

УДК 517.958

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ – АДВЕКЦИИ РАДОНА В МНОГОСЛОЙНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ*

В.С. Яковлева¹, Р.И. Паровик^{2, 3}

¹ Томский политехнический университет, 634050, г. Томск, ул. Ленина, 36

² Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7

³ Филиал Дальневосточного федерального университета, 683031, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Тушканова, 11/1

E-mail: jak@interact.phtd.tpu.ru, romano84@mail.ru

Представлено решение стационарного и нестационарного диффузионно-адвективного уравнений переноса радона в многослойных геологических средах с использованием интегро-интерполяционного метода.

Ключевые слова: радон, диффузия, адвекция, многослойная среда, атмосфера

© Яковлева В.С., Паровик Р.И., 2011

MSC 65N80

NUMERICAL SOLUTION OF OF DIFFUSION – ADVECTION EQUATION OF RADON TRANSPORT IN MANY-LAYERED GEOLOGICAL MEDIA

V.S. Yakovleva¹, R.I. Parovik^{2, 3}

¹ Tomsk Polytechnic University, 634050, s. Tomsk, Lenina st., 36, Russia

² Institute of Cosmophysical Researches and Radio Wave Propagation Far-Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, 684034, Kamchatskiy Krai, Paratunka, Mirnaya st., 7, Russia

³ Far Eastern Branch of Federal University, 683031, Petropavlovsk-Kamchatskiy, Tushkanova st., 11/1, Russia

E-mail: jak@interact.phtd.tpu.ru, romano84@mail.ru

The solutions of stationary and non-stationary diffusion-advection equations of radon transport in many-layered geological media by integro-interpolation method are presented.

Key words: radon, model, diffusion, advection, many-layered media, atmosphere

© Yakovleva V.S., Parovik R.I., 2011

*Работа выполнена при поддержке гранта АВЦП «РНПВШ» № 2.1.1/544.

Введение

Моделирование переноса радона в геологических средах активно используется для решения многих практических задач, а также для выявления закономерностей в поведении радона [1-7]. На основе математических моделей производят оценки параметров переноса и строят прогнозы, находящие свое приложение в различных областях, например в строительстве для введения поправок к существующим нормам и правилам, в геологоразведке при поиске урансодержащих руд [8-10], в радиозэкологии при оценках радоноопасности территорий и зданий [3], в геофизике при изучении литосферно-атмосферных связей [11-15].

Моделирование переноса радона в геологических средах, максимально приближенных при их описании к реальным – сложная задача, поскольку геологическая среда является неоднородной, слоистой, с заметно различающимися физико-геологическими характеристиками для каждого слоя. В этом случае необходимо использовать модель переноса радона в слоистой среде с непостоянными коэффициентами. Коэффициенты модели могут являться функциями от пространственной координаты и от координаты времени, более того, они могут меняться скачкообразно на границе двух соседних слоев, т. е. быть разрывными на границах каждого слоя за счет сильно различающихся параметров грунтов (плотность, пористость, содержание радия, коэффициенты диффузии и эманирования). В явном виде аналитического решения для такой модели не существует, поэтому в данном случае обращаются к численным методам.

Настоящая работа посвящена разработке численного решения для стационарного и нестационарного диффузионно-адвективного уравнения переноса радона в многослойных геологических средах.

Задача стационарного переноса радона в многослойной геологической среде с разрывными коэффициентами

Рассмотрим сначала задачу стационарного переноса радона в многослойной среде с разрывными коэффициентами, а потом распространим результаты моделирования и на случай нестационарного переноса. Поскольку коэффициенты уравнения переноса могут быть разрывными, на границе каждого слоя задают так называемые условия идеального контакта (непрерывности), а именно равенства потоков и объемных активностей радона.

Постановка задачи

Осуществляется стационарный перенос радона в многослойной пористой среде с помощью механизмов диффузии и адвекции.

Задача. Требуется установить распределение объемной активности радона (OA_{Rn}) по глубине $z \geq 0$ многослойной геологической среды. Согласно такой постановке уравнение переноса радона в N -слойной среде будет иметь следующий вид:

$$\frac{d}{dz} \left(D_1(z) \frac{dA_1(z)}{dz} \right) + v_1(z) \frac{dA_1(z)}{dz} - \lambda (A_1(z) - A_{1,\infty}) = 0,$$

$$\frac{d}{dz} \left(D_n(z) \frac{dA_n(z)}{dz} \right) + v_n(z) \frac{dA_n(z)}{dz} - \lambda (A_n(z) - A_{n,\infty}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} \left(D_{n+1}(z) \frac{dA_{n+1}(z)}{dz} \right) + v_{n+1}(z) \frac{dA_{n+1}(z)}{dz} - \lambda (A_{n+1}(z) - A_{n+1,\infty}) = 0,$$

$$\frac{d}{dz} \left(D_N(z) \frac{dA_N(z)}{dz} \right) + v_N(z) \frac{dA_N(z)}{dz} - \lambda (A_N(z) - A_{N,\infty}) = 0.$$

