ($T = 0{,}0076\ ^0$С). Это позволяет свести к минимуму агломерацию сформировавшихся на стадии замораживания частиц кремнезема, благодаря исключению появления фрагментов капельной влаги.

На стадии сублимации теплоту, затрачиваемую на испарение льда, к продукту подводят путем кондуктивного теплопереноса (теплопроводностью). Удельная теплота сублимации вещества $q_{\text{суб}}$ примерно равна сумме их удельных теплот плавления $q_{\text{пл}}$ и испарения $q_{\text{исп}}$. Для воды величина $q_{\text{суб}}$ достигает примерно 3 МДж/кг, а $q_{\text{пл}}$ составляет всего примерно 0,34 МДж/кг. Сублимационная сушка криогранул золя кремнезема проводилась на экспериментальной установке (рис. 1).

Основными частями экспериментальной установки являются автономная сублимационная камера (или сублиматор) с теплоподводящем устройством, десублиматор и вакуум-насосная система. В сублимационной камере происходит основной процесс

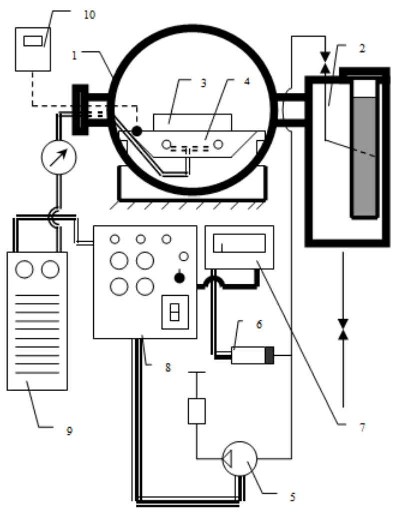


Рис. 1. Схема экспериментальной сублимационной установки: *1* – сублимационная камера; *2* – десублиматор; *3* – лоток с продуктом; *4* – греющая плита; *5* – вакуумный насос; *6* – преобразователь манометрический термопарный ПМТ-2; *7* – вакуумметр ВТ-2; *8* – пульт управления; *9* – регулятор напряжения универсальный (РУН); *10* – электронный термометр.

– сублимационная сушка, при которой осуществляется процесс перехода льда из кристаллического состояния в газообразное, минуя жидкую фазу. Камера снабжена системой подвода тепла к продукту, приборами контроля и регулирования процесса.

Теплоподводящее устройство, выполненное на основе пластинчатого теплообменника, служит для обеспечения энергоподвода к слою подвергаемого сублимационной сушке замороженного гранулированного материала. Температурный режим варьировался в диапазоне от 20 ^{0}C до 200 ^{0}C. В десублиматоре, который располагается в отдельном корпусе, происходит конденсация в твердом состоянии на охлаждаемой поверхности сублимированного пара при давлении ниже тройной точки.

Сублиматор и десублиматор соединены патрубками большого сечения, в которые установлены вакуумные вентили. Система вакуумирования предназначена для поддержания заданного уровня остаточного давления в течение всего процесса сушки. Система состоит из вакуум-насоса, вакуумной линии с запорными вентилями, преобразователя манометрического термопарного ПМТ-2 и регистрирующего прибора (вакуумметра термопарного ВТ-3).

Установка работает следующим образом: Лоток *3* с замороженными криогранулами исходного концентрированного золя кремнезема устанавливается в сублимационную камеру *1* на греющую плиту *4*. Закрывается дверца камеры и включается вакуумный насос *5*. Степень разряжения измеряется вакуумметром *7*, работающим с термоэлектронным датчиком *6*. Сублимированные пары растворителя поступают в десублиматор *2*, где оседают на охлажденной поверхности колбы, наполненной жидким азотом. Не сконденсировавшиеся газы удаляются с помощью вакуум-насоса *5* в атмосферу через фильтр. При достижении в камере вакуума (*2* – 1 Па), подается питание на греющую плиту. Температуру греющей плиты контролируют с помощью электронного термометра *10* и регулируют с помощью универсального регулятора напряжения (РУН) *9*. Процесс сушки в таких условиях идёт несколько часов. После окончания процесса сушки отключают установку от сети, сбрасывают вакуум в установке и извлекают лоток с высушенным материалом.

