

Применение метода подталкивания упругой нити в задачах радиосвязи и сейсмологии

Носиков И. А.^{1,2}, Клименко М. В.^{1,2}, Бессараб П. Ф.³, Жбанков Г. А.⁴

¹Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, г. Калининград, Россия

²Западное отделение Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, г. Калининград, Россия

³Королевский технологический институт, г. Стокгольм, Швеция

⁴Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

e-mail:igor.nosikov@gmail.com bessarab@kth.se maksim.klimenko@mail.ru
gzhbankov@sfedu.ru

Введение. Одной из главных проблем в задачах о распространении как сейсмических волн в земной коре, так и радиоволн в ионосфере является траекторный расчет с заданными граничными условиями. В настоящее время главным подходом к решению таких прикладных задач является численное решение уравнения эйконала с заданными начальными условиями для радиоволн [1] и для сейсмических волн [2]. Сведение задачи Коши к задаче с граничными условиями осуществляется посредством метода пристрелки (метод стрельбы) [2].

Альтернативным подходом к решению граничной задачи о распространении волн в приближении геометрической оптики является использование вариационных методов, основанных на прямой минимизации функционала оптической длины пути для радиолуча и времени распространения для сейсмических волн. При этом в основе этого метода лежит принцип Ферма о минимуме фазового расстояния [3]. В сейсмологии данный подход носит названия метод изгибания (англ. bending method) [4] и псевдо метод изгибания (англ. pseudo bending method) [5 - 7]. Эти подходы получили широкое применение в сейсмологии [8, 9]. В задаче радиосвязи до последнего времени вариационные методы не находили своего применения. В единственной известной нам работе [10] предложен вариант вариационного метода. Однако, как указывает автор, предложенный подход имеет ряд ограничений, прежде всего связанный с невозможностью получения нижних лучей.

В нашей работе продемонстрировано, как метод подталкивания упругой нити (англ. nudged elastic band), широко используемый в химии, физике твердого тела и других областях наук [11 - 13], находит свое применение и в задачах о распространении сейсмических волн в земной коре и задаче о расчете коротковолновых радиотрасс в ионосфере. По своему содержанию метод подталкивания упругой нити аналогичен методам представленным в работах [5,7], но имеет особенности, в частности использование проецированных сил и введение сил упругости между точками траектории. Это позволит избежать проблемы зависимости решения от начального приближения, которые были показаны в работе [14]. В данной работе будут продемонстрированы возможности метода при решении различных задач, связанных с распространением сейсмических волн и радиоволн в двумерных изотропных средах.

Задача о расчете сейсмических волн. Важнейшая задача о распространении сейсмических волн в земной коре – определение времени распространения волны между двумя объектами, положение которых известно (от источника возмущения к приемнику). Функционал S времени распространения сейсмической волны имеет вид:

$$S(\gamma) = \int_{\gamma} \frac{dl}{c(\vec{r})} \quad (1)$$

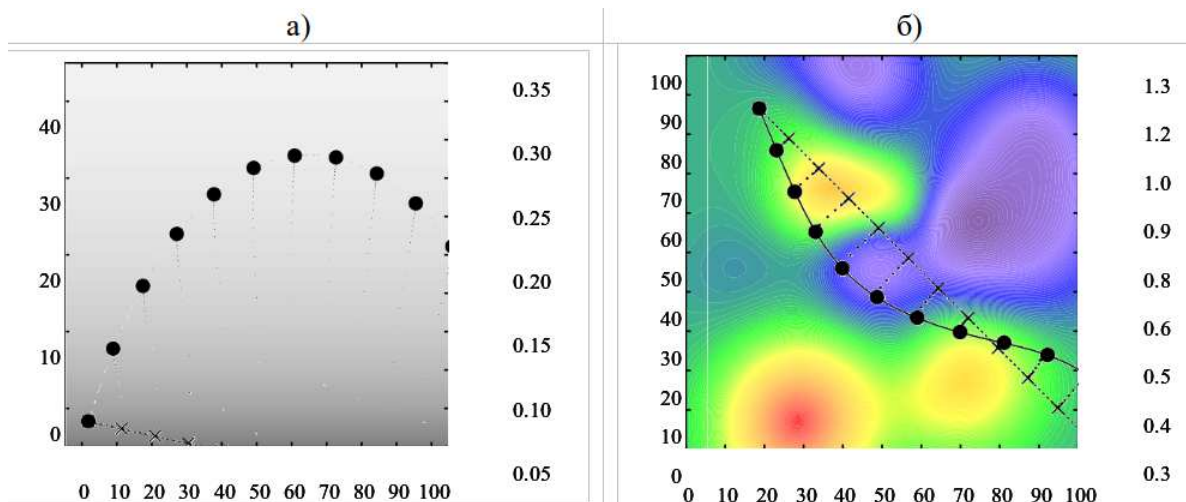


Рис. 1. Результаты расчетов траекторий распространения сейсмических волн методом подталкивания упругой нити (черные кружки) и аналитические решения (сплошная линия) в модельной среде, где поле скоростей задавалось в виде функции $V = 4 + 0.2z$ (а), и неоднородной среде (б). Крестиками показаны начальные приближения. Точками показаны последовательные приближения к искомой траектории, полученные в результате итерационного процесса.

Интегрирование производится вдоль кривой γ , задающей траекторию луча, которая соединяет граничные точки, $c(\vec{r})$ — скорость распространения волны в точке \vec{r} , лежащей на кривой γ , и dl — элемент длины вдоль γ . При этом изначально кривая γ является начальным приближением для решения задачи нахождения траектории распространения сейсмической волны. Форма кривой может задаваться произвольным образом. Задача расчета траектории распространения сейсмической волны сводится к поиску минимума функции оптической длины пути согласно принципу Ферма $\delta S = 0$.

В качестве среды для распространения сейсмических волн были выбраны модельные среды, где поле скоростей задавалось гладкими аналитическими функциями [5]. Такая постановка задачи позволяет сделать оценку работоспособности метода и провести сравнение полученных результатов с численными и аналитическими решениями.

В работе [5] представлены различные варианты модельных сред. Нами было выбрано поле скоростей, заданное функцией $V = 4 + 0.2z$, для которого известно аналитическое решение времени распространения сейсмической волны равное 14.6643. На рис.1(а) представлены результаты расчетов NEB методом в данной среде. Для 15 точек время распространения составляет 14.6645. Отметим, что увеличение количество точек приводит к улучшению точности расчета времени распространения. Для 20 точек время распространения составляет 14.6643, что совпадает с точным аналитическим решением.

Следующий важный этап проверки метода – апробация в сложной неоднородной среде, поскольку на практике моделирование распространения сейсмических волн проходит в среде, где параметры меняются сложным образом. В нашем случае поле скоростей задавалась суперпозицией гауссовых функций, амплитуда, дисперсия и положение которых генерировались случайным образом. На рис.1(б) представлены результаты расчетов в неоднородной изотропной среде с начальным приближением траектории в виде прямой линии. Таким образом, результаты расчетов для модельной изотропной среды показали, что метод подталкивания упругой нити в данном случае позволяет успешно находить траектории распространения сейсмических волн.