Условия на внешних границах всей многослойной структуры принимаются как:

$$A_1(0) = 0, \lim_{z \rightarrow \infty} A_N(z) = A_{N,\infty}. \quad (2)$$

Где $A_n(z)$ – активность радона, приходящаяся на единицу объема пористой среды, Бк/м⁻³, нижний индекс ($n = 1, \dots, N$) указывает на номер соответствующего слоя; N – количество слоев; l_n – толщина n -го слоя, м; v_n – скорость адвективного переноса радона в n -ом слое, м/с; D_n – эффективный (объемный) коэффициент диффузии радона в n -ом слое, м²/с; λ – постоянная распада радона, с⁻¹; $A_{n,\infty}$ – объемная активность радона, находящегося в радиоактивном равновесии с ²²⁶Ra в n -ом слое, Бк/м⁻³, которая равна $A_{n,\infty} = K_{n,em} A_{n,Ra} \rho_{n,s} (1 - \eta_n)$, где $K_{n,em}$ – коэффициент эманирования радона для слоя n , отн. ед.; $A_{n,Ra}$ – удельная активность ²²⁶Ra для слоя n , Бк/кг; $\rho_{n,s}$ – плотность твердых частиц грунта, кг/м⁻³ для n -го слоя; η_n – пористость грунта для n -го слоя.

Методика решения

Рассмотрим расчетную область задачи (1,2). Пусть толщина геологической среды, для которой будем производить расчеты, l является достаточно большой величиной. Тогда ее можно представить в виде суммы соответствующих слоев: $l = l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1} + l_n + l_{n+1} + \dots + l_N$. Разобьем толщину слоя на K_1 точек, тогда $l_1 = i_1 h_1$, где $i_1 = 0, 1, 2, \dots, K_1 - 1$, h_1 – шаг сетки для слоя l_1 . Для слоя l_2 аналогично будем иметь $l_2 = i_2 h_2$, где $i_2 = 0, 1, 2, \dots, K_2 - 1$. Продолжая процесс для n -го слоя, получим: $l_n = i_n h_n$, где $i_n = 0, 1, 2, \dots, K_n - 1$. Наконец, для последнего слоя будем иметь $l_N = i_N h_N$, где $i_N = 0, 1, 2, \dots, K_N - 1$. Для простоты положим, что $h = h_1 = h_2 = \dots = h_n = \dots = h_N$, т.е. будем рассматривать равномерную сетку по пространственной координате. Тогда для всей толщины грунта будет выполнено соотношение $l = ih$, где $i = 0, 1, 2, \dots, K_1 - 1, K_1, K_1 + 1, \dots, K_2 - 1, K_2, K_2 + 1, \dots, K_n - 1, K_n, K_n + 1, \dots, K_N - 1, K_N$. Область рассматриваемой задачи приведена на рис.1.

Для решения задачи (1,2) используем интегро-интерполяционный метод. Согласно, этому методу осуществляется переход от системы дифференциальных уравнений (1) к алгебраической системе, которая представлена в разностной форме. Такой переход осуществляется с помощью некоторого интегрального соотношения (уравнения баланса), выражающего закон сохранения для малого объема [16]. Входящие в уравнение баланса интегралы и производные следует заменить приближенными разностными выражениями. Таким образом, для решения задачи переноса радона в слоистых средах используем интегро-интерполяционный метод (метод баланса) построения консервативных разностных схем [17, 18].

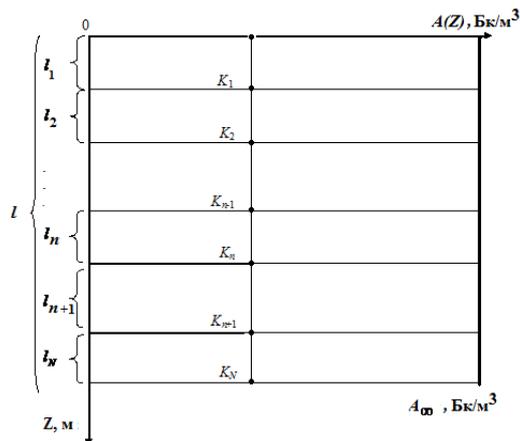


Рис. 1. Расчетная область для задачи (1,2)

Запишем для уравнения (1) на n -ом слое уравнение баланса на отрезке $z_{i_n-1/2} \leq z \leq z_{i_n+1/2}$ где $z_{i_n-1/2} = h(i_n - 1/2)$, h – шаг разностной схемы, [18]

$$\int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} \frac{d}{dz} \left(D_n(z) \frac{dA_n(z)}{dz} \right) dz + \int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} v_n(z) \frac{dA_n(z)}{dz} dz - \lambda \int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} A_n(z) dz = -\lambda \int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} A_{n,\infty}(z) dz. \quad (3)$$

