

К ВОПРОСУ О ТЕОРЕТИКО-ВОЗМОЖНОСТНОМ ОПИСАНИИ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА

TO QUESTION ON THE DESCRIPTION OF A SEISMIC MODE ON A BASIS OF THEORETICAL-POSSIBLE SIMULATION

В.В. Богданов, О.В. Мандрикова, А.В. Павлов

Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
vbogd@ikir.ru

At empirical construction of theoretical-probabilistic model of some stochastic event this model should be constant for all period of observations. It allows on the basis of direct measurements to restore a theoretical- probabilistic model of an object. To use such approach for description of a seismic mode, which stochastic properties arbitrary change, it is necessary to calculate average frequencies of a casual event for some period. In this case it is possible approximately to speak about average probabilities of casual events for the chosen time interval. Comparing average probabilities (frequencies) for the different periods, it is possible to trace changes, which occur in a seismic mode. However, speaking strictly, if the stochastic properties of object arbitrary change, the results of each observation do not characterize its probability. In this case by results of observations it is impossible to restore exact theoretical-probabilistic model of a seismic mode. At the same time at known restrictions, which suppose any character of evolution of stochastic properties of object, its theoretical-possible model can be restored on the basis of final number of observations. In the present report the attempt of construction the theoretical-possible model for the description of a seismic mode peninsula Kamchatka is undertaken on the basis of the earthquakes catalogue. Such model estimates relative "potential realizability" outcomes of individual events in scale, in which the ratios can be interpreted only "more", it is "less" or "equally".

Работа посвящена изучению динамических свойств сейсмического режима Камчатского региона по данным сейсмического каталога, рассматриваемого в терминах теории возможностей. При эмпирическом построении теоретико-вероятностной модели [1] некоторого стохастического события последняя должна быть неизменной за весь период наблюдений. В этом случае согласно законам больших чисел в длинной серии наблюдений частота каждого результата наблюдений имеет тенденцию группироваться вокруг некоторого числа, называемого вероятностью. Но если за некоторое время наблюдения стохастические свойства объекта меняются, то непосредственное применение данного теоретического аппарата становится невозможным. В этом случае для описания сейсмического режима мы можем определить *средние частоты* случайного события, например, A за некоторый временной период ΔT (называемым далее экспериментом $\mathcal{E}$), т.е. $\nu_{cp}(\Delta T) = m_A/M$, где m_A – число событий, благоприятствующих событию A , M – общее число событий за интервал ΔT .

Действительно, применение методов теории вероятностей к каталогу сейсмических событий позволяет рассматривать каждое землетрясение как элементарное событие ω_i в пространстве элементарных событий Ω [1]. При этом каждое единичное событие ω_i характеризуется системой случайных непрерывных величин: энергетическим классом k , широтой φ , долготой λ , глубиной h , временем t . Время единичного землетрясения из системы случайных величин исключается. Сейсмичность всего региона или его выбранной части за некоторый период времени рассматривается как полная группа событий и описывается в виде распределений условных и безусловных вероятностей P , имеющих частотное представление. Случайные события в работе [1] определяются как комбинации системы случайных величин k, φ, λ, h в множестве случайных событий F . Это позволяет представить каталог сейсмических событий за период наблюдений как вероятностное пространство трех объектов $(\Omega, F(\Omega), Pr)$ и дает возможность вычислять распределения вероятностей случайных событий. В этом случае, рассматривая *средние частоты*, будем говорить о *средних вероятностях* случайных событий за этот интервал времени. Сравнивая которые за разные, но равные периоды времени ΔT , можно отслеживать изменения, которые происходят в сейсмическом режиме и исследовать их. Иначе говоря, на основе каталога землетрясений проводим n испытаний, которые состоят из серии одиночных экспериментов $\mathcal{E}$ с временным окном $\Delta T = 2$ года, и вычисляем соответствующие частоты. Допуская произвольный характер изменения свойств режима, мы можем говорить о возможности происхождения событий в шкале «больше», «меньше» или «равно» [2]. В этом случае *возможность* является характеристическим свойством эксперимента, который определён как мера на классе подмножеств $F(\Omega)$. При этом в каждом испытании значение возможности оценивает шанс

любого исхода случайного события A . Используя статистический материал, рассмотрим ряд последовательных независимых испытаний $(\Omega, P(\Omega), Pr_1), (\Omega, P(\Omega), Pr_2), \dots$ за равные интервалы времени ΔT . Тогда *стохастической моделью* [2] из n таких испытаний будет вероятностное пространство $(\Omega^n, P(\Omega^n), Pr^{(n)})$. Для индикаторной функции имеем

$$\xi_i^A(\omega^i) = \begin{cases} 1, & \text{если } \omega^i \in A, \\ 0, & \text{если } \omega^i \notin A. \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

где $A \in P(\Omega)$ – случайное событие (исход эксперимента, например, попадание землетрясения в заданный интервал глубин Δh_i), частота реализации которого в эксперименте

$$\nu^{(k_n)}(A) = \nu^{(k_n)}(A, \omega^1, \dots, \omega^n) = (\xi_1^A(\omega^1) + \dots + \xi_{k_n}^A(\omega^{k_n})) / k_n,$$

k_n – число элементарных событий ω^i в одном эксперименте Ξ из серии испытаний n .