В табл. 3 показаны характеристики золей и порошков, полученных в одной из серий экспериментов.

Таблица 3

Характеристики порошков кремнезема, полученных криохимической сушкой золей

Образец	Условия старения сепарата перед баромембранным концентрированием		Средний радиус частиц в золе кремнезема перед криохимической сушкой, нм	Дзета-потенциал поверхности частиц, мВ	Плотность порошка, г/см^3	Тип изотермы адсорбции-десорбции (тип петли гистерезиса)	Площадь удельной поверхности (S_{BET}), м^2/г	Средний диаметр пор (d_p), нм	Суммарный объём пор (V_p), см^3/г
	Температура, ^{0}C	pH							
УФ17	72	9,2	29,5	-39,5	0,035	II	166,53	6,22	0,259
УФ18	70-50	9,2	29,55	-43,8	0,010	II	115,04	7,11	0,204
УФ19	70-30	9,2	55,5	-56,0	0,010	II	118,30	7,78	0,230
УФ20	30	4,5-5,0	135,0	-45,2	0,016	IV	360,43	3,34	0,301

Старение сепарата перед баромембранным концентрированием выполняли при различных температурах (72-30 ^{0}C) и pH (9,2-4,5). При различных температурах старения и pH получены 4 образца водных золей. Золь, соответствующий образцу УФ17, получен концентрированием сепарата, прошедшего старение при 72 ^{0}C. Сепарат для золей УФ18 и УФ19 проходил двухэтапное старение: сначала при 72-70 ^{0}C, затем охлаждение до 50 и 30 ^{0}C. Охлаждение сепарата мало влияло на размер частиц, так частицы формировались в основном при повышенной температуре 72-70 ^{0}C. Однако в итоге частицы в золе УФ19 крупнее, чем в золях УФ17 и УФ18 (табл. 3). Это объясняется тем, что золь УФ19 получали по тупиковой схеме фильтрования, когда был перекрыт выход для концентрата, а концентрируемая среда многократно рециркулировалась через фильтр-патрон, что вызывало агрегацию частиц кремнезема. Размеры частиц в золе УФ20 крупнее, чем в остальных золях, что обусловлено более низким значением pH на стадии старения сепарата. Методом фотонной корреляционной спектроскопии (динамического светорассеяния) определены радиусы частиц в золях: 29,5 нм, 29,55 нм, 55,5 нм, 135 нм. Дзета-потенциал наночастиц определен методом электрофореза: (-39,5...-56,0) мВ. Последующей криохимической вакуум-сублимационной сушкой золей получены образцы порошков кремнезема УФ17, УФ18, УФ19 и УФ20. По данным электронной микроскопии при коэффициентах увеличения 100-7000 в результате вакуум-сублимационной сушки капель золя формировались сферические криогранулы размерами 60-100 мкм с пористо-сетчатой структурой и полостью в центральной части (рис. 2).

