

Численная оценка параметров сейсмического процесса в ротационной модели блоковой геосреды

Герус А.И.^{1,2}, Викулин А.В.¹

¹ Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, г. Петропавловск-Камчатский, Россия

² Камчатский государственный университет им. В. Беринга, г. Петропавловск-Камчатский, Россия
e-mail: gerus@kscnet.ru vik@kscnet.ru

В рамках блоковой ротационной модели движение цепочки блоков геосреды, моделирующей сейсмический процесс в пределах окраины Тихого океана, математически представлено уравнением синус-Гордона [1, 4]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \sin \theta, \quad (1)$$

где $\theta = \beta/2$, $\xi = k_0 z$ и $\eta = c_0 k_0 t$ – безразмерные координаты, z – расстояние вдоль цепочки блоков, t – время, β – функция угла поворота, c_0 – предельная скорость процесса, k_0 – волновое число. Это уравнение относится к классу нелинейных уравнений в частных производных, и, вообще говоря, подходит для описания большого числа нелинейных явлений, связанных с распространением уединенных волн. Кроме того, уравнение синус-Гордона, как и некоторые другие нелинейные уравнения, допускает решения в виде солитонов – уединенных волн, подобно частицам сохраняющих свою структуру после столкновения с другими такими возмущениями [6].

Уравнение СГ имеет аналитические решения, одним из которых является функция следующего вида:

$$\theta = 4 \arctg \left[\exp \left(\frac{\xi - u\eta - \xi_0}{\sqrt{1 - u^2}} \right) \right], \quad (2)$$

$$u = \frac{U}{c_0}, \quad c_0^2 = \frac{3\sqrt{15}}{8\pi^2} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \Omega R_0,$$

где U – скорость распространения уединенной волны деформации (поворота), Ω – угловая скорость вращения Земли, ρ , G – плотность и модуль сдвига геосреды, R_0 – размер блока. Решение (2) уравнения СГ (1) называется односолитонным.

В модели движения среды, описываемой уравнением СГ (1), блоки являются равно-великими и равномерно поворачиваются друг относительно друга. Скорость распространения волны вдоль такой цепочки постоянна во времени. Для более точного описания реального сейсмического процесса уравнение (1) должно быть дополнено другими слагаемыми.

Обратимся к теории возмущений для уравнения СГ, разработанной Д. Маклафлином и Э. Скоттом [10], и сформируем структурное возмущение для уравнения (1) в соответствии с нашей предметной областью. А именно, дополним нашу модель (1) эффектами отклонения моментов сил блоков от равновесных положений μ и трения на границах α . Наше структурное возмущение будет выглядеть следующим образом:

$$\varepsilon f = -\alpha \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \mu \delta(\xi) \sin \theta, \quad (3)$$

и возмущенное уравнение СГ запишется в виде:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \sin \theta + \alpha \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \mu \delta(\xi) \sin \theta, \quad (4)$$

где $\delta(\xi)$ – Функция Дирака.

Такое уравнение (4) не имеет аналитических решений, так как в формуле одиночного солитона (2) скорость u и фаза ξ_0 в присутствии структурного возмущения (3) приобретают зависимость от времени:

$$X = \int_0^t u(t') dt' + \xi_0(t), \quad \frac{dX}{dt} = u(t) + \frac{d\xi_0(t)}{dt}, \quad (5)$$

$$\theta = 4 \operatorname{arctg} \left[\exp \left(\frac{\xi - X(t)}{\sqrt{1 - u(t)^2}} \right) \right]. \quad (6)$$

Следуя методике авторов [10], в результате подстановки (5)-(6) в (4) мы получили систему уравнений, из которой и были численно рассчитаны динамические параметры модели – значения координаты X и скорости u . Кроме того, нами была рассчитана производная по времени от функции угла поворота блока – скорость поворотного деформирования:

$$\dot{\theta} = \frac{d\beta}{dt} = 20 \sqrt{\frac{\Omega \sqrt{G/\rho}}{R_0}} \frac{u}{\sqrt{1 - u^2}} \operatorname{sech} \left(\frac{X - u\eta}{\sqrt{1 - u^2}} \right), \quad (7)$$

которая для описания деформационного процесса является физически более информативной величиной.

