ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОПАДАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ В ЗАДАННЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КЛАССА НАКАНУНЕ КРУПНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

STUDY OF CHANGES OF CONFIDENCE INTERVALS FOR PROBABILITIES OF THE HIT OF SEISMIC EVENTS IN THE GIVEN INTERVALS OF AN ENERGETIC CLASS BEFORE STRONG EARTHQUAKES

В.В. Богданов, А.В. Павлов

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН

In this report an algorithm of calculation of confidence intervals for probabilities of the hit of seismic events in the intervals of an energetic class is presented. We considered the dynamics of changes of confidence intervals for energetic class and depth interval distribution of seismic events before the Kronotskoe earthquake on December 5, 1997.

При теоретико-вероятностном рассмотрении каталога сейсмических событий каждое землетрясение рассматривается как элементарное событие ω_i в пространстве элементарных событий Ω [3]. Каждое единичное событие ω_i характеризуется системой случайных непрерывных величин: энергетическим классом k, широтой φ, долготой λ, глубиной h, временем t. Время из системы случайных величин исключается. Сейсмичность всего региона или его выбранной части рассматривается как полная группа событий и описывается в виде распределений условных и безусловных вероятностей P, имеющих частотное представление. Случайные события определяются как комбинации системы случайных величин k, φ, λ, h в множестве $\tilde{F}$. Это позволяет представить каталог сейсмических событий за период наблюдений как вероятностное пространство трех объектов $\{\Omega, \tilde{F}, P\}$ и дает возможность вычислять распределения вероятностей для различных случайных событий. Если закон распределения системы случайных величин задан в аналитической форме посредством функции распределения $F(\varphi, \lambda, h, k)$ или ее плотности $f(\varphi, \lambda, h, k)$, то по стандартным формулам можно найти законы распределения отдельных величин. В нашей постановке наиболее логичным является обратное представление задачи: по законам распределения случайных величин получить закон распределения системы. Для непрерывных величин вероятности попадания случайных событий в заданные интервалы по широте $\Delta\varphi_i$, долготе $\Delta\lambda_j$, глубине Δh_m и по классу Δk_n вычисляются по формуле:

$$P(\Delta\varphi_i, \Delta\lambda_j, \Delta h_m, \Delta k_n) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \int_{h_1}^{h_2} dh \int_{k_1}^{k_2} f(k,\varphi,\lambda,h)dk =$$

$$F(\varphi_i, \lambda_j, h_m, k_n) - F(\varphi_{i-1}, \lambda_{j-1}, h_{m-1}, k_{n-1}) = P(\Delta\varphi_i) \times P(\Delta\lambda_j | \Delta\varphi_i) \times P(\Delta h_m | \Delta\lambda_j, \Delta\varphi_i) \times$$

$$P(\Delta k_n | \Delta h_m, \Delta\lambda_j, \Delta\varphi_i), \qquad (1)$$

где i, j, m и n – индексы, соответствующих интервалов случайных величин. В этом выражении приняты обозначения: $f(\varphi)$ – безусловная плотность распределения событий в зависимости от φ; $f(\lambda|\varphi)$ – плотность распределения событий по λ при условии, что широта равна φ; $f(h|\varphi,\lambda)$ – плотность распределения по h при условии, что широта и долгота соответственно равны φ и λ; $f(k|\lambda,\varphi,h)$ – плотность распределения по k при условии, что долгота, широта и глубина соответственно равны λ, φ и h. Подобным образом вычисляются и безусловные законы распределения для всех случайных величин k, φ, λ, h, а также различные комбинации для условных

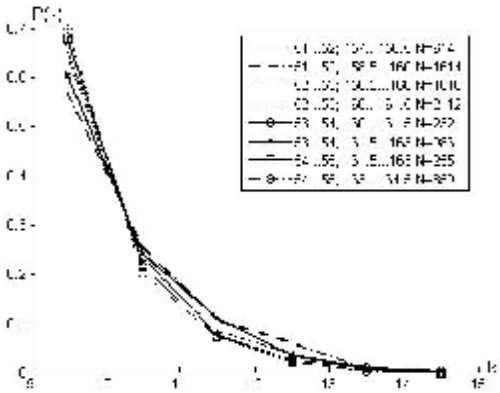

Рис.1. Распределение вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы энергетического класса.

законов распределения от этих переменных. Обработка каталога по приведенной формуле дает возможность вычислить частоты возникновения сейсмических событий в том или ином заданном интервале изменения случайных величин Δ и получить значения функции распределения $F(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h, \Delta k)$ [1].

