

КВАЗИСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ МАГНИТНОГО ОБЛАКА

QUASI-STATIONARY MODEL OF A MAGNETIC CLOUD STRUCTURE

Ю.А. Ромащенко

Якутский государственный университет им. М.К. Аммосова

We obtained exact analytical solution describing finite (limited in space) structure with forceless magnetic field. It was shown that such a structure may be realized if forceless magnetic field of this structure is frozen in the outer background magnetic field. The results may be applied for investigation of the processes in the interplanetary environment and also in some problems of astrophysics.

Введение

Одним из интересных объектов околосолнечного пространства являются так называемые магнитные облака. Термин "магнитное облако" был введен Бурлагой с сотрудниками еще в 1981 году [1] при изучении свойств космической среды после прохождения межпланетных ударных волн. В настоящее время феномену "магнитные облака" посвящено достаточно много работ, ссылки на которые можно найти в обобщающем обзоре [2].

Анализ большого фактического материала, полученного в 1974-1981 гг. на космических аппаратах Гелиос 1 и 2, Войяджере и IMP, позволили авторам этого обзора остановиться на модели магнитных облаков, как крупномасштабных расширяющихся квазицилиндрических трубок магнитного потока. Полагают, что магнитные облака обусловлены солнечными массэжекциями (SME), связанными с эруптивностью больших спокойных волокон. При этом радиальный размер магнитного облака (измерения проводились от 0,3 АЕ до 4,2 АЕ) возрастает с удалением от Солнца как $d \sim R^{0,8}$ (R - расстояние от Солнца в АЕ), а плотность плазмы внутри облака падает при этом как $n \sim R^{-2,4}$, т.е. плотность плазмы падает быстрее, чем в солнечном ветре.

Изучение данных по солнечному ветру с различных космических аппаратов показало, что магнитные облака являются сравнительно общим феноменом в солнечном ветре [3-5]. Очень часто (но не всегда) магнитные облака связаны с межпланетными ударными волнами [3,6]. Магнитные облака, пересекающие орбиту Земли, могут вызывать в её окрестности интенсивные магнитные бури [6, 7 - 10]. Отсюда понятен интерес к магнитным облакам исследователей, занимающихся солнечно-земной физикой, особенно в области прогнозирования космической погоды.

Основными морфологическими признаками магнитного облака являются следующие:

1. Регулярное магнитное поле внутри облака больше, чем в наружном солнечном ветре.
2. Температура (плазменное давление) внутри магнитного облака намного ниже, чем в окружающем пространстве, т.е. $b_{in} \ll b_e$.

Вектор магнитного поля в течение временного интервала ~1 суток поворачивается на большой угол (~180 град.). Схематично магнитное облако можно представить в виде рис.1.

Постановка задачи

Итак, будем аппроксимировать трубку магнитного облака бесконечным цилиндром. Конечно, это приближение является достаточно грубым, но может оказаться полезным для изучения основных характеристик структуры магнитного облака. Для стационарного случая основным уравнением равновесия является:

$$\nabla p = [\text{rot} \vec{B} \times \vec{B}], \quad (1)$$

с добавлением уравнения

$$\text{div} \vec{B} = 0. \quad (2)$$

Введем цилиндрические координаты r, q, z . Ось трубки совместим с осью z . Для осесимметричного случая можно ввести магнитный потенциал Стокса y , такой, что

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (3)$$

$$\text{и токовую функцию } f(r, z) \quad rB_q = f(y). \quad (4)$$

При этом уравнение (2) будет выполняться автоматически. Уравнение (3) описывает полоидальную часть магнитного поля, уравнение (4) – тороидальную часть. Тогда уравнение (1) можно записать в виде уравнения Трэда - Шаффранова [11] (A, B – некоторые константы):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = -A \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{B}{2} \frac{\partial(f^2)}{\partial y}. \quad (5)$$

Для длинных трубок можно положить $\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = 0$ и $B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial z} = 0$ и, таким образом, остаются только две компоненты магнитного поля B_z и B_q . Если ввести новую переменную $u = r^2$ и положить $A = 4\pi$, $B = 1$, то с учетом (3) и (4) уравнение (5) можно привести к виду

$$\frac{d}{du} (B_z^2) + \frac{1}{u} \frac{d}{du} (u B_q^2) + 8p \frac{dp}{du} = 0. \quad (6)$$

Это уравнение, являющееся уравнением для комбинированного z и θ -пинча, будет для нас основным. Поскольку входящие в это уравнение величины B_z и B_q функционально между собой не связаны (в уравнение (2) величины (3) и (4) входят независимо), то решение уравнения (6) имеет достаточно большой произвол. Так, из трех величин, входящих в уравнение (6), две должны задаваться произвольно. Поэтому в качестве граничных условий можно использовать произвольное задание двух величин, которые можно получить, например, из эксперимента, и если вычисленная по уравнению (6) третья величина также будет соответствовать эксперименту, то тогда можно утверждать, что модель выбрана правильно.