Начальные условия $x_0 = 0$, $t_0 = 0$, $u_0 = 10^{-10}$ ($u = U/c_0$ – безразмерная скорость) в соответствии с [3] выбирались таким образом, чтобы скорость деформирования не превышала значения $\dot{\theta}_0 \leq 10^{-13} \text{ с}^{-1}$, что близко к средней скорости деформации в сейсмоактивных [8] и вулканических [7] областях и заметно отличается от глобальной средней скорости деформации (вращения отдельных блоков) в различных регионах Земли, оцениваемой величиной $5,5 \cdot 10^{-16} \text{ с}^{-1} \approx 1\text{-}2$ градус/млн. лет [9]. В процессе вычислений были выбраны характерные для земной коры значения физических параметров $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $G = 5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $R_0 \approx 10^5 \text{ м}$, $\Omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$.

При $\alpha = \mu = 0$ уравнение (4) сводится к невозмущенному уравнению (1), для которого солитон (2) движется равномерно, т.е. имеет постоянные значения U и $\dot{\theta}$.

Анализ проводился при значениях параметра $\alpha = 0,4\text{-}0,8$, соответствующих реальным разломам [11], с фиксированной величиной коэффициента неоднородности $\mu = 0,0005$, а также при значениях μ в пределах $\mu = 0,0001\text{-}0,0005$ и фиксированном $\alpha = 0,6$.

В результате нами были получены графики (рис. 1), аналогичные представленным в [3].

Скорость волны и скорость поворотной деформации в присутствии структурного возмущения (3) меняются со временем, причем первая всегда имеет один локальный максимум U_{max} , а вторая – два максимума и один минимум между ними. После колебаний оба параметра выходят на асимптотику. Значение координаты X асимптотически ограничено величиной блока – 10^5 м .

Проведенные нами расчеты позволили сформулировать следующие выводы:

1. При увеличении коэффициента трения α уменьшаются значения U_{max} , $\dot{\theta}_{max1}$, $\dot{\theta}_{max2}$, $\dot{\theta}_{min}$, а их времена увеличиваются. Таким образом, процесс распространения солитона замедляется и сглаживается.
2. При увеличении значения коэффициента неоднородности μ , наоборот, увеличиваются значения U_{max} , $\dot{\theta}_{max1}$, $\dot{\theta}_{max2}$, $\dot{\theta}_{min}$, а их времена уменьшаются. Таким образом, моделируемый процесс идет быстрее и резче.

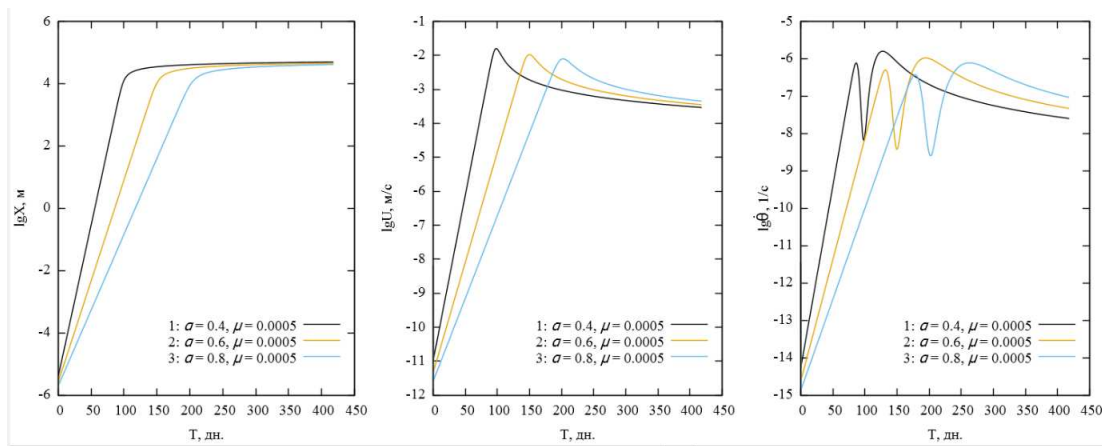


Рис. 1. Динамика изменения параметров X , U и $\dot{\theta}$ при $\alpha = 0,4, 0,6, 0,8$.

3. При одновременном увеличении или уменьшении значений α и μ меняется и временной масштаб процесса.
4. Асимптотическое значение X , т.е. X_{max} , при любых α и μ всегда соответствует равенству $X_{max} \approx R_0$, где R_0 – радиус блока.
5. Для любых α и μ волна достигает значений U_{max} , $\dot{\theta}_{min}$ и выхода X на асимптотику одновременно.