В нашем случае усиленный закон больших чисел (З.Б.Ч.) можно представить следующим образом: для каждого $\varepsilon > 0$ справедливо

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \Pr^\infty \left(\sup_{n \geq N} |\nu^{(k)}(A) - (1/n) \sum_{i=1}^n Pr_i(A)| > \varepsilon \right) = 0. \quad (1)$$

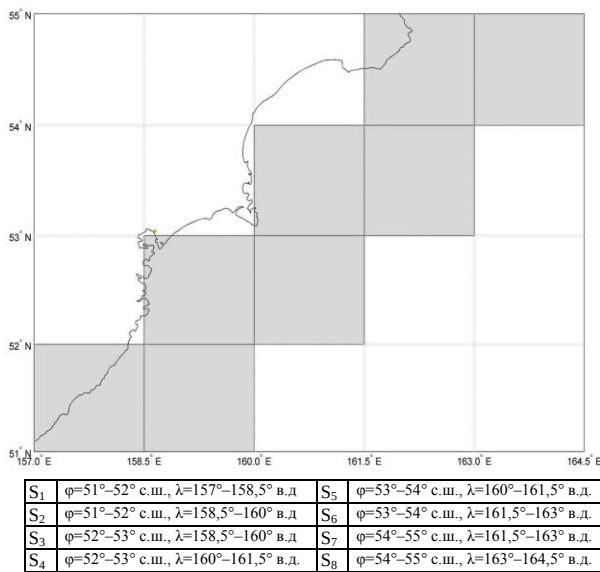


Рис.1. Схема расположения площадей относительно Камчатки. для которых выполнялись расчёты частот

Предположим, что в последовательности $Pr_1, Pr_2, \dots$ имеется конечное число различных вероятностей $Pr^1, Pr^2, \dots, Pr^l$, характеризующих вероятность возникновения некоторого события A в последовательности испытаний из n реализаций. В этом случае в (1)

$$(1/n) \sum_{i=1}^n Pr_i(A) = \sum_{s=1}^k n_s/n \Pr^s(A) = Pr^{(n)}(A), \quad (2)$$

где n_s/n – частота, с которой вероятность $Pr^{(s)}$ реализуется в последовательности $Pr_1, \dots, Pr_n$, $s = 1, \dots, l$, $n_1/n + \dots + n_k/n = 1$. Так как последовательности n_s/n с ростом n могут изменяться произвольно в пределах отрезка $[0, 1]$, то значение $Pr^{(n)}$ также произвольно изменяется в пределах отрезка $[\min_{1 \leq s \leq k} Pr^s(A), \max_{1 \leq s \leq k} Pr^s(A)]$. В

этом случае согласно З.Б.Ч. (1) при $n \rightarrow \infty$ частота $\nu^{(n)}(A)$ всё более точно следует за $Pr^{(n)}$.

Выражение (1) определяет частотную интерпретацию вероятности, её статистическое толкование, согласно которому в длинной последовательности независимых повторений испытаний частота любого его исхода A оценивается вероятностью $Pr^{(n)}(A)$ (2). Причём, если вероятность неизвестна, то частота A соответствует его эмпирической оценке. Поэтому, наблюдая за исходами достаточно длинной серии из n испытаний можно сколь угодно точно оценить неизвестную статистическую модель эксперимента. Однако под значением $Pr(A)$ следует понимать сколь угодно точно прогнозируемое значение частоты исхода A в длинной серии испытаний, но не как меру возможности исхода A при каждом испытании. Поэтому, естественно, возникает вопрос: можно ли осуществить предсказание исходов испытаний в случае, если стохастической моделью является вероятностное пространство $(\Omega, P(\Omega), Pr)$? Иначе говоря, можно ли что-либо сказать о *возможности* реализации того или иного исхода испытаний, оценить их шансы? Априори очевидно, что при любом определении возможности p_i некоторого исхода $\omega_i \in \Omega$ как значения меры (возможности), которая в каждом испытании оценивала бы шанс его реализации в сравнении с шансами всех других элементарных исходов, естественно считать, что возможность $p_i \geq p_j$, если вероятность $pr_i \geq pr_j$. Это очевидно практически на уровне аксиомы: чем больше вероятность pr_i некоторого исхода ω_i , тем, естественно, чаще в длинной серии испытаний встретится ω_i , т.е. тем более возможен исход ω_i при каждом испытании. Причём, как показано в [2], в этом случае важно то, что для такого вывода не принципиально знание численного значения