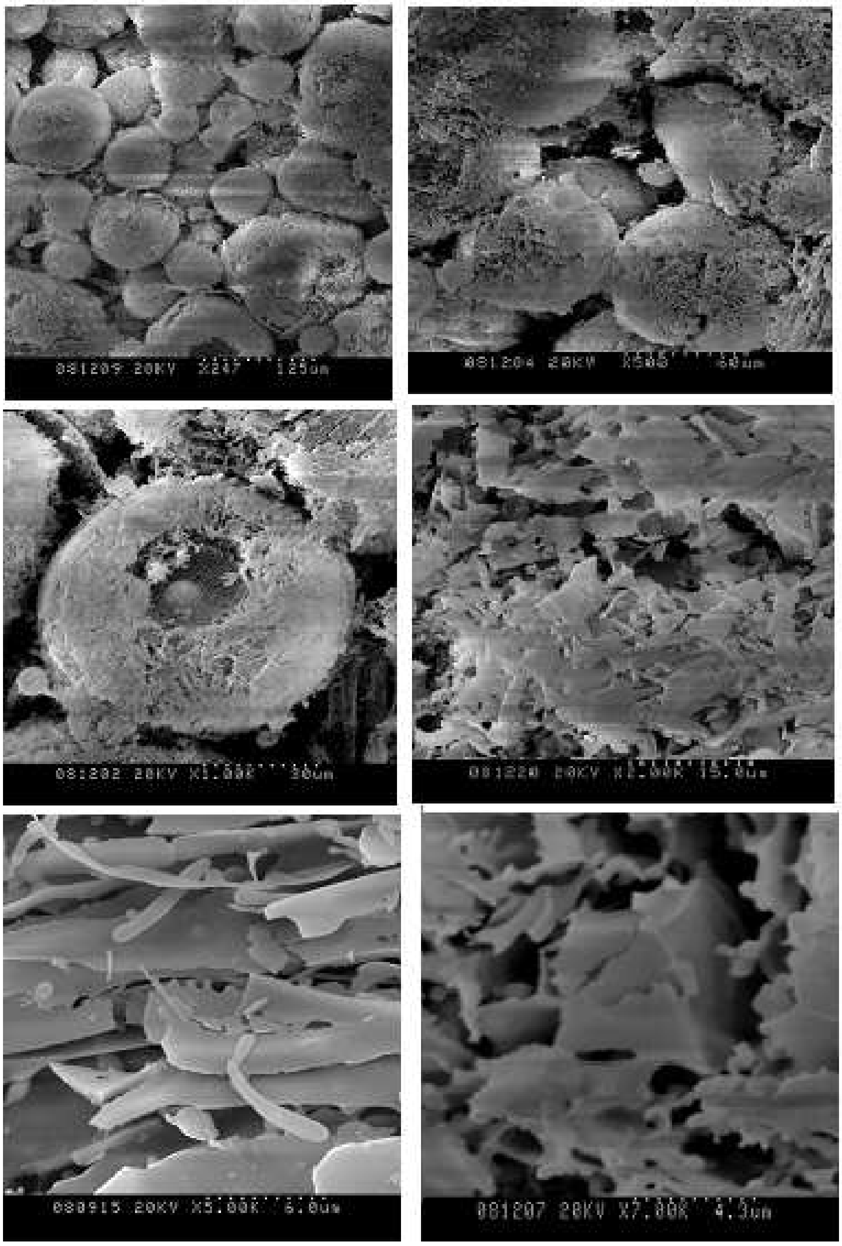


Рис. 2. Криогранулы порошка, полученные вакуум-сублимационной сушкой золя кремнезема.

При легком воздействии криогранулы разрушаются, образуя хлопья толщиной порядка 0,1-0,2 мкм. С помощью электронной микроскопии при коэффициентах увеличения 10000-100000 установлено, что размеры частиц порошков находятся в диапазоне 10-100 нм.

В различных сериях испытаний удалось получить порошки с высокой удельной площадью поверхности от 110-170 до 300-400 $м^2/г$, удельным объемом пор 0,2-0,3 $см^3/г$. Плотность порошков была 0,035-0,010 $г/см^3$.

Показатель pH, при котором проводили старение исходного гидротермального раствора и последующее мембранное концентрирование золя, является одним из основных факторов, влияющих на характеристики порошка.

Снижение pH приводило к увеличению размеров частиц в золе перед криохимической сушкой. Формировались более крупные пористые частицы с внутренней структурой, таким образом, что после криохимической сушки золя удельная поверхность порошка увеличивалась.

По данным низкотемпературной адсорбции азота снижение pH приводило также к уменьшению среднего диаметра пор порошка (табл. 3).

Полученные порошки имеют перспективы промышленного использования в производствах сорбентов, катализаторов, полимеров, резины, красок.

Заключение

Разработан способ получения золей и нанопорошков кремнезема на основе гидротермальных растворов. Гидротермальные растворы концентрируют баромембранным фильтрованием с применением ультрафильтрационных мембран.

Ультрафильтрация обеспечивает достаточно низкое содержание примесей и стабильность водных золей кремнезема вплоть до самых высоких содержаний SiO_2.

Оставшийся в золях растворитель – воду удаляют с использованием криохимической технологии путем криокристаллизации капель золя в жидком азоте с последующей сублимацией под вакуумом твердого льда.

Способ позволяет получить порошки с размерами частиц в диапазоне 10-100 нм, удельной поверхностью до 500 $м^2/г$, средними диаметрами пор 3-12 нм.

Ввод нанокремнезема при дозах 0,01-0,1 % по цементу приводит к повышению прочности бетона при сжатии на 15-22 %.