Кроме того, существуют еще и другие инвариантные величины, не зависящие от α и μ , но характерные для процесса в целом:

1. отношение максимумов скорости деформации $\dot{\theta}_{max2}/\dot{\theta}_{max1} \approx 2$;
2. отношение продолжительностей максимумов скорости деформации $\frac{\Delta T_{max2}}{\Delta T_{max1}} \approx 6$.

В работе [2] показано, что интервалы времени, в течение которых форшоки и афтершоки происходят относительно сильнейших толчков, соотносятся в пропорции $\Delta t_a/\Delta t_\Phi = 69/11 = 6,3$, близкой к отношению продолжительностей максимумов скорости деформации. В то же время, при близости значений магнитуд наиболее сильных форшоков и афтершоков: $M_\Phi \approx M_a$, их числа N_a и N_Φ , а, следовательно, и суммарные сейсмические энергии E_a и E_Φ , выделяемые в течение форшоковой и афтершоковой стадий, соотносятся между собою в пропорции $N_a/N_\Phi = E_a/E_\Phi = 2,3$, близкой к отношению величин максимумов скоростей деформации.

Интерпретация графика скорости деформации $\dot{\theta}$ может быть следующей. Особенностью взаимодействия сейсмофокальных блоков, по сути, является перераспределение и высвобождение накопленных напряжений при землетрясении, которое происходит в результате локализации неустойчивой деформации в определенный момент времени (минимум на графике $\dot{\theta}$). В рамках такого подхода, первой и второй стадиям взаимодействия тектонической волны с сейсмофокальным блоком (первый и второй максимумы на кривой $\dot{\theta}$) могут соответствовать форшоковая и афтершоковая стадии сейсмического цикла.

Кроме того, в рамках ротационной модели предельная скорость миграции глобальной сейсмической активности составляет $V_{1,max} = 1-10$ см/с, а энергетический характер миграционной зависимости соответствует солитонному типу возбуждения [5]. В нашей численной модели (4) солитонное решение также демонстрирует такие значения $U_{max} = 1-10$

см/с (которые мы можем расценивать как его предельную скорость c_0 в (2)) на некоторых диапазонах значений параметров α и μ ; в частности, при соответствующих реальным разломам [11] $\alpha = 0,6$ и $\mu = 0,0005 - 0,005$.

Таким образом, ротационная модель позволяет количественно описать такие важные свойства сейсмического процесса, как его форшоковую и афтершоковую стадии и заключенное между ними сильнейшее землетрясение. При этом результаты численного моделирования сейсмического процесса при помощи модифицированного уравнения СГ (4) согласуются с экспериментальными данными.

Литература

1. Викулин А.В. Сейсмичность. Вулканизм. Геодинамика: сб. тр. Петропавловск-Камчатский: КамГУ, 2011. 407 с.
2. Викулин А.В. Физика волнового сейсмического процесса. Петропавловск-Камчатский: Изд-во КГПУ, 2003. 151 с.
3. Викулин А.В., Быков В.Г., Лунева М.Н. Нелинейные волны деформации в ротационной модели сейсмического процесса // Вычислительные технологии. 2000. Т. 5. № 1. С. 31-39.
4. Викулин А.В., Иванчин А.Г. О современной концепции блочно-иерархического строения геосреды и некоторых ее следствиях в области наук о Земле // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых (ФТПРПИ). 2013. № 3. С. 67-84.
5. Викулин А.В., Махмудов Х.Ф., Иванчин А.Г. и др. О волновых и реидных свойствах земной коры // Физика твердого тела, 2016. Т. 58, № 3. С. 547-557.
6. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир. 1988. 694 с.
7. Мелекесцев И.В. Вихревая вулканическая гипотеза и некоторые перспективы ее применения // Проблемы глубинного вулканизма. М.: Наука. 1979. С.125-155.
8. Родионов В.Н., Сизов И.А., Цветков В.М. Основы геомеханики. М.: Недра. 1986. 301 с.
9. England P., Molnar P. The field of crustal velocity in Asia calculated from Quaternary rates of slip on faults // Geophys. J. Int. 1997. 130. № 3. P. 551-582.
10. McLaughlin D. W., Scott A. C. Perturbation analysis of fluxon dynamics // Phys. Rev. A. 1978. 18. P. 1652-1680.
11. Nur A., Ron H., Scotti O. Fault mechanics and the kinematics of block rotation // Geology. 1986. 14. P. 746-749.