вероятностей $pr_1, pr_2, \dots$, достаточно лишь знать, как они упорядочены. Более того, этот вывод сохраняется, если предположить, что вероятности $pr_1, pr_2, \dots$ изменяются от испытания к испытанию, но *сохраняют свою упорядоченность*, т.е.

$$1 \geq pr_1 \geq pr_2 \geq \dots pr_m \geq 0 \quad pr_1 + pr_2 + \dots + pr_m = 1. \quad (3)$$

Однако возникает вопрос: что можно сказать о развитии сейсмического режима, если упорядоченность вероятностей в (3) нарушится, что реально отражается в изменении частот за различные ин-тервалы времени? Не содержат ли эти изменения информацию об увеличении, например, шансов возникновения сильного землетрясения в каком-то интервале глубин и, следовательно, предсказать факт его возникновения?

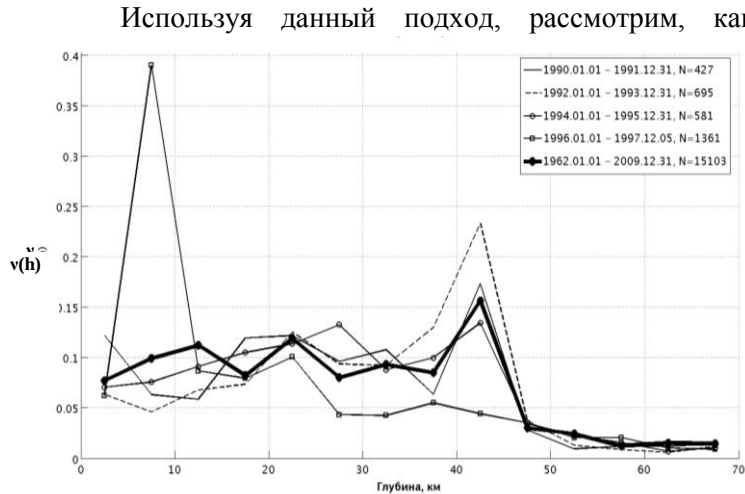


Рис.2. Распределение частот попадания землетрясений в заданные интервалы глубин за различные интервалы времени.

Используя данный подход, рассмотрим, как распределяются частоты попадания землетрясения с энергетическим классом $k \geq 9.5$ по глубине с $\Delta h = 5$ км (интервал глубин от 0 до 70 км), эпицентры которых попадают в площади $S_1, \dots, S_8$, расположенные вдоль восточного побережья Камчатки за период 1962-2009 г (см. рис.1). Сравним результаты с испытаниями, состоящими из $n=4$ экспериментов. Расчёты выполнялись для суммарной площади $S = S_1 + \dots + S_8$. Результаты в виде графиков представлены на рис.2. В испытании $n=4$ учитывались все землетрясения с $k \geq 9.5$, произошедшие за период с 1996.01.01. по 1997.12.05 до Кроноцкого события, которое произошло в 23^h 25^m 05 декабря 1997 г.

В таблице частоты представлены в упорядоченном согласно (3) виде совместно с упорядоченными средними частотами $\nu^{(n)}(A)$ за период 1990.01.01.-1997.05.12. и за период 1996.01.01.-1997.05.12., соответствующего наибольшему отличию частот (см. рис.2). В таблице индексом j обозначен номер интервала глубины Δh . Из таблицы видно, что для периодов 1962-2009 гг и 1990-1997 гг наибольшими шансами обладают землетрясения в интервале глубин 40-45 км, а для периода 1996.01.01.-1997.05.12. наибольшими шансами обладают землетрясения в интервале глубин 5-10 км. При этом для средних значений частота $\nu^{(n)}(\Delta h = 5-10 \text{ км})$ находится на втором месте и практически совпадает с максимальной частотой, соответствующей интервалу 40-45 км. Следовательно, произошла перестройка сейсмическо-

Таблица упорядоченного распределения частот $\nu^{(n)}(A)$ по интервалам глубин за 1962-2009 гг., для средних частот за период 1990.01.01.-1997.12.05. и частот за 1996.01.01.-1997.05.12.