Золи и порошки имеют перспективы промышленного использования в производствах строительных материалов, сорбентов, катализаторов, полимеров, резины, красок.

Библиографический список

1. Бражников С.М., Генералов М.Б., Трутнев Н.С. Вакуум-сублимационный способ получения ультрадисперсных порошков неорганических солей // Химическое машиностроение. – 2004. – № 12.

2. Генералов М.Б. Криохимическая нанотехнология. -– М.: Академкнига, 2006. — 325 с.

3. Получение и применение гидрозолей кремнезема // Труды Московского химико-технологического института им. Д.И. Менделеева (под редакцией Фролова Ю.Г.). М.: МХТИ им. Д.И. Менделеева. 1979 – вып. 107. – 143 с.

4. Потапов В.В., Аллахвердов Г.Р., Сердан А.А. (мл.), Мин Г.М., Кашутина И.А. Получение водных золей кремнезема мембранным концентрированием гидротермальных растворов // Химическая технология. – 2008. – № 6. – С. 14-22.

5. Шабанова Н.А., Саркисов П.Д. Основы золь-гель технологии нанодисперсного кремнезема – М.: Академкнига, 2004. – 208 с.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 21.04.2012

Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 1(4). – С. 11-17 – ISSN 2079-6641

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.22

СВОЙСТВА ОДНОГО АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПУАССОНОВСКИХ ПРОЦЕССОВ *

Г.М. Водинчар[1,2]

[1] Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032, Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4

[2] Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

E-mail: gvodinchar@ikir.ru

Рассмотрены свойства алгоритма оценки параметров гармонических составляющих интенсивности нестационарного пуассоновского процесса. Установлена хорошая вычислительная устойчивость алгоритма, оценена скорость сходимости оценок. Рассмотрена возможность применения алгоритма к анализу приливного отклика в импульсном электромагнитном излучении Земли.

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, нестационарный пуассоновский процесс, импульсное электромагнитное излучение Земли.

MATHEMATICAL SIMULATION

MSC 62M10

CHARACTERISTICS OF AN ALGORITM FOR NON-STATIONARY POISSON PROCESS ESTIMATION

G.M. Vodinchar[1, 2]

[1] Vitus Bering Kamchatka State University, 683032, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya st., 4, Russia

[2] Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatsky Kray, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

E-mail: gvodinchar@ikir.ru

The properties of the algorithm estimates of parameter of harmonic intensity for nonstationary Poisson process. The computational stability of the algorithm is proved.

Key words: least squares method, non-stationary Poisson process, electromagnetic pulsed terrestrial emission.

*Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России по "Программе стратегического развития КамГУ им. Витуса Беринга"на 2012-2016 гг.

Введение

В настоящей работе исследуются некоторые вычислительные аспекты разработанного автором в [1] алгоритма анализа временных рядов, описывающего один класс нестационарных пуассоновских процессов. Речь идет о процессах, интенсивность которых меняется во временем по полигармоническому закону, с априори известным частотным составом. Такие модели возникают при описании точечных процессов в системах, подверженных внешним воздействиям, спектр которых известен. В геофизических системах подобным воздействием являются волны приливного потенциала, состав которого известен детально [2]. Если величина отклика геофизического поля на воздействие в среднем близка к фоновым шумам, то усиление этого отклика является индикатором приближения геофизической среды среды к критическому состоянию [3]. Алгоритмы обнаружения приливного отклика в импульсном электромагнитном излучении Земли, их статистические свойства, результаты тестирования и результаты применения к реальным данным описаны в [1]. Одним из этапов алгоритмов является расчет точечных и интервальных оценок для амплитуд и фаз гармонических составляющих в потоке импульсов. В данной статье рассмотрены вопросы вычислительной обусловленности и скорости сходимости оценок.

Постановка задачи оценивания и описание алгоритма

Рассматривается нестационарный пуассоновский процесс $\xi(t)$, интенсивность которого является суммой постоянной составляющей и нескольких гармоник. Реализация процесса описывается временным рядом x_t – числом скачков процесса в интервале времени $(t;t+1]$. Тогда компоненты ряда – независимые пуассоновские случайные величины с интенсивностью

$$\lambda_t = A_0 + \sum_{k=1}^{p} (A_k cos\omega_k t + B_k sin\omega_k t) \quad (1)$$

Частоты ω_k предполагаются известными, амплитуды A_k и B_k подлежат оценке во временном окне из $2N+1$ отсчетов. Использование нечетного числа отсчетов обусловлено вычислительными удобствами. Всегда можно также считать, что $-N \leq t \leq N$.