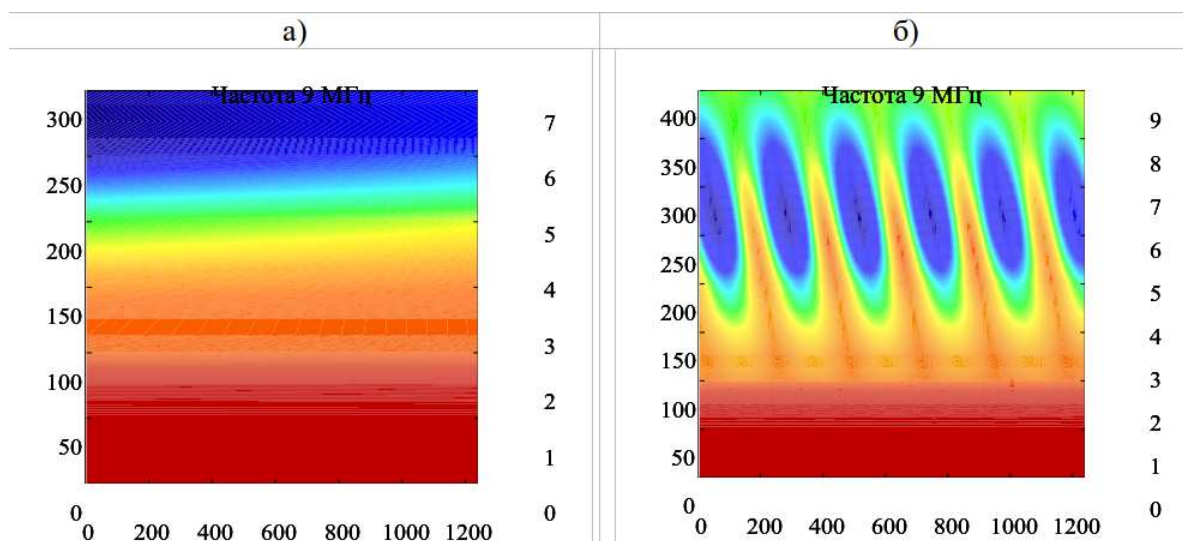


Рис. 2. Результаты расчетов радиотрасс с частотой 9 МГц методом подталкивания упругой нити в изотропной среде, где электронная концентрация задавалась по модели IRI (а), и с наличием перемещающихся ионосферных возмущений (б).

Задача о расчете радиотрасс. В качестве среды для численных расчетов радиотрасс коротковолнового диапазона была выбрана двумерная изотропная модель ионосферы, где электронная концентрация задавалась по международной справочной модели IRI-2007. В качестве граничных условий были выбраны гипотетическая передающая станция, которая располагалась в г. Калининграде, Россия ($54,57^\circ$ с.ш.; 20° в.д.) и приемная станция в г. Тромсё, Норвегия ($65,65^\circ$ с.ш.; $18,57^\circ$ в.д.). Проверка полученных результатов осуществлялась на основе сравнения с радиотрассами, полученными стандартным методом трассировки лучей (модель Г.А. Жбанкова).

На рис. 2 представлены результаты расчетов радиотрасс Калининград – Тромсё, полученных с использованием метода подталкивания упругой нити для частоты 9 МГц. Поиск верхних решений осуществлялся перебором начальных приближений на различных высотах. Результаты расчетов методом подталкивания упругой нити хорошо согласуются с расчетами методом пристрелки. При этом изменяя начальные приближения, находятся все возможные верхние лучи. Однако поиск нижних лучей с использованием метода подталкивания упругой нити не приводит к успешному результату. Проблема в определении нижних лучей вариационным методом обозначена в работе [10]. Как указывает автор, главной причиной является то, что нижние лучи не удовлетворяют условию Якоби на минимум функционала оптической длины пути. Нами был осуществлен численный эксперимент на основе метода подталкивания упругой нити, в котором нахождение нижнего луча осуществлялось по частям. Для этого была закреплена одна из граничных точек в вершине нижнего луча, полученного ранее методом пристрелки. Отметим, что в данном случае каждая половинка луча успешно сходилась к известному аналитическому решению. Однако поиск нижнего луча “целиком” не приводит к успешному результату. Следовательно, нижние лучи имеют особенность, которая заключается в том, что оптические длины путей от передатчика до точки отражения и от точки отражения до приемника являются минимумами оптической длины пути. При этом целиком оптическая длина пути нижнего луча минимумом не является. Поэтому нижние лучи на рис. 2 получены с использованием заранее известной информации о точке отражения, полученной в решении методом пристрелки.

На рис. 2(б) показаны результаты расчетов радиотрасс Калининград – Тромсё для модельной ионосферы с модельными ионосферными неоднородностями, полученными с использованием метода подталкивания упругой нити. Полученные результаты сопоставлялись с численным моделированием на основе метода характеристик и пристрелки. Результаты расчетов, полученные различными методами, хорошо согласуются. Это доказывает, что прямой вариационный метод может успешно применяться для расчета радиотрасс КВ-диапазона даже в среде с неоднородным распределением электронной концентрации.

