

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ

STATISTIC MODELS OF SEISMIC ACTIVITY DYNAMICS

С.Г. Валеев, В.А. Фасхутдинова

Ульяновский государственный технический университет

Dynamic regression modelling (DRM-approach) methodology, methods, algorithms and the software for processing of average characteristics of seismic activity (magnitude, depth of the centers and quantity of earthquakes), represented as time series are considered. The DRM-approach provides an opportunity of searching the best sets of parameters in terms of mean-square error, the analysis of the quality of time series models on the internal, mixed and external measures, diagnostics of the basic conditions observance of the least-squares method application. The results of the analysis of solar-terrestrial connections are generalized at coprocessing of solar activity series (Volf's number), position of barycenter of the Earth - Moon systems, including data on seismic activity (the World catalogue of earthquakes in 1995-2004).

Введение

В докладе рассматриваются предварительные результаты анализа глобальных данных сейсмической активности, представленных в виде временных рядов (ВР) и обработанных в рамках подхода динамического регрессионного моделирования (ДРМ-подхода) [1, 3].

Целями исследований являются: - получение моделей ВР сейсмоактивности в виде оптимальных динамических регрессий для описания систематики и прогнозирования; - оценка степени взаимосвязи между гелиоактивностью, положением барицентра системы Земля-Луна и геосейсмической активностью.

В разделе 1 вкратце рассматриваются основные положения ДРМ-подхода, в 2 – его программное обеспечение; в разделах 3, 4 и 5 – предварительные результаты обработки десятилетнего ряда данных по глобальной геосейсмической активности и анализа солнечно-земных связей.

1. Методология динамического регрессионного моделирования

При анализе временных рядов последовательно реализуются этапы: – графическое представление и описание поведения временного ряда; – выделение и удаление неслучайных составляющих временного ряда, зависящих от времени: тренда, сезонных, низко- или высокочастотных и циклических составляющих; – исследование случайной составляющей временного ряда, оставшейся после удаления перечисленных выше структур; – построение (подбор) математической модели на каждом этапе, проверка ее адекватности, диагностика нарушения условий ее применения, адаптация в случае необходимости; – прогнозирование будущего развития процесса, представленного ВР [1]. Все эти этапы реализованы в автоматизированной системе динамического регрессионного моделирования (АС ДРМ).

2. Программное обеспечение

Программный комплекс [3] имеет широкий набор процедур и функций, необходимых для детального анализа свойств ВР, моделирования, прогнозирования, а также диагностики нарушений условий применения метода наименьших квадратов (МНК) и оценки качества моделей по различным критериям.

В пакете реализован совместный спектральный анализ, предназначенный для изучения взаимосвязей между гармониками двух временных рядов [5].

3. Модели динамики геосейсмической активности

В качестве исходных данных были взяты данные по геосейсмической активности (глубина, магнитуда и количество землетрясений), полученные из Мирового Центра Данных по физике твердой Земли за 1995-2004 годы (<http://www.wdcb.ru/sep/data.ru.html>). Для формирования временного ряда они были усреднены по месяцам [4].

Моделирование сейсмической активности (глубина). На первом этапе анализа данных в рамках ДРМ-подхода проверяемая гипотеза о стационарности ряда была отвергнута с вероятностью 95%.

Конечная модель для ряда представлена суммой квадратичного тренда, периодического тренда и фильтра Калмана:

$$\begin{aligned}
 X(t) = & 39,038 + 1,02 \cdot t - 0,008 \cdot t^2 + 1,9671 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{2} + 180\right) + 5,435 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{3} - 47,762\right) + \\
 & + 19,464 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{4} + 79,47\right) + 6,3299 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{5} + 208,15\right) + 8,87 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{6} + 200,12\right) \\
 & + 12,355 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{7} + 6,4496\right) + 7,7796 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{8} + 92,47\right) + 15,322 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{10} - 37,999\right) \\
 & + 18,212 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{13} + 115,07\right) + 19,205 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{24} + 186,28\right) - 0,947 \cdot e(t-1) + z(t) + n(t),
 \end{aligned}$$

где $X(t)$ – наблюдения в момент времени t , $e(t)$ – остаток, $z(t)$ – независимые случайные величины, $n(t)$ – гауссовский белый шум; СКО = 35,701, $s_{\Delta} = 20,14$.