Формально представляя члены ряда x_t в виде $x_t = \lambda_t + \varepsilon_t$, где $\varepsilon_t = x_t - \lambda_t$, получаем задачу оценки параметров тренда λ_t на фоне нестационарного белого шума ε_t. Шум, очевидно, негауссовский, имеет нулевое среднее и дисперсию λ_t. Таким образом, распределение шума зависит от оцениваемых параметров. Для решения задачи применяется метод наименьших квадратов (МНК), т.е. минимизация функции $\sum_{t=-N}^{N} (x_t - \lambda_t)^2$ по амплитудам A_k, B_k, A_0. Негауссововсть и нестационарность шума, зависимость его дисперсии от неизвестных параметров не позволяют использовать для характеризации оценок общую теорию МНК-оценивания [5].

Для сокращения объема вычислений при обработке ряда в скользящем временном окне удобно перейти к базисным функциям с нулевым средним по времени. Вводим обозначения

$$\alpha_{kt} = cos\omega_k t - \frac{sin(N+0.5)\omega_k}{(2N+1)sin 0.5\omega_k}, \quad \beta_{kt} = sin\omega_k t, \quad C = A_0 + \sum_{k=1}^{p} \frac{A_k sin(N+0.5)\omega_k}{(2N+1)sin 0.5\omega_k}.$$

Тогда выражение (1) примет вид

$$\lambda_t = C + \sum_{k=1}^{p} (A_k \alpha_{kt} + B_k \beta_{kt}) \tag{2}$$

.

Выражая синусы и косинусы через комплексные экспоненты по формулам Эйлера легко установить непосредственным вычислением, что базисные функции α_{kt} и β_{jt} ортогональны относительно скалярного произведения $\langle \alpha_k, \beta_j \rangle = \sum_{t=-N}^{N} \alpha_{kt}\beta_{jt}$ при любых k и j и имеют нулевое среднее по времени для $-N \le t \le N$. В работе [1] показано, что МНК-оценки A_k^*, B_k^* и C^* параметров A_k, B_k и C соответственно являются несмещенными, сходятся в среднеквадратическом смысле к истинным значениям и асимптотически нормальны.

Вычислительная обусловленность МНК-оценивания

Ввиду вышеуказанной частичной ортогональности базисных функций МНК-система для оценок амплитуд распадается на три независимые подсистемы

$$(2N+1)C = \sum_{t=-N}^{N} x_t, \quad \sum_{j=1}^{p} \langle \alpha_j, \alpha_i \rangle A_j = \langle x, \alpha_j \rangle, \quad \sum_{j=1}^{p} \langle \beta_j, \beta_i \rangle B_j = \langle x, \alpha_j \rangle, \quad i = 1, \dots, p. \tag{3}$$

Из этих формул видно, что с вычислительной устойчивостью C^* трудностей нет, а для A_k^* и B_k^* возникает вопрос об обусловленности матриц $\|\langle \alpha_j, \alpha_i \rangle\|$ и $\|\langle \beta_j, \beta_i \rangle\|$. Непосредственным вычислением можно получить следующие формулы для элементов этих матриц:

$$\langle \alpha_i, \alpha_i \rangle = N + 1/2 + \frac{\sin(2N+1)\omega_i}{2\sin\omega_i} - \frac{\sin^2(N+0,5)\omega_i}{(2N+1)\sin^2 0,5\omega_i};$$

$$\langle \alpha_i, \alpha_j \rangle = \frac{\sin(N+0,5)(\omega_i - \omega_j)}{2\sin 0,5(\omega_i - \omega_j)} + \frac{\sin(N+0,5)(\omega_i + \omega_j)}{2\sin 0,5(\omega_i + \omega_j)} - \frac{\sin(N+0,5)\omega_i \sin(N+0.5)\omega_j}{(2N+1)\sin 0,5\omega_i \sin 0,5\omega_j};$$

$$\langle \beta_i, \beta_i \rangle = N + 1/2 - \frac{\sin(2N+1)\omega_i}{2\sin\omega_i}; \tag{4}$$

$$\langle \beta_i, \beta_j \rangle = \frac{\sin(N+0,5)(\omega_i - \omega_j)}{2\sin 0,5(\omega_i - \omega_j)} - \frac{\sin(N+0.5)(\omega_i + \omega_j)}{2\sin 0,5(\omega_i + \omega_j)}, \quad i \neq j.$$