Решение задачи

Остановимся на варианте модели магнитного облака с бессильным полем. Как уже упоминалось выше, в основном магнитные облака связаны с прохождением ударных волн, а значит с большими вариациями газового давления по сечению облака. Но приблизительно в 15% случаев наблюдений фиксируются облака, не связанные с прохождением ударных волн. Тепловое давление при этом по сечению облака можно считать постоянным. Именно для этого случая наша модель может иметь место. В этом случае $\frac{\partial p}{\partial u} = 0$ и уравнение (6)

$$\text{приводится к виду} \quad \frac{d}{du} (B_z^2) + \frac{1}{u} \frac{d}{du} (u B_q^2) = 0, \quad (7)$$

а уравнение (1) – к виду

$$[\text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}] = 0. \quad (8)$$

Это означает, что $\text{rot} \mathbf{B} = a \mathbf{B}$, где a – скаляр, не обязательно равный константе. В литературе приведено много примеров решения уравнения (8). Известное решение Лундквиста в [12] имеет вид (в цилиндрической системе координат r, q, z) $\mathbf{B} = B_0 \{0, J_1(ra), J_0(ra)\}$, где $J(ra)$ – функция Бесселя, $a = \text{const}$.

Другой пример бессильного поля приведен в [13], $\mathbf{B} = B_0 \{\sin(za), \cos(zb), 0\}$; здесь система координат декартова. Степенные решения приведены в [14]. В продемонстрированных примерах пространство, занятое токами, простирается до бесконечности. В действительности не существует бесконечных полей (кроме $\mathbf{B} \propto 0$), для которых j отлично от нуля в конечном объеме V , а величина \mathbf{B} всюду дифференцируема (нет скачков) и ведет себя как $O(r^{-3})$ или хотя бы как $O\left(r^{-\frac{3}{2}}\right)$ для того, чтобы магнитная

энергия $\int |B|^2 dV$ сходилась. Доказательство этой теоремы можно найти в [13, 15]. В реальности (по крайней мере, в гелиосфере) изолированных бессиловых структур не наблюдается. Магнитные облака при своем распространении как бы погружены в общее поле Солнца и имеют своей асимптотикой именно это общее поле.

Будем аппроксимировать магнитное облако бесконечным цилиндром, образующая которого совпадает с направлением внешнего магнитного поля. Ось z совместим с осью цилиндра. Поскольку $B_z = 0$, в задаче будут фигурировать только две компоненты магнитного поля. В цилиндрической системе координат это будут B_z и B_q компоненты. B_z лежит в плоскости эклиптики (на самом деле угол между осью магнитного облака и плоскостью эклиптики составляет $\sim 5-10^\circ$ и мы им пренебрегаем), а B_q направлена перпендикулярно, радиусу цилиндра. В солнечно-эклиптической системе координат с этой компонентой связаны B_x и B_y компоненты магнитного поля, величины которых будут меняться в зависимости от азимутального угла θ , меняющегося в пределах от 0 до 2π , так что общее поле будет представлять собой совокупность спиралей, наматывающихся на вложенные друг в друга цилиндры.

Допустим, что B_θ - компонента имеет вид :

$$B_q = B_q^0 \left(\frac{r}{r_0} \right) \frac{1}{ch(u)}, \quad (9)$$

где $u = \left(\frac{r}{r_0} \right)^2$.

Такой выбор функциональной зависимости $B_q(r)$ подчеркивает быстрое (экспоненциальное) убывание B_q – компоненты при больших расстояниях от центра магнитной трубки; r_0 – характерный масштаб, а B_q^0 – пока свободный параметр. Подставляя это выражение в (7), получим

$$B_z = \sqrt{C - (B_q^0)^2 \left[th(u) + \frac{u}{ch^2(u)} \right]}. \quad (10)$$

Уравнение (7) содержит компоненты магнитного поля в квадрате, поэтому пригодны решения с различными знаками. Полный набор решений может представлять собой 4 различных комбинаций сигнатуры компонент магнитного поля. В солнечно-эклиптической системе координат это два направления B_y и два вида закрутки B_z -компоненты (левая и правая). Все эти варианты действительно реализуются на эксперименте [2].

Проанализируем выражение (10). Для этого вначале рассмотрим функцию

$$\Lambda(u) = th(u) + \frac{u}{ch^2(u)}. \quad (11)$$

Эта функция всегда больше нуля, кроме точки 0 (рис.2). Это означает, что константа C в (10) не может быть нулем. Функция $\Lambda(u)$ имеет максимум в точке u_m , определяемой из выражения $\Lambda'(u) = \frac{u}{ch^2(u_m)} (1 - u_m th(u_m)) = 0$.