Балансное соотношение (3) отражает закон сохранения для отрезка $z_{i_n-1/2} \leq z \leq z_{i_n+1/2}$. Для получения разностного уравнения из балансного соотношения (3) необходимо использовать те или иные восполнения сеточных функций. Функцию решения будем искать в целых узлах ($A(z), z = z_{i_n}$), а диффузионный и адвективный потоки – в полуцелых. Представим первый интеграл разностью диффузионных потоков ($q(z) = -D_n(z) \frac{dA_n(z)}{dz}, z = z_{i_n \pm 1/2}$) в полуцелых узловых точках и запишем их аппроксимацию в соответствии с работой [18]

$$q_{n,i_n+1/2} - q_{n,i_n-1/2} = \frac{D_{n,i_n+1/2} A_{n,i_n+1} - (D_{n,i_n+1/2} + D_{n,i_n-1/2}) A_{n,i_n} + D_{n,i_n-1/2} A_{n,i_n-1}}{h}. \quad (4)$$

Произведем далее аппроксимацию второго интеграла, отражающего адвективный поток радона, с использованием квадратурной формулы трапеций:

$$\int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} v_n(z) \frac{dA_n(z)}{dz} dz \approx \frac{v_{n,i_n-1/2}}{2} (A_{n,i_n} - A_{n,i_n-1}) + \frac{v_{n,i_n+1/2}}{2} (A_{n,i_n+1} - A_{n,i_n}). \quad (5)$$

Произведем аппроксимацию других членов уравнения (распад и образование радона) функциями, значения которых будем искать в целых узлах сетки:

$$\lambda \int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} A(z) dz \approx \lambda h A_{i_n}, \quad \lambda \int_{z_{i_n-1/2}}^{z_{i_n+1/2}} A_{n,\infty}(z) dz \approx \lambda h A_{n,\infty i_n}. \quad (6)$$

Выражения (4), (5) и (6) подставим в уравнение (3), что приведет нас к системе алгебраических уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned}
 & -\alpha_{n,i_n}A_{n,i_n-1} + \gamma_{n,i_n}A_{n,i_n} - \beta_{n,i_n}A_{n,i_n+1} = F_{n,i_n}, \\
 \alpha_{n,i_n} &= \frac{D_{n,i_n-1/2}}{h^2} - \frac{v_{n,i_n-1/2}}{2h}, \quad \gamma_{n,i_n} = \frac{D_{n,i_n+1/2} + D_{n,i_n-1/2}}{h^2} + \frac{v_{n,i_n+1/2} - v_{n,i_n-1/2}}{2h} + \lambda, \quad (7) \\
 \beta_{n,i_n} &= \frac{D_{n,i_n+1/2}}{h^2} + \frac{v_{n,i_n+1/2}}{2h}, \quad F_{n,i_n} = \lambda A_{n,\infty i_n}.
 \end{aligned}$$

Систему (7) для n -го слоя (1) решаем методом прогонки:

$$\begin{aligned}
 A_{n,i_n} &= p_{n,i_n+1}A_{n,i_n+1} + q_{n,i_n+1}, \quad i_n = K_{n-1}, K_{n-1} + 1, K_{n-1} + 2, \dots, K_n - 2 \\
 p_{n,i_n+1} &= \frac{\beta_{n,i_n}}{\gamma_{n,i_n} - p_{n,i_n}\alpha_{n,i_n}}, \quad q_{n,i_n+1} = \frac{\beta_{n,i_n}q_{n,i_n} + F_{n,i_n}}{\gamma_{n,i_n} - p_{n,i_n}\alpha_{n,i_n}}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Аналогично, применяя алгоритм для $n + 1$ слоя, получим решение

$$\begin{aligned}
 A_{n+1,i_{n+1}} &= p_{n+1,i_{n+1}+1}A_{n+1,i_{n+1}+1} + q_{n+1,i_{n+1}+1}, \quad i_{n+1} = K_n + 2, K_n + 3, \dots, K_{n+1} - 1, K_{n+1} \\
 p_{n+1,i_{n+1}+1} &= \frac{\beta_{n+1,i_{n+1}}}{\gamma_{n+1,i_{n+1}} - p_{n+1,i_{n+1}}\alpha_{n+1,i_{n+1}}}, \quad q_{n+1,i_{n+1}+1} = \frac{\beta_{n+1,i_{n+1}}q_{n+1,i_{n+1}} + F_{n+1,i_{n+1}}}{\gamma_{n+1,i_{n+1}} - p_{n+1,i_{n+1}}\alpha_{n+1,i_{n+1}}}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

