

Максимальный нагрев стратосферы имел место на уровнях 36, 42 и 48 км, а на уровне 60 км в это время произошло охлаждение стратосферы, с некоторым запаздыванием от фазы нагрева слоев 24, 30, 36 и 42 км.

В районе мезосферы, где имеется высокий высотный градиент температуры понижение температуры достаточно глубокое, это можно объяснить радиационным охлаждением в результате излучения в инфракрасной области, связанного с колебательной релаксацией молекул углекислого газа, воды и озона. При этом понижение температуры составляет около 20°C. Такое значительное понижение температуры в течение месяца вполне допустимо Ньютоновым охлаждением. Процесс этот не мгновенный, поэтому фаза максимального охлаждения несколько запаздывает от фаз максимального нагрева стратосферы.

Амплитуды колебаний температуры стратосферы на этих уровнях 48 и 42 км минимальны по сравнению с другими температурными кривыми: для высот 24, 30, и 36 км.

Характерной особенностью этих кривых является то, что их временной ход происходит в противофазе. Это связано с тем, что уровень 48 км находится там, где температура стратосферы падает с высотой. А уровень 42 км располагается там, где стратосфера имеет температурную инверсию, т.е. там температура с высотой растет. Если предположить, что эти температурные колебания связаны только с притоком тепловой энергии, приносимой планетарными волнами, то высотно-временной ход этих кривых был бы иной. Температуры на этих высотах варьировали бы синфазно. Однако этого мы не наблюдаем. Более вероятным объяснением может быть то, что планетарные волны при воздействии на атмосферу не только приносят тепловую энергию, но и за счет передачи импульса окружающей атмосфере они могут деформировать горизонтальные поверхности постоянной плотности, при котором возбужденная масса будет перемещаться вверх либо вниз и следовательно будет меняться их температура.

Анализ зимнего стратосферного потепления 2005-2006 гг. с привлечением данных аэрологического зондирования на станции Якутск показал, что наблюдаемые каждый год зимние стратосферные потепления обусловлены диссипацией планетарных волн, распространяющихся снизу вверх и состоят из нескольких кратковременных, локализованных потеплений, при этом оно модулируется планетарной волной с волновым числом 1 и с периодом около 90 дней.

Работа поддержана грантом РФФИ 09-05-98573 и Интеграционным проектом №15 СО РАН.

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ АВ  
АНИЗОТРОПНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ  
SEMIEMPIRICAL HYPOTHESES OF THE TURBULENCE THEORY IN THE  
ATMOSPHERIC ANISOTROPIC BOUNDARY LAYER**

**Носов В.В., Емалеев О.Н., Лукин В.П., Носов Е.В.  
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН**

With the use of semiempirical hypotheses of the turbulence theory it was shown theoretically and experimentally that an arbitrary anisotropic boundary layer can be considered to be locally weakly anisotropic. Theoretical expressions were obtained for vertical outer scale of turbulence in anisotropic boundary layer, and the coincidence was shown of the experimental values of outer scale with the theoretical ones.

Как известно, полное статистическое описание случайных гидродинамических полей дается характеристическим функционалом [1, 3, 4]. Характеристический функционал содержит информацию о бесконечной совокупности моментов полей и удовлетворяет динамическим уравнениям с функциональными производными. Приемлемых методов решения таких уравнений в настоящее время не существует. Поэтому исследования в теории турбулентности по традиции опираются на систему уравнений Рейнольдса, являющуюся результатом осреднения уравнений гидродинамики [1-6]. Однако в системе уравнений Рейнольдса число неизвестных превосходит число уравнений. Замыкание этой системы обычно производится путем задания некоторых соотношений между моментами гидродинамических полей. Указанные соотношения, найденные из экспериментов или полученные из физических соображений (например, из соображений размерности) носят название полуэмпирических гипотез теории турбулентности.