Выражение в скобках есть известное трансцендентное уравнение [16], корень которого есть $u_m = 1,199678... \approx 1,2 = 6/5$. Интересно отметить, что $\Lambda(u_m) = u_m$.

По предположению B_z – компонента на больших расстояниях от центра трубки выходит на константу B^* . Тогда, учитывая, что $\Lambda(u)_{u \rightarrow \infty} \rightarrow 1$, получим $C = (B_q^0)^2 + (B^*)^2$.

Отсюда следует, что выражение (10) будет иметь смысл, если $C \geq (B_q^0)^2$ $\Lambda \geq \frac{6}{5} (B_q^0)$, или

$$B_q^0 \leq \sqrt{5} B^*. \quad (12)$$

Для B_z - компоненты, которая имеет максимум на оси трубки, получаем ограничение в виде

$$B_z(u)_{u=0} = B_0 \leq \sqrt{6}B^* \quad (13)$$

Таким образом, для бессилового поля, погруженного во внешнее магнитное поле B^* , мы имеем жесткие ограничения в виде условий (12) и (13). Если выразить компоненты магнитного поля через константы B_0 и B^* , то в окончательном виде можно записать:

$$B_z = \pm \sqrt{B_0^2 - (B_0^2 - B_*^2) \left[th(u) + \frac{u}{ch^2(u)} \right]},$$

$$B_q = \pm \sqrt{(B_0^2 - B_*^2)} \left(\frac{r}{r_0} \right) \frac{1}{ch(u)},$$

$$j_q = \frac{c}{4p} \left(-\frac{\partial B_z}{\partial r} \right) = \frac{c}{2p} \frac{(B_0^2 - B_*^2)(1 - u \cdot th(u))}{r_0 ch^2(u)} \frac{1}{\sqrt{B_0^2 - (B_0^2 - B_*^2) \left[th(u) + \frac{u}{ch^2(u)} \right]}} \frac{r}{r_0},$$

$$j_z = \frac{c}{4p} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_q) = \frac{c}{2p} \frac{\sqrt{B_0^2 - B_*^2}}{r_0} \frac{[1 - u \cdot th(u)]}{ch(u)}.$$

Вычисленные по этим формулам значения компонент магнитного поля и плотности токов представлены на рис.2 и рис.3.

На рис.4. представлен угол закрутки магнитного поля $b = \arctg \left(\frac{B_q}{B_z} \right)$.

Вычислим магнитную энергию, связанную с протекающими по магнитному облаку токами. Плотность магнитной энергии q равна:

$$q = \frac{B_z^2 + B_q^2}{8p} = \frac{B_0^2 - (B_0^2 - B_*^2) \cdot th(u)}{8p}.$$

Очевидно, что из этой плотности необходимо отнять фоновую. Тогда получим

$$q^* = q - \frac{B_*^2}{8p} = \frac{(B_0^2 - B_*^2) \cdot th(u)}{8p}.$$

Интегрируя по всему пространству, получим полную энергию

$$W = \int_0^{2p} dq \int_0^\infty q^* r \cdot dr = p \cdot r_0^2 \frac{(B_0^2 - B_*^2)}{8p} \ln 2.$$

Здесь W – есть магнитная энергия, приходящаяся на единицу длины плазменной трубки, B_0 - продольное магнитное поле на оси, B_* - фоновое продольное магнитное поле, r_0 - характерный масштаб.

Выводы

Несмотря на то, что основная часть магнитных облаков, наблюдаемых в межпланетном пространстве, по-видимому, связана с прохождением ударных волн, на наш взгляд, существуют условия, при которых могут наблюдаться бессиловые структуры без градиента давления. Анализ полученного решения теоретически указывает на такую возможность. Следует отметить, что решений, подобных приведенному выше, может быть сколь угодно много, и вопрос о реализации конкретного решения требует дальнейшего исследования. С другой стороны, само существование компактных бессиловых структур в межпланетной среде открывает новые возможности в изучении динамики солнечной короны.

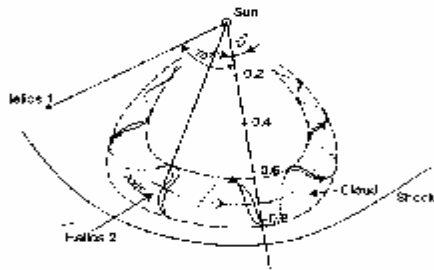


Рис. 1.