В итоге, решение задачи (1,2) можно записать следующим образом

$$\begin{aligned}
 A_{1,0} &= 0, \quad A_{1,i} = p_{1,i+1}A_{1,i+1} + q_{1,i+1}, \quad A_{1,K_1} = p_{1,A_1+1}A_{1,K_1+1} + q_{1,K_1+1}, \\
 A_{2,i} &= p_{2,i+1}A_{2,i+1} + q_{2,i+1}, \quad A_{n,i} = p_{n,i+1}A_{n,i+1} + q_{n,i+1}, \quad A_{n,K_n} = p_{n,K_n+1}A_{n,K_n+1} + q_{n,K_n+1} \\
 A_{n+1,i} &= p_{n+1,i+1}A_{n+1,i+1} + q_{n+1,i+1}, \quad A_{N-2,i} = p_{N-2,i+1}A_{N-2,i+1} + q_{N-2,i+1}, \quad (10) \\
 A_{N-2,K_{N-2}} &= p_{N-2,K_{N-2}+1}A_{N-2,K_{N-2}+1} + q_{N-2,K_{N-2}+1}, \quad A_{N-1,i} = p_{N-1,i+1}A_{N-1,i+1} + q_{N-1,i+1}, \\
 A_{N,N} &= A_{\infty}, \quad q_1 = 0, \quad p_1 = 0, \\
 i &= 1, 2, \dots, K_1 - 1, K_1, K_1 + 1, \dots, K_2 - 1, K_2, K_2 + 1, \dots, K_n - 1, K_n, K_n + 1, \dots, K_N - 1.
 \end{aligned}$$

Задача нестационарного переноса радона в многослойной геологической среде

Моделирование динамики радонового поля в различных геологических средах с последующим анализом полученных временных рядов методом их сравнения с результатами прямых и косвенных измерений позволит уточнять параметры модели переноса радона. Сопоставление временных рядов радонового поля, полученных численным и экспериментальным методами, является одним из способов анализа влияния на уровень и вариации радонового поля состояния и изменчивости метеорологических, электрических и актинометрических параметров атмосферы, факторов космической погоды, изменения напряженно-деформированного состояния геологической среды [11].

Постановка задачи

Осуществляется нестационарный перенос радона в многослойной геологической среде с помощью процессов диффузии и адвекции.

Задача. Требуется установить распределение объемной активности радона по глубине геологической среды и во времени. В нестационарном случае система уравнений (1) для N – слойной среды может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_1(z,t) \frac{\partial A_1(z,t)}{\partial z} \right) - v_1(z,t) \frac{\partial A_1(z,t)}{\partial z} + \lambda (A_1(z,t) - A_{1,\infty}) &= 0, \\ \frac{\partial A_2(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_2(z,t) \frac{\partial A_2(z,t)}{\partial z} \right) - v_2(z,t) \frac{\partial A_2(z,t)}{\partial z} + \lambda (A_2(z) - A_{2,\infty}) &= 0, \\ \frac{\partial A_n(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_n(z,t) \frac{\partial A_n(z,t)}{\partial z} \right) - v_n(z,t) \frac{\partial A_n(z,t)}{\partial z} + \lambda (A_n(z) - A_{n,\infty}) &= 0, \quad (11) \\ \frac{\partial A_{n+1}(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{n+1}(z,t) \frac{\partial A_{n+1}(z,t)}{\partial z} \right) - v_{n+1}(z,t) \frac{\partial A_{n+1}(z,t)}{\partial z} + \lambda (A_{n+1}(z) - A_{n+1,\infty}) &= 0, \\ \frac{\partial A_N(z,t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_N(z,t) \frac{\partial A_N(z,t)}{\partial z} \right) - v_N(z,t) \frac{\partial A_N(z,t)}{\partial z} + \lambda (A_N(z) - A_{N,\infty}) &= 0. \end{aligned}$$

Также на внешних границах грунта задаются краевые условия первого рода

$$\lim_{z \rightarrow 0} A_1(z,t) = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} A_N(z,t) = A_{N,\infty} \quad (12)$$

и начальное условие

$$A_N(z,0) = A_{N,\infty}(z). \quad (13)$$

Методика решения

Для численного анализа задачи (11,12, 13) применим метод баланса [18]. Рассмотрим расчетную область для этой задачи. Введем равномерные сетки: $\omega_h = z_i = ih, i = 0, 1, 2, \dots, K_1, \dots, K_2, \dots, K_N, h = 1/K_N$ с шагом h на полу-бесконечном интервале $0 \leq z < \infty$, где K_N – достаточно большое число; $\omega_\tau = \{t_j = j\tau, j = 0, 1, \dots, T, \tau = T/K_n\}$ с шагом τ на отрезке $0 \leq t \leq T$. Они образуют общую равномерную сетку: $\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau = \{(z_i, t_j), z_i = ih, 0 < i < K_N, t_j = j\tau, 0 < j \leq T\}$, т. е. расчетная область представляет собой прямоугольник. Введем сеточную функцию решения $A(z_i, t_j) = A_i^j \in \omega_{h\tau}$, которую будем рассматривать в целых узлах равномерной сетки, а поток, диффузию и адвекцию – в полуцелых узлах. Согласно уже приведенной методике, после интегрирования по отрезку $z_{i_n-1/2} \leq z \leq z_{i_n+1/2}$ для n -го слоя грунта с учетом аппроксимации по времени получаем трехдиагональную систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} -\alpha_{n,i} A_{n,i-1}^{j+1} + \gamma_{n,i} A_{n,i}^{j+1} - \beta_{n,i} A_{n,i+1}^{j+1} &= F_{n,i}, \\ \alpha_{n,i} &= \left[\frac{\tau D_{n,i_n-1/2}^{j+1/2}}{h^2} - \frac{\tau v_{n,i_n-1/2}^{j+1/2}}{2h} \right], \quad \beta_{n,i} = \frac{\tau D_{n,i_n+1/2}^{j+1/2}}{h^2} + \frac{\tau v_{n,i_n+1/2}^{j+1/2}}{2h}, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\gamma_{n,i} = \frac{\tau \left(D_{n,i_n+1/2}^{j+1/2} + D_{n,i_n-1/2}^{j+1/2} \right)}{h^2} + \frac{\left(v_{n,i_n+1/2}^{j+1/2} - v_{n,i_n-1/2}^{j+1/2} \right)}{2h} + 1 + \lambda \tau, \quad F_{n,i_n} = A_{n,i_n}^j + \lambda \tau A_{n,\infty i_n}.$$