Рассмотрим распределения вероятностей сейсмических событий, характеризующие попадания сейсмических событий в заданные интервалы энергетического класса. На рис.1 представлены сглаженные графики распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам энергетического класса $\Delta k=1$ начиная с представительного класса k=9 и глубины в интервале $0 \le h \le 100$ за период 1.1.1962 – 31.12.2006 г.г. для восьми сейсмоактивных областей, координаты которых приведены в таблице 1.

S_1	$\Delta\varphi$=51° – 52° с.ш., λ=157° – 158,5° в.д	S_5	$\Delta\varphi$=53° – 54° с.ш., λ=160° – 161,5° в.д.
S_2	$\Delta\varphi$=51° – 52° с.ш., λ=158,5° – 160° в.д	S_6	$\Delta\varphi$=53° – 54° с.ш., λ=161,5° – 163° в.д.
S_3	$\Delta\varphi$=52° – 53° с.ш., λ=158,5° – 160° в.д	S_7	$\Delta\varphi$=54° – 55° с.ш., λ=161,5° – 163° в.д.
S_4	$\Delta\varphi$=52° – 53° с.ш., λ=160° – 161,5° в.д.	S_8	$\Delta\varphi$=54° – 55° с.ш., λ=163° – 164,5° в.д.

Таблица 1.

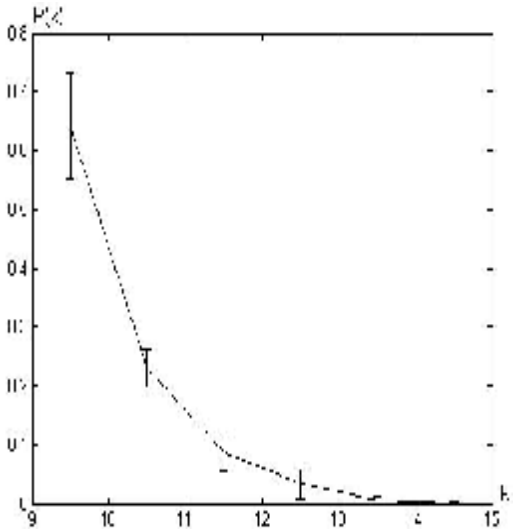

Рис.2. Доверительные интервалы для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы энергетического класса.

Разброс значений вероятностей для каждого интервала энергетического класса связан с тем, что количество землетрясений различно для каждой из рассматриваемых сейсмоактивных областей и является случайной величиной. Соответственно и вероятность попадания сейсмического события в заданный интервал энергетического класса Δk для каждой области будет случайной величиной. Для рассматриваемых областей с некоторой вероятностью β можно определить интервал I_β, в который попадут вероятности событий для интервала энергетического класса Δk [2]. Найдём такое значение ε, для которого $P\left(\left|p^*(\Delta k) - p(\Delta k)\right| < \varepsilon_\beta\right) = \beta$, (2)

где $p^*(\Delta k)$ – среднее арифметическое вероятностей сейсмических событий, попадающих в интервал энергетического класса Δk для областей S_i $(1 \le i \le n)$, n – число рассматриваемых сейсмоактивных областей; $p(\Delta k)$ – вероятность попадания сейсмического события в интервал энергетического класса Δk для сейсмоактивной области S_i. Перепишем (2) в виде:

$$P\left(p^*(\Delta k) - \varepsilon_\beta < p(\Delta k) < p^*(\Delta k) + \varepsilon_\beta\right) = \beta \qquad (3)$$

Равенство (3) означает, что с вероятностью β неизвестное значение вероятности $p(\Delta k)$ попадает в интервал:

$$I_\beta = \left(p^*(\Delta k) - \varepsilon;\ p^*(\Delta k) + \varepsilon\right). \tag{4}$$

Будем считать, что распределение вероятностей $p(\Delta k)$ близко к нормальному закону. Параметрами этого закона будут математическое ожидание m и среднеквадратическое отклонение σ:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i(\Delta k)}{n} \tag{5}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(p_i(\Delta k) - m\right)^2}{n-1}}\ . \tag{6}$$

Так как $p(\Delta k)$ распределено по закону близкому к нормальному, то

$$P\left(\left|p^*(\Delta k) - p(\Delta k)\right| < \varepsilon_\beta\right) = 2\Phi^*\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) - 1 = \beta\ , \tag{7}$$

где Φ^* - нормальная функция распределения.

Из выражения (7) получим величину отклонения от среднего:

$$\varepsilon_\beta = \sigma \cdot \arg\Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right), \tag{8}$$

где $\arg\Phi^*$ - функция, обратная нормальной функции распределения Φ^*.