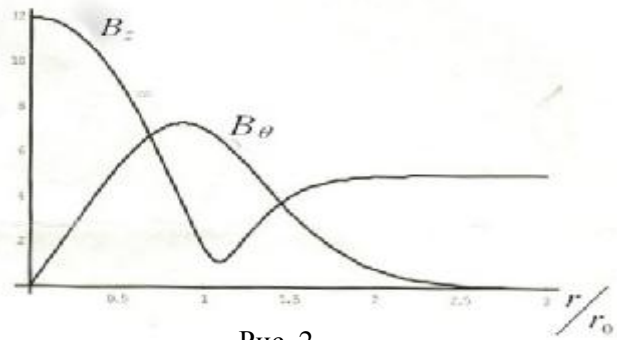


Рис. 2.

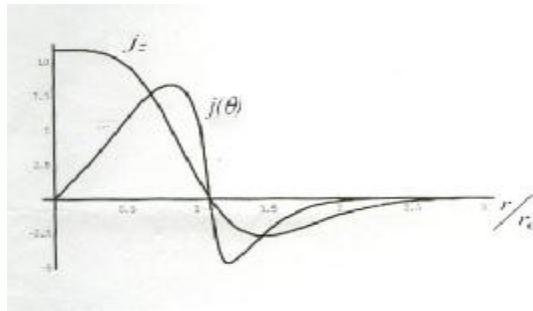


Рис. 3.

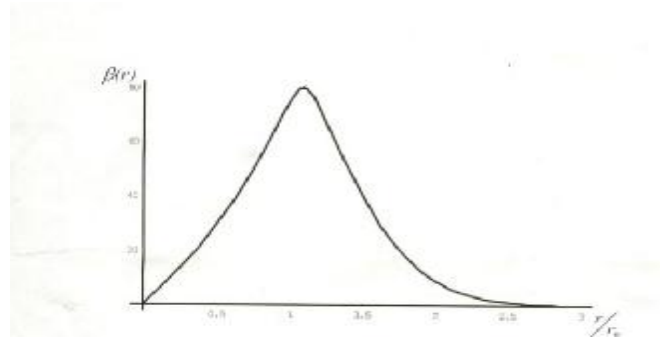


Рис. 4.

Список литературы

1. Burlaga L.F., Sittler E., Mariani F., Schwenn R. Magnetic loop behind an interplanetary shock: Voyager, Helios and IMP 8 observation // J. Geophys. Res., 1981. V.86. P. 6673 - 6684.
2. Bothmer V., Schwenn R.: The structure and origin of magnetic clouds in the solar wind // J. Geophys. Res., 1999, V.104. P. 1-24.
3. Kleim L. W. , Burlaga L. W. Interplanetary magnetic clouds at 1,AU // J. Geophys. Res. 1982. V.87. P. 613 - 624.
4. Burlaga L. F., Behannon K. W. Magnetic clouds: Voyager observations between 2 and 4 ALV / Solar Phis. 1982. V.81. P. 181
5. Burlaga L. F. Magnetic clouds in Physics of the Inner Heliosphere. V. II. Ed. Schwenn R. and Marsch E. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, 1991. P. 1-22.
6. Zhang G. and Burlaga L. F. Magnetic clouds, geomagnetic disturbances and cosmic ray decreases // J. Geophys. Res. 1988. V.93. P. 2511-2518.
7. Wilson R. M. Geomagnetic response to magnetic clouds // Planet. Space Sci. 1987. V.35. P.329 - 335.
8. Tsuratani B. T., Gonzalez W. D., Tang F., Lee Y. T. Great magnetic storms // Geophys. Res. Lett., 1992. V.19. P.73-76.
9. Bothmer V., Die Struktur magnetischer Wolken in Sonnenwind-Zusammen Einfluss auf die Magnetosphäre der Erde. Ph.D Thesis, University Gottingen, 1993.
10. Bothmer V. and Schwenn R. The interplanetary and causes of major geomagnetic storms // J. Geomagn. Geoelectr. 1995. V.47. P. 1127 - 1132.
11. Захаров Л. Е., Шафранов В. Д. Равновесие плазмы с током в тороидальных системах // Вопросы теории плазмы. Вып. 11. – М.: 1982. С. 118-235.
12. Пикельнер С. Б. Основы космической электродинамики. Изд. второе. – М.: Наука, 1966.
13. Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. – М.: Мир, 1980.
14. Шлютер А. Бессилловые магнитные поля II. //Управляемые термоядерные реакции. Вып. 26. – М.: Атомиздат, 1960.
15. Вайнштейн С. И., Быков А. М., Топтыгин И. Н. Турбулентность, токовые слои и ударные волны в космической плазме. – М.: Наука, 1989.
16. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Изд. второе. – М.: Наука, 1968.