Решение системы (14) можно получить методом прогонки. Применяя эту методику для остальных слоев, получим решение:

$$\begin{aligned} A_{1,K_1}^{j+1} &= p_{1,K_1+1} A_{1,K_1+1}^{j+1} + q_{1,K_1+1}, & A_{2,i}^{j+1} &= p_{2,i+1} A_{2,i+1}^{j+1} + q_{2,i+1}, \\ A_{n,i}^{j+1} &= p_{n,i+1} A_{n,i+1}^{j+1} + q_{n,i+1}, & A_{n,K_n}^{j+1} &= p_{n,K_n+1} A_{n,K_n+1}^{j+1} + q_{n,K_n+1}, \\ A_{n+1,i}^{j+1} &= p_{n+1,i+1} A_{n+1,i+1}^{j+1} + q_{n+1,i+1}, & A_{N-2,i}^{j+1} &= p_{N-2,i+1} A_{N-2,i+1}^{j+1} + q_{N-2,i+1}, \\ A_{N-2,K_{N-2}}^{j+1} &= p_{N-2,K_{N-2}+1} A_{N-2,K_{N-2}+1}^{j+1} + q_{N-2,K_{N-2}+1}, & A_{N-1,i}^{j+1} &= p_{N-1,i+1} A_{N-1,i+1}^{j+1} + q_{N-1,i+1}, \\ A_{N,N} &= A_{N,\infty i}, & q_1 &= 0, \quad p_1 = 0, \\ i &= 1, 2, \dots, K_1 - 1, K_1, K_1 + 1, \dots, K_2 - 1, K_2, K_2 + 1, \dots, K_n - 1, K_n, K_n + 1, \dots, K_N - 1. \end{aligned} \quad (15)$$

На основе описанной численной модели переноса радона в неоднородных слоистых геологических средах был разработан алгоритм и создана программа «SimRaTran» [19], позволяющая моделировать перенос радона в пористых средах, представленных несколькими (до 20-ти) эманулирующими слоями с различными параметрами. Эта программа позволяет рассчитывать распределение объемной активности радона и плотности потока радона по глубине, плотность потока радона с поверхности земли в атмосферу.

Результаты численного моделирования

Рассмотрим одну из практических задач, для решения которых может быть использована приведенная ранее численная модель (10). Большой практический интерес представляет оценка влияния на величину объемной активности приповерхностного радона (на глубине измерения, обычно не более 1 м) ниже залегающих урансодержащих пород. Произведем расчеты функции распределения объемной активности радона по глубине для территории, геологическая структура которой является слоистой.

Рассмотрим среду, состоящую из трех слоев мощностью $l_1 = 4$ м, $l_2 = 2$ м, $l_3 = 8$ м, параметры которых (D_n , $K_{n,em}$, $\rho_{n,s}$, η_n) для упрощения анализа, являются одинаковыми. В первом и третьем слое $A_{Ra} = 30$ Бк/м³. Во втором слое активность радия, продукта распада урана, была выбрана для расчетов из характерного для урансодержащих пород диапазона $A_{Ra} = 1000$ Бк/м³.

Численные расчеты были произведены при разных значениях и направлении скорости адвекции, взяты из диапазона значений, полученного в работе [20]. При положительных значениях скорости v адвективный поток направлен к поверхности земли и складывается с диффузионным, увеличивая суммарный поток радона в атмосферу. При отрицательных значениях v адвективный поток радона направлен вглубь земной поверхности, снижая суммарный поток радона в атмосферу и соответственно значение поровой активности радона у поверхности земли.

На рис. 2 показаны функции зависимости объемной активности радона от глубины при положительной и отрицательной скорости адвекции $|\vec{v}| = 10^{-6}$ м/с. Там же для сравнения показана функция распределения объемной активности по глубине в

случае однородной среды, т. е. все три слоя представлены суглинком с одинаковым содержанием радия $A_{Ra} = 30 \text{ Бк/м}^3$, а скорость адвективного потока взята равной 10^{-6} м/с .