Заключение. Представлен подход к решению граничной задачи о расчете траекторий распространения сейсмических волн и радиоволн в двумерной изотропной модельной среде. В качестве метода оптимизации выбран метод подталкивания упругой нити, который позволяет находить все решения соответствующие минимуму функционала путем перебора начальных приближений.

На основе результатов данной работы можно сделать вывод о том, что минимумам оптической длины пути радиолуча соответствуют только верхние лучи и части нижних лучей от передатчика до точки отражения и от точки отражения до приемника. Проблема нахождения нижних лучей с использованием вариационных методов является актуальной задачей и требует дальнейших исследований.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-35-00590 мол_а, гранта РФФИ № 15-35-20364 мол_а_вед. Работа проводилась в рамках проекта "Физические механизмы формирования реакции верхней атмосферы и ионосферы на процессы в нижней атмосфере и на поверхности Земли" (Государственное задание Министерства образования и науки РФ, конкурсная часть, задание № 3.1127.2014/К).

Литература

1. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. - Москва: Наука 1980. 304 с.
2. Rawlinson N., Hauser J., Sambridge M. Seismic ray tracing and wavefront tracking in laterally heterogeneous media //Advances in geophysics. – 2008. – Т. 49. – P. 203.
3. Bóna A., Slawinski M. A. Fermat's principle for seismic rays in elastic media //Journal of applied geophysics. – 2003. – Т. 54. – №. 3. – P. 445-451.
4. Pereyra, V., W. H. K. Lee, and H. B. Keller. Solving two-point seismic ray tracing problems in a heterogeneous medium // Bulletin of the Seismological Society of America. – 1980. – 70. – P. 79–99.
5. Um J., Thurber C. A fast algorithm for two-point seismic ray tracing //Bulletin of the Seismological Society of America. – 1987. – Т. 77. – №. 3. – P. 972-986.
6. Prothero W. A., Taylor W. J., Eickemeyer J. A. A fast, two-point, three-dimensional raytracing algorithm using a simple step search method //Bulletin of the Seismological Society of America. – 1988. – Т. 78. – №. 3. – P. 1190-1198.
7. Moser T. J., Nolet G., Snieder R. Ray bending revisited //Bulletin of the Seismological Society of America. – 1992. – Т. 82. – №. 1. – P. 259-288.
8. Zhao D., Hasegawa A., Horiuchi S. Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan //Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 1992. – Т. 97. – №. B13. – P. 19909-19928.

9. Koketsu K., Sekine S. Pseudo-bending method for three-dimensional seismic ray tracing in a spherical earth with discontinuities // *Geophysical Journal International*. – 1998. – Т. 132. – №. 2. – P. 339-346.
10. Coleman C. J. Point-to-point ionospheric ray tracing by a direct variational method // *Radio Science*. – 2011. – Т. 46. – №. 5.
11. Mills G., Jónsson H. Quantum and thermal effects in H₂ dissociative adsorption: evaluation of free energy barriers in multidimensional quantum systems // *Physical review letters*. – 1994. – Т. 72. – №. 7. – P. 1124.
12. Henkelman G., Jónsson H. Multiple time scale simulations of metal crystal growth reveal the importance of multiatom surface processes // *Physical review letters*. – 2003. – Т. 90. – №. 11. – P. 116101.
13. Bessarab P. F., Uzdin V. M., Jónsson H. Effect of hydrogen adsorption on the magnetic properties of a surface nanocluster of iron // *Physical Review B*. – 2013. – Т. 88. – №. 21. – P. 214407.
14. Носиков И.А., Бессараб П.Ф., Клименко М.В. Применение метода “поперечных смещений” для расчета радиотрасс волн КВ-диапазона – Постановка задачи и предварительные результаты // *Известия ВУЗов. Радиофизика*. – 2016. – Т. LIX. – № 3. – С. 1 – 14.