Из этих выражений видно, что для достаточно длинного временного окна в матрицах $\|\langle \alpha_j, \alpha_i \rangle\|$ и $\|\langle \beta_j, \beta_i \rangle\|$ будет диагональное преобладание, что гарантирует их хорошую обусловленность и устойчивое вычисление МНК-оценок. Ясно также, что величина окна, при котором гарантировано диагональное преобладание определяется близостью различных частот, поскольку при фиксированном N внедиагональные (i, j)-элементы при неограниченном сближении частот ω_i и ω_j растут как N, т.е. сравнимы с диагональными элементами.

При разделении гармоник при обработке временных рядов величина окна должна превосходить период биения гармоник самых близких частот. Рассмотрим более этот вопрос на примере ряда интенсивности импульсного электромагнитного излучения

Таблица 1

Периоды основных приливных волн и периоды биений

k	Волна	Гармоника	Период T_k, мин	Частота ω_k, рад/мин	Период биений для ω_k и ω_{k-1}, сут
1	O_1	1	1549,160455	0,004055865	–
2	K_1	1	1436,068141	0,00437527	13,66079164
3	O_1	2	774,5802275	0,00811173	1,167769287
4	M_2	1	745,236078	0,008431134	13,66080398
5	S_2	1	720	0,008726646	14,76529114
6	K_1	2	718,0340705	0,008750539	182,6194862
7	O_1	3	516,3868183	0,012167594	1,276925027
8	K_1	3	478,6893803	0,013125809	4,553597214
9	O_1	4	387,2901138	0,016223459	1,408591297
10	M_2	2	372,618039	0,016862268	6,830401989
11	S_2	2	360	0,017453293	7,382645572
12	K_1	4	359,0170353	0,017501078	91,30974311
13	M_2	3	248,412026	0,025293402	0,559951464
14	S_2	3	240	0,026179939	4,921763715
15	M_2	4	186,3090195	0.033724536	0.578337422
16	S_2	4	180	0,034906585	3,691322786

Земли, для анализа которого изначально разрабатывался алгоритм [1]. В этом ряде данных шаг по времени составлял 1 мин. Исследовался отклик на наиболее сильные приливные волны O_1, K_1, M_2, S_2 [2] и их высшие гармоники до 4 включительно. Периоды этих волн и периоды биения наиболее близких по частотам гармоник приведены в Таблице 1. Видно, что периоды биения составляют от полусуток до полугода.

Непосредственные вычисления показывают, что для всех этих случаев, если длина окна превосходит период биения, то матрицы МНК-систем имеют диагональное преобладание. Поэтому при вычислении оценок можно использовать обычные конечные методы линейной алгебры, без использования регуляризующих процедур.

Скорость сходимости МНК-оценок

Обозначим матрицы, обратные к $\|\langle\alpha_j,\alpha_i\rangle\|$ и $\|\langle\beta_j,\beta_i\rangle\|$ через $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$, соответственно. В [1] показано, что элементы этих матриц бесконечно малы при $N\to\infty$.

Скорость среднеквадратической сходимости МНК-оценок характеризуется их дисперсиями. Теоретические оценки этой скорости даются следующим утверждением.

Теорема 1. *$\mathbf{D}C^*$ является функцией порядка $1/N$ при $N\to\infty$. Для $\mathbf{D}A_k^*$ и $\mathbf{D}B_k^*$ такая функция является асимптотически верхней оценкой.*

Доказательство. Прежде всего отметим, что функция λ_t ограничена сверху некоторым положительным числом Λ, не зависящим от N. Из первой из систем (3) видно, что $C^* = \frac{1}{2N+1}\sum_{t=-N}^{N} x_t$, откуда $\mathbf{D}C^* = \frac{1}{(2N+1)^2}\sum_{t=-N}^{N}\mathbf{D}x_t = \frac{1}{(2N+1)^2}\sum_{t=-N}^{N}\lambda_t \le \frac{\Lambda}{2N+1}$, что и завершает доказательство для C^*.