Используемые для оценки точности прогноза СКО и s_{Δ} вычислялись по формулам:

$$\text{СКО} = \sqrt{\frac{SS_e}{n_e}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p)}},$$

$$s_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k D_i^2}{(k-p)}},$$

где n – количество наблюдений, k – объем контрольной выборки, p – число слагаемых в модели, $D = y_i - \hat{y}_i$; для СКО y_i – наблюдения, $\hat{y}_i$ – значения, вычисляемые после определения МНК-оценок; для s_{Δ} y_i – наблюдаемое значение отклика на исследуемом интервале (20% от исходного), $\hat{y}_i$ – его прогноз – значения, вычисляемые по комплексной модели, построенной по 80% данных.

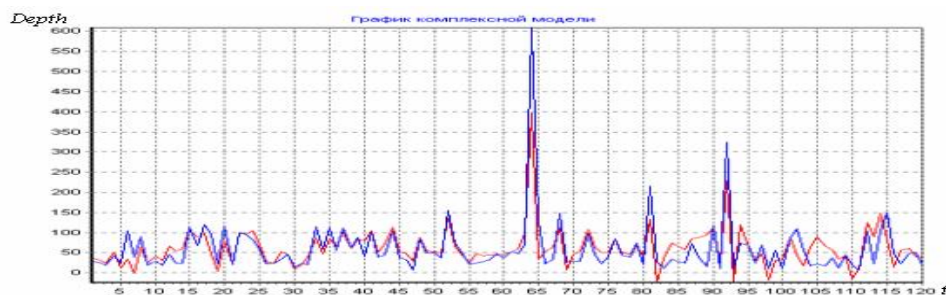


Рис.1. Графики наблюдений и комплексной модели

На рис.1 синим цветом представлен график данных сейсмической активности за 1995-2004 годы; красным – график комплексной модели. На оси абсцисс откладывается время (в месяцах); на оси ординат – глубина землетрясений (в километрах).

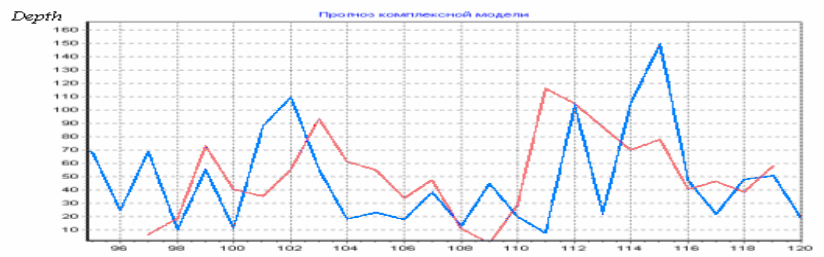


Рис.2. Прогноз по комплексной модели ряда глубины землетрясений (80%) на 2 года (20%).

На рис.2 синим цветом представлен график данных сейсмической активности за последние 2 года наблюдаемого ряда; красным – график прогноза. На оси абсцисс откладывается время (в месяцах); на оси ординат – глубина землетрясений (в километрах). Отсчет 96 соответствует декабрю 2002 года, цена деления – 2 месяца.

Моделирование сейсмической активности (магнитуда). На первом этапе анализа данных в рамках ДРМ-подхода проверяемая гипотеза о стационарности ряда была отвергнута с вероятностью 95%.

Конечная модель для ряда представлена суммой квадратичного тренда, периодического тренда и фильтра Калмана:

$$\begin{aligned}
 X(t) = & 5,678 + 0,006 \cdot t - 0,0000145 \cdot t^2 + 20,040787 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{3} + 109,81\right) + 0,051298 \\
 & \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{4} + 172,27\right) + 0,065788 \sin\left(\frac{2\pi t}{5} + 25,853\right) + 0,15895 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{10} + 34,345\right) + \\
 & + 0,091643 \sin\left(\frac{2\pi t}{13} + 51,507\right) + 0,247 \cdot e(t-1) + z(t) + n(t);
 \end{aligned}$$

СКО = 0,192, $s_{\Delta} = 0,15$.