j	9	5	3	2	7	8	4	6	1	10	11	13	14	12
h (км)	40-45	20-25	10-15	5-10	30-35	35-40	15-20	25-30	0-5	45-50	50-55	60-65	65-70	55-60
1962-2009	0,156	0,119	0,112	0,099	0,093	0,085	0,082	0,080	0,077	0,030	0,024	0,015	0,014	0,012
j	9	2	5	4	6	8	7	1	3	10	11	12	14	13
h (км)	40-45	5-10	20-25	15-20	25-30	35-40	30-35	0-5	10-15	45-50	50-55	55-60	65-70	60-65
средние	0,146	0,144	0,115	0,094	0,091	0,087	0,083	0,08	0,076	0,034	0,016	0,014	0,011	0,009
j	2	5	3	4	1	7	9	6	7	10	11	12	13	14
h (км)	5-10	20-25	25-30	15-20	0-5	35-40	40-45	25-30	30-35	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
1996-04.12.1997	0,390	0,101	0,087	0,079	0,062	0,055	0,044	0,043	0,043	0,035	0,021	0,021	0,010	0,009

го режима и основное число землетрясений, произошедших вдоль восточного побережья Камчатки, сместилось с 40-45 км в сторону малых глубин, а число событий достигло значений $N=1361$ (см. легенду в рис.2). Мы видим, что в период 1996-1997 гг. шансы исхода случайного единичного сейсмического события A , связанного с попаданием в интервал глубин $\Delta h = 5-10$ км, по сравнению с другими резко возросли. Причём число событий также возросло и достигло значений $N=1361$ (см. в рис. 1). В то же время режим в интервале глубин 45-70 км практически не изменился и остался на фоновом уровне. Возникает вопрос: о чём говорят произошедшие за несколько лет в большой сейсмоактивной области резкие изменения в сейсмическом режиме? За период 1996-1997 гг. шансы возникновения землетрясений в определенном интервале глубин стали в несколько

раз *больше* в сравнении с усреднённым за большой в несколько десятилетий период времени режимом. В работе [3] описан подход, когда подготовительная стадия землетрясения рассматривается как нелинейный процесс, развивающийся на фоне внешних возмущений, а само землетрясение есть результат разрушения этой системы, находящейся далеко от равновесия. В то же время известно, что по мере возрастания степени неустойчивости нелинейной системы и приближения ее к разрушению (критическому состоянию), возрастают как интенсивность флуктуаций параметров, так и время и длина их корреляций. Поэтому первоначальные локальные («микроскопические») внутренние процессы развиваются и приобретают характер согласованных, формирующихся уже в глобальных («макроскопических») масштабах и захватывающих большие сейсмоактивные районы. Рост длины и амплитуды корреляций в неравновесной системе указывают на связи процессов в некоторой локальной выбранной области с другими ее частями. Но по логике это должно приводить к формированию условий, способствующих увеличению частоты возникновения землетрясений в различных частях этого района с меньшей, чем в основном готовящемся толчке, энергией. Поэтому синхронное увеличение частоты формирования слабых землетрясений на больших пространствах и в интервале определённых глубин, что следует из рассмотрения упорядоченного ряда частот за двухлетний период с 1996.01.01.-1997.05.12., представленного в таблице, должно говорить о возможности подготовки сильного события. Известно, что 05.12.1997г. произошло Кроноцкое землетрясение с магнитудой $M=7.8$, координатами $\varphi=54.15^\circ$ с.ш. и $\lambda=162.05^\circ$ в.д. и глубиной $h=5$ км. Эпицентр события располагался в площади S_7 , соответствующей интервалу координат $\Delta\varphi=54^\circ-55^\circ$ с.ш. и $\Delta\lambda=161.5^\circ-163^\circ$ в.д.

Выводы

На основе теории возможностей применительно к сейсмоактивному Камчатскому региону оценено распределение исходов *единичных событий* в шкале «больше», «меньше» или «равно». На примере сильного землетрясения (Кроноцкое событие) показано, что в большой сейсмоактивной области за несколько лет до события происходит резкое изменение сейсмического режима и значительное число слабых землетрясений синхронно смещаются в определенный интервал глубин, а частота (возможность) их возникновения возрастает в несколько раз. Кроноцкое землетрясение произошло на краю области, в которой зафиксировано синхронное усиление сейсмической активности и наблюдалось возрастание шансов возникновения слабых землетрясений в интервале глубин $\Delta h=5-10$ км.

Литература

1. Богданов В.В. Вероятностная интерпретация закона повторяемости землетрясений на примере Камчатского региона // Докл. АН. 2006. Т. 408. № 3. С.393-397.
2. Пытьев Ю.А. Возможность как альтернатива вероятности. – М.: Физматлит, 2007. – 464 с.
3. Богданов В.В., Геппенер В.В., Мандрикова О.В. Моделирование временных рядов геофизических параметров на основе вейвлет-преобразования. СПб.: Изд-во: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2006. – 108. с.