Основные полуэмпирические гипотезы обычно сводятся к заданию связи между вторыми моментами пульсаций (отклонений от среднего) скорости  $\overline{v'_i v'_j}$  и температуры  $\overline{v'_j T'}$  и осредненными полями скорости  $\overline{v_i}$  и температуры  $\overline{T}$ . Эти гипотезы опираются, как правило, на аналогию между турбулентными и молекулярными движениями. Так, присутствующие в осредненных уравнениях слагаемые  $v \overline{\partial v_i} / \partial x_j$  и  $\chi \overline{\partial T} / \partial x_j$  пропорциональны компонентам потоков, соответственно, количества движения и тепла ( $v$  - кинематическая вязкость,  $\chi$  - температуропроводность). Они описывают среду без турбулентности и вызваны молекулярной диффузией. В турбулентной среде к указанным компонентам добавляются соответственно величины  $-\overline{v'_i v'_j}$  и  $-\overline{v'_j T'}$ . Поэтому эти величины можно рассматривать как компоненты турбулентных потоков количества движения и тепла. В рамках полуэмпирической теории структура зависимостей турбулентных потоков количества движения и тепла от  $\overline{v_i}$  и  $\overline{T}$  будет такой же, как и в случае чисто молекулярной диффузии. Именно, в общем случае анизотропной турбулентности полагают [1]

$$\begin{aligned} \overline{v'_i v'_j} &= \overline{v'_n v'_n} \delta_{ij} / 3 - (K_{in} \Phi_{nj} + K_{jn} \Phi_{ni}) / 2, \quad \Phi_{ij} = \partial \overline{v_i} / \partial x_j + \partial \overline{v_j} / \partial x_i, \\ \overline{v'_j T'} &= -K_{Tji} \partial \overline{T} / \partial x_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Компоненты  $K_{ij}$  симметричного тензора  $\mathbf{K}$  в определениях (1) называются коэффициентами турбулентной вязкости, а компоненты  $K_{Tij}$  тензора  $\mathbf{K}_T$  имеют смысл коэффициентов турбулентной температуропроводности или коэффициентов турбулентной диффузии для пассивной примеси, которой является потенциальная температура  $T$  (в пограничном слое можно не различать обычную и потенциальную температуры). Гипотезы (1) заменяют 12 компонент турбулентных потоков количества движения и тепла на 27 новых величин (по 6 компонент в симметричных тензорах  $\mathbf{K}_{ij}$  и  $\Phi_{ij}$ , 9 - в тензоре  $\mathbf{K}_{Tij}$ , 3 производных  $\partial \overline{T} / \partial x_i$  и 3 компоненты в сумме  $\overline{v'_n v'_n}$ ).

Известно [1, 3-7], что в плоскопараллельных течениях (между разнесенными плоскостями и в трубах) турбулентные явления в пограничном слое хорошо описываются полуэмпирическими гипотезами с применением только двух скалярных величин  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}_T$  (которые называются коэффициентами турбулентной вязкости и турбулентной температуропроводности, соответственно). Частным случаем плоскопараллельного течения можно считать и турбулентность в пограничном слое земной атмосферы, если только рассматривать течения над протяженным участком земли, имеющим ровную, однородную (одинаковую по структуре) и одинаково нагретую поверхность. Как видно из (1), для плоскопараллельных течений тензоры  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}_T$  изотропны ( $K_{ij} = K \delta_{ij}$ ,  $K_{Tij} = K_T \delta_{ij}$ ). В этой связи пограничный слой с изотропными тензорами  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}_T$  для краткости будем называть изотропным пограничным слоем. Если же хотя бы один из тензоров  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{K}_T$  не изотропен, то пограничный слой называем не изотропным (анизотропным).

На практике, однако, возникает потребность в некоторой детализации этих определений. Так, изотропный пограничный слой оказывается более общим понятием, чем пограничный слой в плоскопараллельных течениях. В отличие от плоскопараллельных течений, в изотропном слое в общем случае могут реализоваться условия, когда горизонтальные производные и вертикальная компонента средней скорости не равны нулю. Такой случай естественно назвать слабо изотропным, оставив понятие изотропного (или сильно изотропного) пограничного слоя только для плоскопараллельных течений. Аналогичное разделение можно осуществить и для анизотропного пограничного слоя. Так, если один из тензоров  $\mathbf{K}$  или  $\mathbf{K}_T$  не изотропен, то пограничный слой можно назвать слабо анизотропным. Если же не изотропны оба тензора  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{K}_T$ , то слой можно назвать сильно анизотропным.