Получим теперь верхнюю оценку модулей диагональных элементов матрицы $\mathbf{U}$. Поскольку матрица $\|\langle\alpha_j,\alpha_i\rangle\|$ симметрична и положительно определена, она обладает ортонормированной системой собственных вектор-столбцов $\mathbf{s}_k$ положительных собственных значений μ_k. Тогда матрица $\mathbf{U}$ допускает разложение [6]

$$\mathbf{U} = \|\langle\alpha_j,\alpha_i\rangle\|^{-1} = \left[\frac{1}{\mu_1}\mathbf{s}_1\ldots\frac{1}{\mu_p}\mathbf{s}_p\right][\mathbf{s}_1\ldots\mathbf{s}_p]^T.$$

С учетом того, что все компоненты векторов $\mathbf{s}_k$ не превосходят по модулю единицу, из этого разложения видно, что $|u_{ii}| \le \frac{1}{\mu_1}+\cdots+\frac{1}{\mu_p} \le \frac{p}{\min\{\mu_k\}} \le \frac{p}{m_G}$, где m_G - нижняя граница области Гершгорина для матрицы $\|\langle\alpha_j,\alpha_i\rangle\|$.

Напомним, что область Гершгорина (содержащая все собственные значения матрицы) в комплексной плоскости является объединением кругов, центры которых – диагональные элементы, а радиусы – суммы модулей недиагональных элементов соответствующих строк [7]. Из формул (4) видно, что недиагональные элементы матрицы $\|\langle\alpha_j,\alpha_i\rangle\|$ ограничены, а диагональные являются суммой N и ограниченной величины. Тогда область Гершгорина при $N\to\infty$, оставаясь ограниченной, удаляется в бесконечность, точнее говоря существует такая положительная константа K, что $m_G \le N-K$, откуда $|u_{ii}| \le \frac{p}{N-K}$.

Теперь выполним следующую цепочку преобразований

$$\mathbf{D}A_k^* = \mathbf{D}\sum_{j=1}^{p}u_{kj}\sum_{t=-N}^{N}\alpha_{jt}x_t = \mathbf{D}\sum_{t=-N}^{N}x_t\sum_{j=1}^{p}u_{kj}\alpha_{jt} = \sum_{t=-N}^{N}\left(\sum_{j=1}^{p}u_{kj}\alpha_{jt}\right)^2\mathbf{D}x_t =$$

$$= \sum_{t=-N}^{N}\left(\sum_{j=1}^{p}u_{kj}\alpha_{jt}\right)^2\lambda_t \le \Lambda\sum_{t=-N}^{N}\left(\sum_{j=1}^{p}u_{kj}\alpha_{jt}\right)^2 = \Lambda\sum_{t=-N}^{N}\sum_{j,i=1}^{p}u_{kj}u_{ki}\alpha_{jt}\alpha_{it} =$$

$$= \Lambda\sum_{j,i=1}^{p}u_{kj}u_{ki}\sum_{t=-N}^{N}\alpha_{jt}\alpha_{it} = \Lambda\sum_{j,i=1}^{p}u_{kj}u_{ki}\langle\alpha_j,\alpha_i\rangle = \Lambda\sum_{i=1}^{p}u_{ki}\delta_{ki} = \Lambda u_{kk}.$$