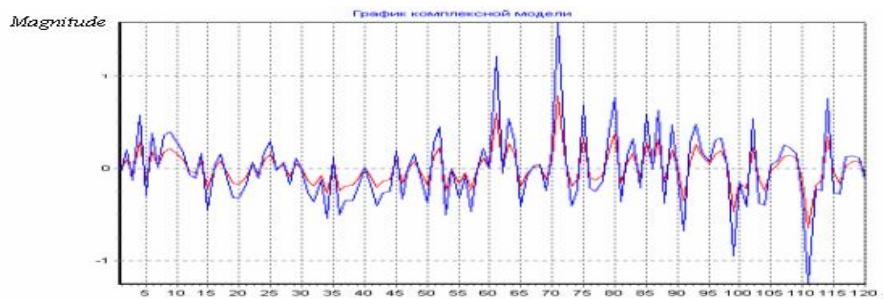


Рис.3. Графики наблюдений и комплексной модели

На рис.3 синим цветом представлен график данных сейсмической активности за 1995-2004 годы; красным – график комплексной модели. На оси абсцисс откладывается время (в месяцах); на оси ординат – магнитуда землетрясений (в баллах). Отсчет 5 на оси абсцисс соответствует маю 1995 года, цена деления – 5 месяцев.

Моделирование сейсмической активности (количество). На первом этапе анализа данных в рамках ДРМ-подхода проверяемая гипотеза о стационарности ряда была отвергнута с вероятностью 95%.

Конечная модель для ряда представлена суммой квадратичного тренда, периодического тренда и фильтра Калмана:

$$\begin{aligned}
X(t) = & 8,376 - 0,0557 \cdot t + 3,385 \cdot t^2 + 0,59415 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{3} + 256,49\right) + 0,27946 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{4} + 268,72\right) + \\
& + 0,62888 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{5} + 153,61\right) + 0,85491 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{6} + 103,97\right) + 0,57062 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{8} + 223,86\right) + \\
& + 0,54102 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{9} + 263,64\right) + 1,2731 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{10} + 151,63\right) + 0,61286 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{17} + 32,487\right) + \\
& + 0,71137 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{30} + 30,024\right) - 1,689 \cdot e(t-1) + z(t) + n(t);
\end{aligned}$$

$$\text{СКО} = 1,689, \quad s_{\Delta} = 1,81.$$



Рис.4. Графики наблюдений и комплексной модели

На рис.4 синим цветом представлен график данных сейсмической активности за 1995-2004 годы; красным – график комплексной модели. На оси абсцисс откладывается время (в месяцах); на оси ординат – количество землетрясений. Отсчет 5 на оси абсцисс соответствует маю 1995 года, цена деления – 5 месяцев.

4. Совместные характеристики сейсмической и солнечной активности

Ниже представлен совместный график для характеристик чисел Вольфа и глубины землетрясений [2].

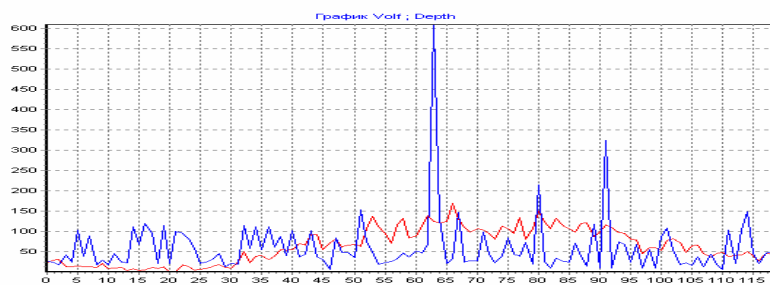


Рис.5. Графики динамики чисел Вольфа и глубины землетрясений

Своего пика активности Солнце и Земля достигают где-то в период с 50 до 90 месяцев. Корреляция между рядами чисел Вольфа и глубиной землетрясений составляет порядка 0,3.