Измерения турбулентных характеристик производились в атмосферном пограничном слое в горном регионе (в горах Байкальской астрофизической обсерватории Института солнечно-земной физики СО РАН, п. Листвянка, Иркутской области, побережье озера Байкал). Район проведения измерений включал в себя склоны и вершину горы, на которой установлен Большой солнечный вакуумный телескоп (БСВТ). Так как эта гора не имеет собственного наименования, то для краткости мы называем ее БСВТ-горой. Высота этой горы над уровнем моря – 680 м. Общая протяженность трассы измерений – около 3 км. Характеристики атмосферной турбулентности фиксировались в основном на высоте 2.7 м от подстилающей поверхности. Всего проведено 5 сеансов наблюдений с различными типами региональной метеоситуации. Измерения произведены в 73 различных точках трассы.

Как известно, внешний масштаб турбулентности  $L_0$  может быть определен различными способами. Например, В.И. Татарский [3] определяет вертикальный внешний масштаб  $L_0^T$  из условия равенства среднего квадрата разности случайных значений температуры в двух точках  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  ее систематической разности. Это условие дает

$$C_T^2 |z_1 - z_2|^{2/3} = (dT/dz)^2 |z_1 - z_2|^2, \quad L_0^T = |z_1 - z_2| / (\alpha C_\theta)^{3/4} = \{C_T^2 / [\alpha C_\theta (dT/dz)^2]\}^{3/4}, \quad (2)$$

где  $\alpha = Pr^{-1} \approx 1.17$ ,  $C_\theta$  – постоянная Обухова. Можно определить внешний масштаб  $L_0^D$  по отклонению структурной функции флуктуаций температуры от 2/3-зависимости. В пространстве Фурье-преобразований этот масштаб будет соответствовать масштабу  $L_0^V$ , определенному по отклонениям одномерного пространственного или временного частотного спектров от 5/3-зависимости. Имеются также масштабы, которые являются параметрами в различных теоретических моделях энергетического интервала трехмерного спектра флуктуаций (например, кармановский внешний масштаб  $L_0^K$ ). Для практики представляется интересным установить связи между этими масштабами, получить теоретические представления для них, пригодные в анизотропном пограничном слое, и сравнить результаты теории и эксперимента.

Для кармановской модели трехмерного спектра турбулентности структурная функция  $D(r)$  и одномерная спектральная плотность  $V(\mathbf{k})$  задаются выражениями [3]

$$D_v(r) = 2 a_v^2 [1 - 2^{1-\nu} \Gamma^{-1}(\nu) (r/r_0)^\nu K_\nu(r/r_0)], \\ V_v(k) = \Gamma^{-1}(\nu + 1/2) \Gamma^{-1}(\nu) \pi^{-1/2} a_v^2 r_0 (1 + k^2 r_0^2)^{-\nu - 1/2}, \quad (3)$$

где  $r_0$  – некоторый пространственный масштаб (радиус корреляции),  $a_v^2$  – дисперсия,  $K_\nu$  – функция Макдональда. Рассматривая, на пример, флуктуации температуры, здесь следует положить  $\nu = 1/3$ ,  $r_0^{-1} = k_0 = 2\pi/L_0^K$ , где  $L_0^K$  – кармановский внешний масштаб. Разложим  $D_v(r)$ ,  $V_v(k)$  при  $\nu = 1/3$  в ряды соответственно по степеням  $r/r_0$ ,  $k_0/k$ , а при  $\nu = 4/3$  (полагая  $r_0 = r_1$ ,  $k_0 = k_1$ ) – в ряды по степеням  $r/r_1$ ,  $k_1/k$ . Тогда получим

$$D_{1/3}(r) = \alpha_0 r^{2/3} - \alpha_1 r^2 + O((r/r_0)^{8/3}), \quad V_{1/3}(k) = \beta_0 k^{-5/3} - \beta_1 k^{-11/3} + O((k_0/k)^{17/3}), \\ D_{4/3}(r) = \alpha_2 r^2 + O((r/r_1)^{8/3}), \quad V_{4/3}(k) = \beta_2 k^{-11/3} + O((k_1/k)^{17/3}).$$