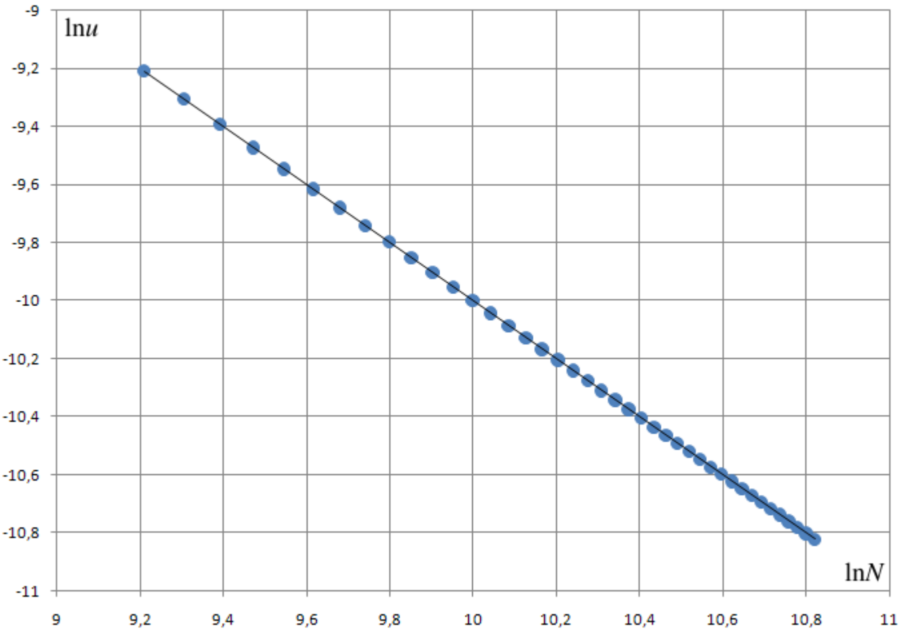
Из этих соотношений видно, что $u_{kk} \ge 0$ и $\mathbf{D}A_k^* \le \frac{\Lambda p}{N-K}$. Доказательство теоремы для $\mathbf{D}B_k^*$ полностью аналогично. □

Полученная в теореме оценка дает верхнюю границу среднеквадратической ошибки в вычислении $\mathbf{D}A_k^*$ и $\mathbf{D}B_k^*$. Входящая в формулу оценки константа K для конкретного набора частот и длины окна может оказаться достаточно большой и сравнимой с N. В связи с этим интересно установить в вычислительных экспериментах насколько близки могут быть $|u_{ii}|$ и $|u_{ii}|$ к своей теоретической верхней границе $\frac{p}{N-K}$, т.е. насколько завышена эта теоретическая оценка.

Были проведены вычисления чисел $u = \min\{|u_{ii}|\}$ и $v = \min\{|v_{ii}|\}$ для первых гармоник приливных волн O_1, K_1, M_2, S_2 (общее число гармоник $p = 4$) при N от 10^4 до $5\cdot10^4$ с с шагом 10^3, что соответствует величине временного окна от 14 до 70 сут. Отметим, что минимальное значение N, необходимые для разделения гармоник вышеуказанных приливных волн составляет 10630.

Полученная зависимости u от N в двойном логарифмическом масштабе и прямая регрессии приведены на рис. 1. Аналогичная зависимость v от N отличается от нее настолько мало, что при совмещении на одном рисунке расчетные точки и прямые регрессии визуально совпадают.

Видно, что обе зависимости имеют четко степенной характер. Наклон аппроксимирующей прямой для $u(N)$ составляет $-1,00007$, а для $u(N)$ этот наклон равен $-1,00003$. Таким образом, теоретическая оценка убывания погрешности по закону $1/N$ практически совпадает с расчетной.



Зависимость u от N в двойном логарифмическом масштабе и прямая регрессии.

Заключение

В работе проведено исследование свойств алгоритма МНК-оценивания параметров гармонических компонент интенсивности нестационарного пуассоновского процесса, описываемого временным рядом числа скачков в единицу времени. Получены теоретические оценки обусловленности матрицы МНК-системы и среднеквадратической скорости сходимости оценок к точным значениям. Продемонстрирована возможность применения алгоритма к выявлению приливного отклика в импульсных геофизических сигналах на примере импульсного электромагнитного излучения Земли.

Библиографический список

1. Водинчар Г.М. Методика оценивания некоторых параметров импульсного электромагнитного излучения Земли // Вычислительные технологии. 2002. № 5. Т. 7. С. 29–35.

2. Мельхиор П. Земные приливы. М.: Мир, 1968.

3. Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга. М.: Наука, 2007.

4. Водинчар Г.М. Алгоритмы и программы оценивания параметров гармонических составляющих временных рядов пуассоновского характера: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Петропавловск-Камчатский: КГПУ, 2002.

5. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1985.

6. Марпл-мл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.

7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 03.08.2012