Можно обозначить

$$t_\beta = \arg\Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right), \tag{9}$$

тогда

$$\varepsilon_\beta = \sigma \cdot t_\beta\ . \tag{10}$$

С учётом формул (4), (5), (6) и (9) границы доверительных интервалов вычисляются в виде:

$$I_\beta = \left(m - \sigma \cdot t_\beta;\ m + \sigma \cdot t_\beta\right). \tag{11}$$

На рис.2 представлены доверительные интервалы для доверительной вероятности β=0.95, вычисленные для рассмотренных выше распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам энергетического класса Δk=1 для интервала глубины 0≤h≤100км.

Рассмотрим изменение доверительных интервалов для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы энергетического класса Δk=1 и в интервалы глубины Δh=1км накануне Кроноцкого землетрясения 5.12.1997 г., для областей S_i ($1 \le i \le n$), координаты которых указаны в таблице 1. Рассматриваемый временной интервал 1.1.1993 – 4.12.1997, предшествовавший Кроноцкому землетрясению, был разбит на периоды длительностью в 1 год. По выше описанному алгоритму для каждого интервала глубины Δh были вычислены доверительные интервалы для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы энергетического класса Δk. Для каждого временного интервала на рис.3,4,5,6,7 представлены трёхмерные диаграммы для величины $\varepsilon_\beta(\Delta h, \Delta k)$, равной половине доверительного интервала. На рис.3 максимальное значение ε_β приходится на интервал глубины 40-41 км, на котором на площадях S_1 и S_2 в 1993 году произошли сейсмические события с классом 14,9 и 14,6 соответственно. Начиная с 1994 года (рис.4) происходит перестройка сейсмического режима на рассматриваемых площадях, и максимальное значение ε_β смещается на

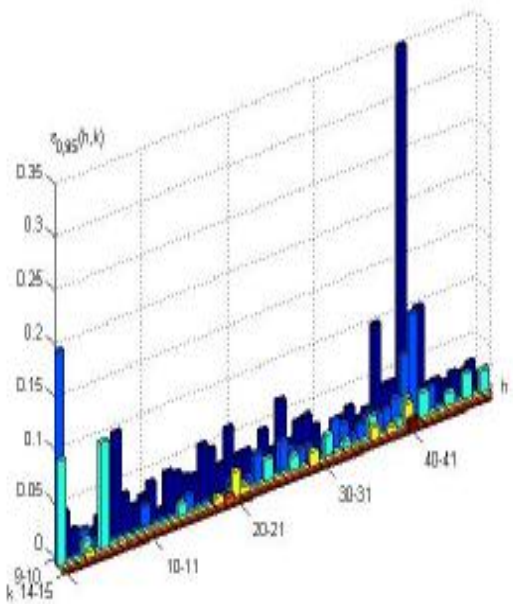

Рис.3. Отклонения от среднего ε(h,k) для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы глубины и энергетического класса за период 1.1.1993-31.12.1993 для доверительной вероятности 0,95.

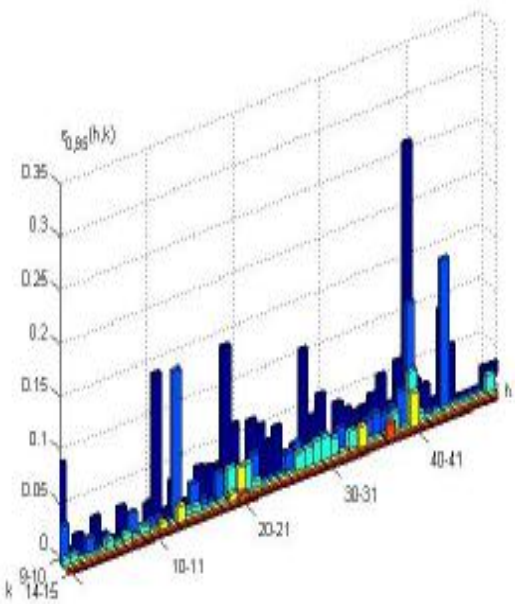

Рис.4. Отклонения от среднего ε(h,k) для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы глубины и энергетического класса за период 1.1.1994-31.12.1994 для доверительной вероятности 0,95.