Здесь  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$  – положительные постоянные, зависящие от  $a_{1/3}^2, r_0$ , а  $\alpha_2, \beta_2$  – зависящие от  $a_{4/3}^2, r_1$ . Величины  $a_{1/3}^2, r_0$  и  $a_{4/3}^2, r_1$  можно связать друг с другом, если на  $\alpha_0$  и  $\alpha_2$  наложить условия  $\alpha_0 = C_T^2, \alpha_2 = (dT/dz)^2$ . Эти условия следуют из определения (12). Они позволяют установить связь между масштабом Татарского  $L_0^T$  и другими масштабами. Определим внешний масштаб  $L_0^V$  ( $k_* = 2\pi/L_0^V$ ) из условия пересечения  $V_{1/3}(k)$  и  $V_{4/3}(k)$  в точке  $k_*$ , в которой относительное отклонение  $V_{1/3}(k)$  от зависимости  $\beta_0 k^{-5/3}$  (соответствующей инерционному интервалу) равно заданной величине  $\delta_V$ . Аналогично определим внешний масштаб  $L_0^D$  ( $L_0^D = r_*/(\alpha C_\theta)^{3/4}$ ) – из условия пересечения  $D_{1/3}(r)$  и  $D_{4/3}(r)$  в точке  $r_*$ , в которой относительное отклонение  $D_{1/3}(r)$  от инерционного интервала (зависимости  $\alpha_0 r^{2/3}$ ) равно величине  $\delta_D$ . Отклонения  $\delta_V$  и  $\delta_D$  оказываются связанными. Так, при  $|\delta_V| \ll 1$  имеем  $|\delta_D| \approx 1.14 |\delta_V|^{3/4}$ .

Таким образом, имеем четыре по-разному определенных внешних масштаба:  $L_0^T, L_0^K, L_0^V, L_0^D$ . При малых отклонениях  $\delta_V, \delta_D$  все эти масштабы оказываются связанными линейными зависимостями (с громоздкими выражениями для коэффициентов). Например, при  $\delta_V = 0.3$  ( $\delta_D \approx 0.37$ ) получаем следующие представления масштабов через масштаб Татарского:

$$L_0^V \approx 7.3 L_0^T, L_0^D \approx 0.72 L_0^T, L_0^K \approx 12.4 L_0^T \quad (4)$$

(или представления через кармановский внешний масштаб:  $L^V \approx 0.6 L_0^K, L_0^D \approx 0.06 L_0^K, L_0^T \approx 0.08 L_0^K$ ). Как следует из определений (5),  $C_T^2 = C_\theta \varepsilon^{-1/3} N$ . Подставим в эту формулу выражения (8), (9) для  $\varepsilon$  и  $N$  в анизотропном слое. Вертикальную производную  $dT/dz$  можно выразить из (7), где  $D^T = -0.49 \partial T/\partial x + \partial T/\partial z$ . Подставляя  $C_T^2$  и  $dT/dz$  в определение (12), находим выражение для внешнего масштаба Татарского, обобщенное на случай произвольного анизотропного слоя:

$$L_0^T = \kappa z [\varphi(\zeta) + \varphi_T(\zeta)]^{3/4} [\varphi(\zeta) + \varphi_V(\zeta) - \zeta]^{-1/4} |\varphi(\zeta) + 0.49 z T_*^{-1} dT/dx|^{-3/2}. \quad (5)$$

Полагая здесь  $\varphi_T(\zeta) = 0, \varphi_V(\zeta) = 0, dT/dx = 0$ , получаем известное выражение для изотропного слоя

$$L_0^T = \kappa z \varphi(\zeta)^{-3/4} [\varphi(\zeta) - \zeta]^{-1/4}. \quad (6)$$