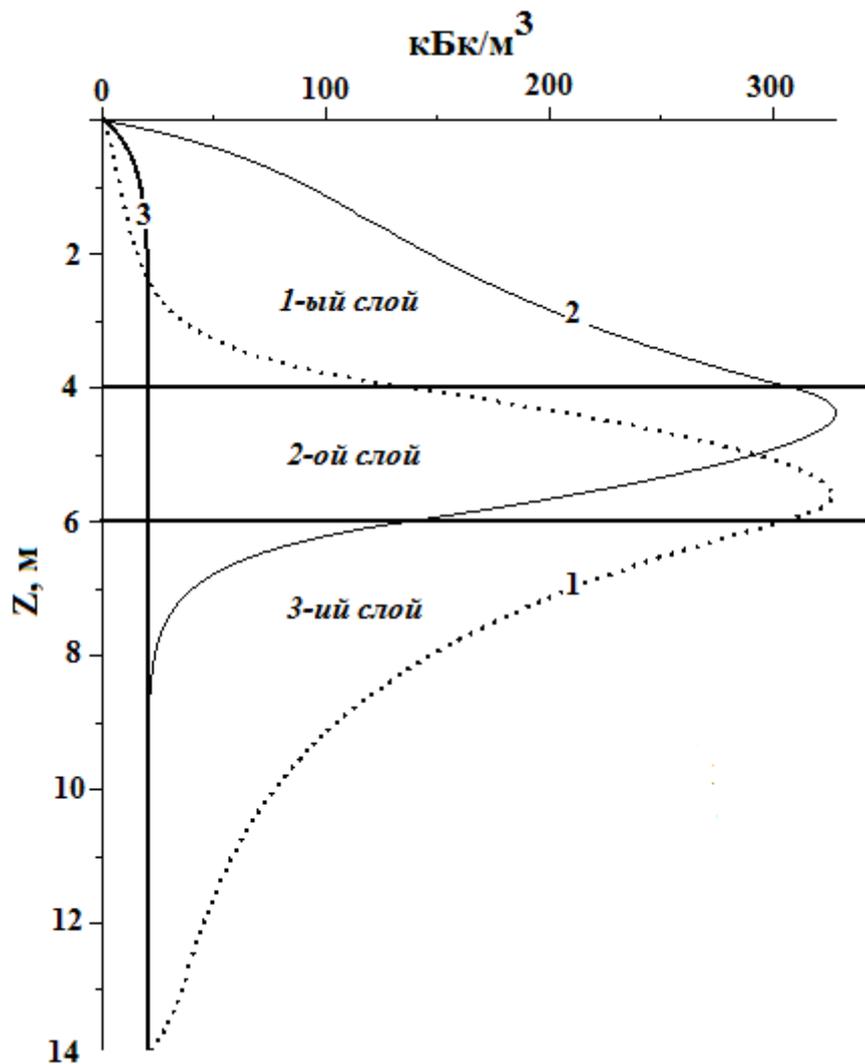


Рис. 2. Кривые распределения объемной активности радона по глубине геосреды с 4-мя слоями. 1 - кривая распределения радона с $v = -4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$; 2 - кривая распределение радона с $v = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$; 3 - кривая распределения радона в однородной среде с $v = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$; 4 - кривая распределения радона в однородной среде с $v = 0 \text{ м/с}$

Анализ функций распределения объемной активности радона (рис. 2) показал, что влияние второго высокоактивного слоя, залегающего даже на небольшой глубине от 4 до 6 метров, может при определенных условиях не проявляться на результатах измерения поровой активности радона, производимых, например, в радиоэкологических или геологоразведочных целях, при оценках радоноопасности территорий. При отрицательной скорости адвекции объемная активность радона до глубины 2 м не превышает значений, которые наблюдаются в относительно однородной среде.

На рис. 3. представлены кривые распределения объемной активности радона в слоистой среде ($n = 4$) в различные моменты времени t согласно (14). Мощность слоев составляет: $l_1 = 1 \text{ м}$; $l_2 = 2 \text{ м}$; $l_3 = 3 \text{ м}$; $l_4 = 4 \text{ м}$. Для простоты анализа физико-геологические параметры для каждого слоя брали одинаковыми, кроме со-

держаниями радия, которое составляло для 1 слоя – 90 Бк/м³, 2-го – 4 Бк/м³, 3-го – 30 Бк/м³, 4-го – 1000 Бк/м³.