Проведен совместный спектральный анализ временных рядов геосейсмической и солнечной активности.

На рисунке представлен коспектр временных рядов чисел Вольфа и глубины землетрясений; с его помощью найдены общие гармоники для двух рядов с периодами: порядка 10 лет, 2 года, 1 год, 9 месяцев, 7 месяцев и т.д. Общие гармоники определяются из рис. 6а на частотах, на которых наблюдаются наибольшие значения коспектра.

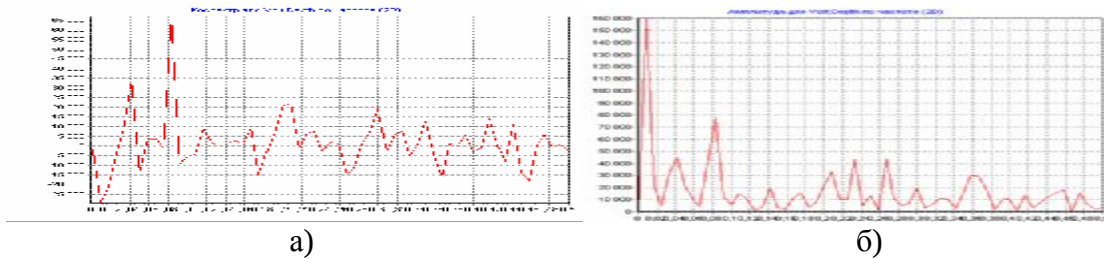


Рис.6. а) Коспектр рядов чисел Вольфа и глубины землетрясений, б) Кросс-амплитуда рядов чисел Вольфа и глубины землетрясений

Найдены значения кросс-амплитуды для этих рядов. Кросс-амплитуда может интерпретироваться как мера ковариации между соответствующими частотными компонентами двух рядов. Максимальное значение амплитуды 421 получено на частоте 0,008 (период = 120 месяцев); из чего следует, что на частоте 0,008 гармоники двух рядов имеют наибольшую разницу в своих значениях. Минимальная разница (4,93) фиксируется на частоте 0,5 (период 2 месяца).

Дополнительно найдены значения квадрата когерентности, который интерпретируется как квадрат корреляции между циклическими компонентами двух рядов соответствующей частоты. В результате анализа получена существенная корреляция между циклическими компонентами этих рядов (например, 0,7 для гармоники с периодом 1 год), что дополнительно позволяет фиксировать общие гармоники для двух рядов.

Для анализа взаимного влияния характеристик при условии сдвига временных серий друг относительно друга на некоторый временной промежуток применялся метод кросс-корреляции.

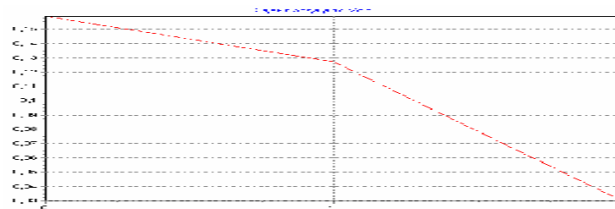


Рис.7. Сдвиг ряда глубины землетрясений относительно ряда чисел Вольфа на 2 месяца.

По рис. 7 видно, что при сдвиге ряда глубины землетрясений относительно ряда чисел Вольфа на 1 месяц значение коэффициента корреляции изменяется от 0,16 до 0,128. При дальнейшем сдвиге до 2 месяцев происходит значительное снижение зависимости между рядами.

При совместном спектральном анализе чисел Вольфа и ряда магнитуд землетрясений получены следующие результаты: выявлены общие гармоники с периодами порядка 10 лет, 1 год, 10 месяцев, 7 месяцев и т.д.; значения квадрата когерентности показывают существенную корреляцию между циклическими компонентами этих рядов (до 0,8 для гармоники с периодом 1 год).