В изотропном слое применяется также более простое выражение [3]  $L_0^T = \kappa z / \varphi(\zeta)$ , которое незначительно отличается от (5) в предельных случаях сильно неустойчивой и сильно устойчивой стратификаций. Сравним теорию с экспериментом. Для этого воспользуемся различными методами получения экспериментальных значений вертикального внешнего масштаба. В качестве одного из таких методов подставим в определение (2) измеренные значения  $C_T^2$  в  $dT/dz$  (условно назовем этот метод «по определению Татарского»). Как видно из рис.1, экспериментальные значения  $dT/dz$  найдены по измерениям в нижнем 5-метровом слое и их сравнительно немного. Поэтому, для более полного сравнения, приведем другие методы, позволяющие восстанавливать экспериментальные значения внешнего масштаба. Эти методы можно предложить из результатов измерений временных частотных спектров флуктуаций температуры.

На рис.2 представлены образцы частотных спектров температуры  $W(f)$ , полученные в наших измерениях при различных значениях числа Монина-Обухова  $\zeta$ . Как следует из рис.2, для всех спектров характерно наличие «5/3»-инерционного интервала частот  $f$ , в котором  $W(f) \sim f^{-5/3}$ , и насыщение в области низких частот. Спектры удовлетворительно описываются кармановской моделью. Применим кармановскую модель спектра для определения кармановского внешнего масштаба  $L_0^K$  по устойчивым характеристикам спектров. К таким характеристикам можно отнести значение спектра на нижней границе зарегистрированного участка частот (обозначим его как  $W(0)$ ) и значение коэффициента  $w_*$  при степени  $f^{-5/3}$  в инерционном интервале ( $W(f) = w_* f^{-5/3}$ ). Воспользуемся соотношением [3]  $V(\mathbf{k}) = \mathbf{v} W_e(\mathbf{k}\mathbf{v})$ , где  $\mathbf{v}$  – модуль вектора средней скорости ветра. Это соотношение связывает одномерный пространственный спектр  $V(\mathbf{k})$ , определенный выражениями (13), с временным частотным спектром  $W_e(\omega)$ , являющимся обычным одномерным преобразованием Фурье от корреляционной функции ( $\omega = 2\pi f$ ). Учитывая, что  $W(f)$  есть преобразование по положительным частотам, и  $W(f) = 4\pi W_e(\omega)$ , находим два метода определения кармановского масштаба  $L_0^K$  по характеристикам спектров:

$$1) L_0^K = 4.8 (W(0) v / C_T^2)^{3/5}, 2) L_0^K = (v/f) \{ [W(0)/W(f)]^{6/5} - 1 \}^{1/2}. \quad (7)$$

Второй метод для частот из инерционного интервала упрощается и дает: 2)  $L_0^K \approx v [W(0)/w_*]^{3/5}$ . Условно назовем первый из этих методов «из спектров по насыщению», а второй – «из спектров по 5/3 зависимости». На рис.1 приведены результаты сравнения экспериментальных и теоретических результатов для внешнего масштаба Татарского  $L_0^T$  в горном пограничном слое. При использовании экспериментальных значений кармановского масштаба  $L_0^K$ , полученных из спектров на основе методов (6), применялся коэффициент пересчета кармановского масштаба в масштаб Татарского (4).

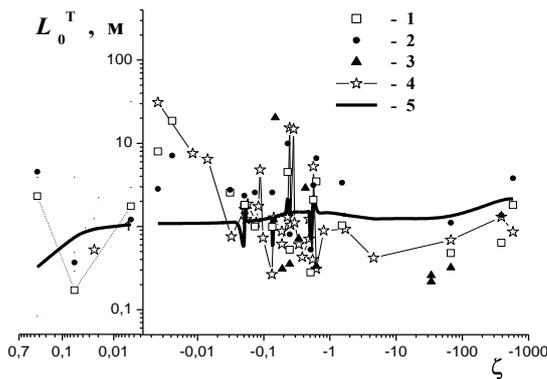


Рис.1. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для внешнего масштаба турбулентности  $L_0^T$  в горном анизотропном пограничном слое: 1 – эксперимент (из спектров по 5/3 зависимости), 2 – эксперимент (из спектров по насыщению), 3 – эксперимент (по определению В.И.Татарского), 4 – полуэмпирическая теория для анизотропного слоя, 5 – полуэмпирическая теория для изотропного слоя