малые глубины. В период 1.1.1996 – 4.12.1997 г.г. максимум ε_β устанавливается для интервала глубин 5-6 км (рис. 6,7). В 5.12.1997 на глубине 4 км произошло Кроноцкое

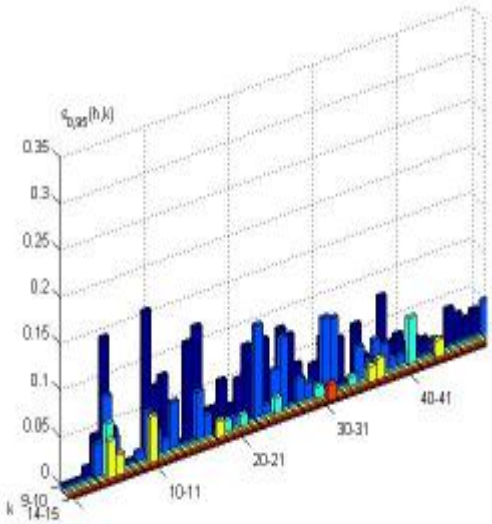

Рис.5. Отклонения от среднего ε(h,k) для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы глубины и энергетического класса за период 1.1.1995-31.12.1995 для доверительной вероятности 0,95.

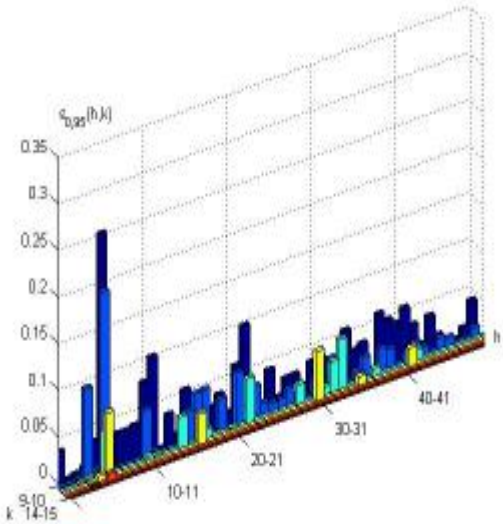

Рис.6. Отклонения от среднего ε(h,k) для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы глубины и энергетического класса за период 1.1.1996-31.12.1996 для доверительной вероятности 0,95.

землетрясение с энергетическим классом K=14,9.

Таким образом, для общей области S_Σ, включающей в себя все площади S_i ($1 \le i \le n$) можно определить доверительные интервалы для распределения вероятностей сейсмических событий по интервалам энергетического класса и глубин на основе соответствующих вероятностей, вычисленных для каждой площади S_i. Величина

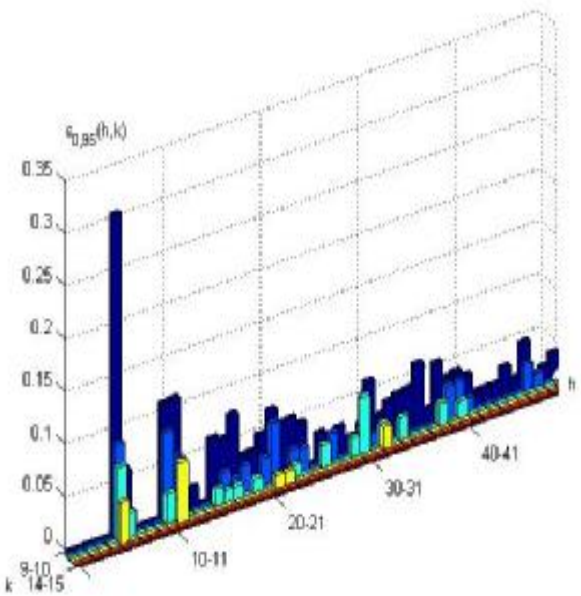

Рис.7. Отклонения от среднего ε(h,k) для вероятностей попадания сейсмических событий в интервалы глубины и энергетического класса за период 1.1.1997-4.12.1997 для доверительной вероятности 0,95.

$\varepsilon_\beta(\Delta h,\Delta k)$ равна половине доверительного интервала и прямо пропорциональна дисперсии σ^2. Увеличение $\varepsilon_\beta(\Delta h,\Delta k)$ на каких-либо интервалах глубин Δh и класса Δk свидетельствует, как следует из (6), о росте дисперсии для вероятностей, характеризующих попадание сейсмических событий в эти интервалы. Таким образом, изменение величины $\varepsilon_\beta(\Delta h,\Delta k)$ свидетельствует об изменении динамики сейсмического режима области S_Σ. Максимум $\varepsilon_\beta(\Delta h,\Delta k)$ попадает в интервал энергетического класса 9-10 и расположен в интервале глубин 5-6км (рис.7). В районе этой глубины 5.12.1997 г. произошло Кроноцкое землетрясение.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта по программе Президиума РАН № 16 (№ контракта 10104-37/П-016/041-404/240507-003).

Список литературы

1. Богданов В.В. Вероятностная интерпретация закона повторяемости землетрясений на примере Камчатского региона // ДАН. 2006. Т. 408, № 3. С. 393-397.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М. : Высшая школа, 1999. – 576 с.
3. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М. : Наука, 1974. – 120 с.