5. Совместные характеристики сейсмической активности и координат барицентра системы Земля-Луна

Коэффициент корреляции между этими рядами равен 0,224. Построены коспектр (рис. 8а) и квадратурный спектр (рис. 8б) для глубины землетрясений и радиуса-вектора барицентра. По этим характеристикам видно, что два данных ряда имеют общие гармоники с периодами 1 год и 13 месяцев.

Построение кросс-амплитуды привело к следующим результатам: максимальное значение амплитуды равно 4,129 на частоте 0,083 (период 1 год), минимальное – 0,0009 на частоте 0,442 (период 2,26 месяца), что свидетельствует о заметной взаимосвязи между гармониками двух рядов с периодом 1 год.

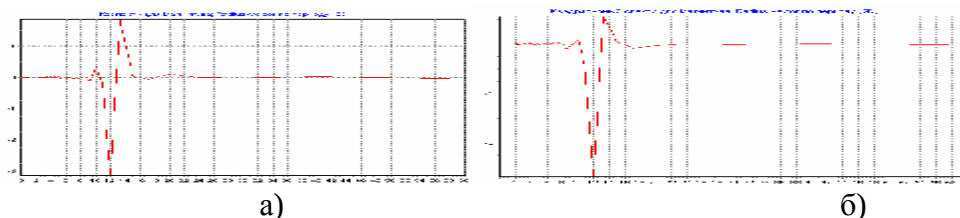


Рис.8. Характеристики кросс-спектрального анализа рядов сейсмической активности и барицентра системы Земля-Луна: а) кросс-периодограмма, б) коспектр, в) квадратурный спектр.

Значения квадрата когерентности в целом показывают слабую связь между гармониками двух рядов. Существенная взаимосвязь (когерентность имеет значения, близкие к 0,8) наблюдается только для гармоник с периодами порядка 1 года.

Заключение

В результате обработки коротких рядов сейсмической активности Земли построены оптимальные по критерию минимума СКО, σ_{Δ} модели, описывающие динамику сейсмической активности за десятилетний период. Для ряда глубины землетрясений построена комплексная модель, включающая квадратичный тренд, полигармонический тренд и фильтр Калмана с СКО = 35,701 и σ_{Δ} = 20,14. Модель магнитуды представлена суммой квадратичного тренда, полигармонического тренда и фильтра Калмана с СКО = 0,192, σ_{Δ} = 0,15. Модель количества землетрясений построена с внутренней точностью 1,689 и σ_{Δ} = 1,81.

По результатам предварительных исследований выявлены взаимосвязи между геосейсмической и солнечной активностью и положением барицентра системы Земля-Луна. Построены совместные спектральные характеристики этих рядов, характеризующие связь между их гармоническими компонентами. При применении процедуры кросс-корреляции двух рядов обнаруживается, что вспышки на Солнце, судя по общим гармоникам для рядов гелио- и геосейсмической активности, приводят к определенным изменениям в земных процессах.

Список литературы

1. Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. – М. : Наука, 1991. – 273 с. (2-ое изд.: Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке данных. – Казань : ФЭН, 2001. – 296 с.)
2. Валеев С.Г., Куркина С.В. Выявление зависимостей между некоторыми гелио- и геофизическими характеристиками // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2006. № 6. С. 18-28.
3. Валеев С.Г., Куркина С.В. Программная реализация ДРМ-подхода для обработки и анализа временных рядов // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2006. № 5. С. 10-21.
4. Валеев С.Г., Куркина С.В., Фасхутдинова В.А. Модели динамики среднемесячной сейсмической и солнечной активности // Труды межд. конф. «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке и технике»: Информатика, системы искусственного интеллекта и моделирование технических систем. – Ульяновск : изд. УлГТУ, 2006. С. 86-88.
5. Валеев С.Г., Фасхутдинова В.А. Кросс-спектральный анализ временных рядов // Вестник. – Ульяновск : УлГТУ, 2006. № 4. С. 30-32.