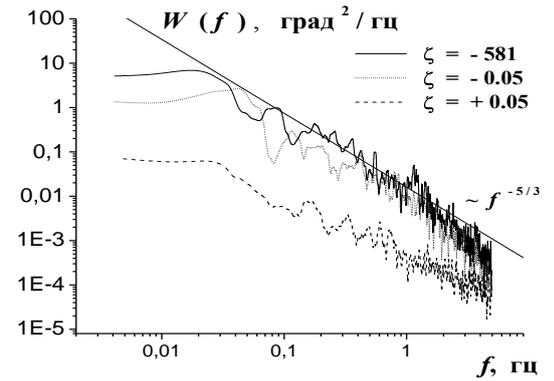


Рис.2. Экспериментальные ненормированные спектры флуктуаций температуры. Верхняя кривая в низкочастотном диапазоне соответствует сильно неустойчивой стратификации, нижняя – устойчивой стратификации. Спектры не сглажены, значительный разброс точек в высокочастотном диапазоне – результат дискретного преобразования Фурье.

Сравнение измеренных тремя разными методами масштабов  $L_0^T$  («по определению Татарского», «из спектров по насыщению» и «из спектров по 5/3 зависимости») показывает, что в анизотропном пограничном слое имеет место удовлетворительное согласие эксперимента и полуэмпирической теории (5). Для сравнения использовались данные всех сеансов наблюдений. Поэтому, из-за явной линейной зависимости от высоты, теоретические масштабы как изотропного ( $L_0^T = \kappa z / \phi(\zeta)$ ), так и анизотропного слоев (5) при некоторых значениях  $\zeta$  (где высота  $z$  отличается от своего постоянного значения  $z = 2.7$  м) испытывают скачки.

Как видно из рис.2, для таких  $\zeta$  экспериментальные данные также испытывают скачки. В области сильно неустойчивых локальных стратификаций анизотропный внешний масштаб меньше изотропного. Как следует из (5), это уменьшение возникает из-за множителя  $[\phi(\zeta) + \phi_V(\zeta) - \zeta]^{-1/4}$ , в котором велики значения величины  $\phi_V(\zeta) - \zeta$ . Оба масштаба (анизотропный и изотропный) уменьшаются в области слабо устойчивых стратификаций. Заметное различие между ними наблюдается в интервале безразличной стратификации. Увеличение анизотропного масштаба связано с ростом функции  $\phi_T(\zeta)$  в этом интервале. Однако учет продольной производной  $dT/dx$  в теоретическом соотношении (5) ограничивает рост анизотропного внешнего масштаба. Как видно из рис.1, это улучшает совпадение теории с экспериментом.

### Литература

1. Монин А. С., Яглом А. М. *Статистическая гидромеханика*. Т.1. - М.: Наука, 1967, 696 с.; Т.2. - С.-Пб: Гидрометеиздат, 1996, 742 с.
2. Монин А. С., Обухов А. М. - *Труды Геофиз. ин-та АН СССР*, 1954, № 24 (151), с.163—187; *Докл. АН СССР*, 1953, т.93, №2, с.223-226.
3. Татарский В.И. *Распространение волн в турбулентной атмосфере*. - М.: Наука, 1967, 548 с.
4. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Гидродинамика*. - М.: Наука, 1986.
5. Монин А. С. *Гидродинамика атмосферы, океана и земных недр*. - С.-Пб: Гидрометеиздат, 1999, 524 с.
6. Зилитинкевич С.С. *Динамика пограничного слоя атмосферы*. -Л.: Гидрометеиздат, 1970.
7. Гурвич А.С. Вертикальные профили скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы. - *Изв.АН СССР, сер. Физика атмосферы и океана*, 1965, 1, № 1.
8. Кожевников В.Н. *Возмущение атмосферы при обтекании гор*. - М.: Научный Мир, 1999, 160 с.