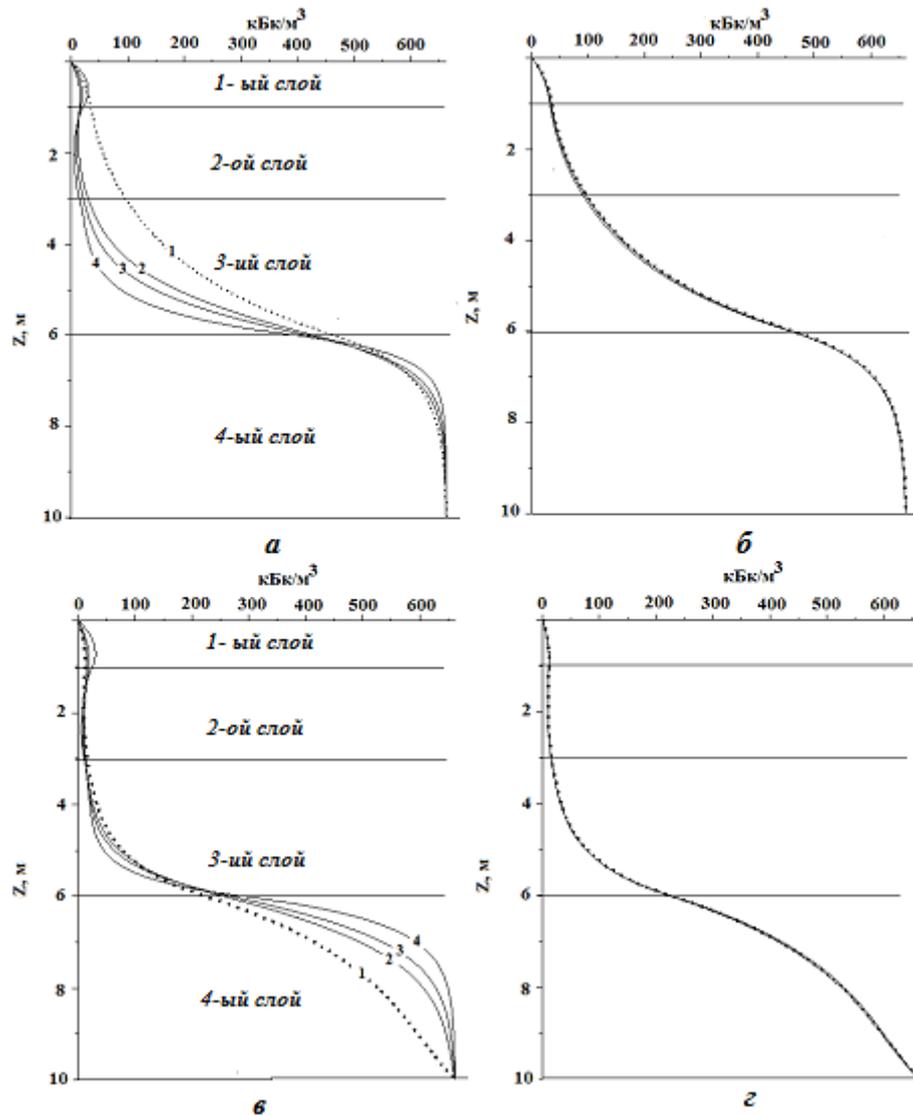


Рис. 3. Распределение объемная активности радона по глубине геосреды с 4-мя слоями в моменты времени t . а) $v = 4 \cdot 10^{-6}$ м/с при: – (1) $t = 10^7$ с; – (2), $t = 10^5$ с; – (3), $t = 2 \cdot 10^5$ с; – (4), $t = 3 \cdot 10^5$ с; б) – $v = -4 \cdot 10^{-6}$ м/с в те же моменты времени t ; в) – $v = -4 \cdot 10^{-6}$ м/с в момент времени $t = 10^7$ с; г) – $v = 4 \cdot 10^{-6}$ м/с в момент времени $t = 10^7$ с

На рис. 3а представлено семейство расчетных кривых распределений объемной активности радона в геологической среде со скоростью адвекции $v = 4 \cdot 10^{-6}$ м/с. На рисунке показано, что на границе 1-го и 2-го слоев объемная активность радона в разные моменты времени составляет $A = 25 - 50$ кБк/м³, на границе 2-го и 3-го слоев – $A = 25 - 100$ кБк/м³, на границе 3-го и 4-го слоев – $A = 400 - 450$ кБк/м³.

На рис. 3в представлено семейство расчетных кривых распределений объемной активности радона в среде с отрицательной скоростью адвекции $v = -4 \cdot 10^{-6}$ м/с. На границе 1-го и 2-го слоев объемная активность радона уменьшилась: $A = 10 - 25$ кБк/м³; на границе 2-го и 3-го слоев $A = 25$ кБк/м³, на границе 3-го и 4-го слоев $A = 200 - 250$ кБк/м³. Такой эффект подтверждает тот факт, что при отрицательной скорости адвекции радона суммарный его поток уменьшается.

На (рис. 3,б,г) представлены случаи, когда при достаточно большом моменте времени ($t = 10^7$ с.) кривые распределений объемной активности радона совпадают со стационарным режимом переноса радона в геологической среде (8). Это подтверждает адекватность построенного численного решения.

Таким образом, если измерения производить в те периоды времени, когда адвективный поток направлен вглубь земли, можно получить ошибочные результаты по оценке радоноопасности обследуемой территории. Наоборот, при больших адвективных потоках в атмосферу объемная активность радона на глубине измерения (обычно 1 м) может увеличиваться до 5 раз.

Заключение

Построена численная модель нестационарного диффузионно-адвективного переноса радона в многослойных геологических средах и представлено ее решение. В разработанной модели учтена особенность переноса радона в многослойной среде – коэффициенты уравнения переноса могут быть разрывными на границах каждого слоя.

Адекватность построенного численного решения подтверждена данными расчетов по нестационарной численной модели, показывающих, что в определенные моменты времени кривые распределений объемной активности радона совпадают со стационарным режимом переноса радона в геологической среде. Анализ результатов численного моделирования с учетом того, что скорость адвекции может изменяться в течение суток в широком диапазоне значений и менять свой знак, указывает на необходимость проведения интегральных измерений активности радона в почвенном воздухе для получения достоверной оценки радонового потенциала обследуемой территории.

Литература

1. ПАРОВИК Р.И., ИЛЬИН И.А., ФИРСТОВ П.П. Обобщенная одномерная модель массопереноса радона и его эксхалация в приземный слой атмосферы // Математическое моделирование. – 2007. – Т.19. – № 11. – С. 43–50.
2. ЯКОВЛЕВА В.С. Диффузионно-адвективный перенос радона в многослойных геологических средах // Изв. Томского политех. унив. – 2009. – Т. 315. – № 2. – С. 67–72.
3. YAKOVLEVA V.S. A theoretical method for estimating the characteristics of radon transport in homogeneous soil // Ann. Geophys. – 2005. – № 48(1) – P. 195–198.
4. VAN DER SPOEL W.H., VAN DER GRAAF E.R., DE MEIJER R.J. Combined diffusive and advective transport of radon in a homogenous column of dry sand // Health Sci. – 1998. – № 74(1). – P. 48–63
5. ETIOPE G, MARTINELLI G. Migration of carrier and trace gases in the geosphere: an overview // Phys. Earth Planet In. – 2002. – V. 129. – P. 185–204.
6. KOZAK J.A., REEVES H.W., LEWIS B.A. Modeling radium and radon transport through soil and vegetation. // J. Contam Hydrol. – 2003. – V.66. – P. 179–200.
7. NIELSON K.K., ROGERS V.C. Multiphase radon generation and transport in porous materials. // Health Phys. – 1991. – V.60(6) – P. 807–815.
8. ГРАММАКОВ А.Г., НИКОНОВ А.И., ТАРФЕЕВ Г.П. Радиометрические методы поисков и разведки урановых руд. – М.: Госгеолтехиздат, 1957. – 610 с.

9. Булашевич Ю.П., Карташов Н.П. Определение коэффициента диффузии радона в горных породах методом мгновенного источника // Изв. АН СССР, Физика Земли. – 1967. – № 10. – С. 71–76.
10. Новиков Г.Ф. Радиометрическая разведка: Учеб. для вузов. – Л.: Недра, 1989. – 407 с.
11. ЯКОВЛЕВА В.С. и др. Скоординированный многофакторный эксперимент по анализу процессов поступления почвенного радона в приземный слой атмосферы / В.С. Яковлева, И.И. Ипполитов, М.В. Кабанов, П.М. Нагорский, П.П. Фирстов, В.Д. Каратаев, А.В. Вуколов, С.В. Смирнов, Р.И. Паровик // АНРИ. – 2009. – № 4. – С. 55–60.
12. ПАРОВИК Р.И., ФИРСТОВ П.П. Апробация новой методики расчета плотности потока радона с поверхности (на примере Петропавловск-Камчатского геодинамического полигона) // АНРИ. – 2009. – № 3. – С. 52–57.
13. FIRSTOV P.P. ET AL. The nexus of soil radon and hydrogen dynamics and seismicity of the northern flank of the Kuril-Kamchatka subduction zone / P.P. Firstov, V.S. Yakovleva, V.A. Shirokov, O.P. Rulenko, Yu.A. Filippov, O.P. Malysheva // Ann. Geophy. – 2007. – V. 50. – № 4. – P. 547–556.
14. ПАРОВИК Р.И. Модель нестационарной диффузии–адвекции радона в системе грунт–атмосфера // Вестник КРАУНЦ. Сер. Физ.-мат. науки. – 2010. – №1(1). – С. – 39–45.
15. ПАРОВИК Р.И. Моделирование процессов переноса радона ^{222}Rn в средах с фрактальной структурой и его стока в приземный слой атмосферы // Вестник КРАУНЦ. Сер. Науки о Земле. – 2008. – № 1. – Вып. 12. – С. 188–193.
16. ТИХОНОВ А. Н. О разностных схемах для уравнений с разрывными коэффициентами / под ред. А. Н. Тихонова, А. А. Самарского // ДАН СССР. – 1957. – Т. 108. – № 3. – С. 393–396.
17. САМАРСКИЙ А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 552 с.
18. САМАРСКИЙ А.А., ВАБИШЕВИЧ П.Н. Численные методы решения задач конвекции–диффузии. – М.: УРСС, 2004. – 248 с.
19. Программа для численного моделирования переноса радона в пористых многослойных средах «SimRaTran» / В.С. Яковлева. Свидетельство от отраслевой регистрации разработки № 11729 от 10.11.2008 г. Федеральное агентство по образованию. ФГНУ «Государственный координационный центр информационных технологий».
20. YAKOVLEVA V.S., RYZNAKOVA N.K. A method for estimating the convective radon transport velocity in soils // Radiat. Meas. – 2003. – V.36(1). – P. 389–391.

Поступила в редакцию / Original article submitted: 11.09.10

В окончательном варианте / Revision submitted: 23.04.11